① 数　式	３２　約束記号	月　　　日（　　）

1　早稲田佐賀高校　（Ｒ５年）　★★★

《○, □》は,連続する□個の正の整数の和で○を表したものである。例えば, 《3, 2》＝1＋2, 《6, 3》＝1＋2＋3, 《20, 5》＝2＋3＋4＋5＋6 である。また, 《20, 5》＝2＋3＋4＋5＋6であれば, 2を「最小の数」, 6を「最大の数」, 4を「中央の数」とし, 《3, 2》＝1＋2であれば, 1を「最小の数」, 2を「最大の数」, 「中央の数」はないとする。

(1) 《147, 7》の「中央の数」を求めよ。

(2) 《356, 8》の「最小の数」と「最大の数」の和を求めよ。

(3) 《2023, a》について, aの最大値を求めよ。

2　大阪教育大池田校舎　（Ｒ４年）　★★★

自然数nを9で割った余りを$[n]$と表す。

(1) $[5x+1]=[2x+4]$を満たす１桁の自然数xをすべて求めなさい。

(2) x,yを自然数とする。$[[x]+[y]]=[x+y]$が成り立つことを説明しなさい。

(3) $[[2x+1]+[x]]=[x+6]$を満たす100以下の素数xをすべて求めなさい。

3　大阪星光学院高校　（Ｒ６年）　★★

$[x]$をxの整数部分とする。例えば, $[3.72]=3$, $[\sqrt{5}]=2$である。このとき, $[\sqrt{2024}]=$(　　)であり, $[\sqrt{1}]+[\sqrt{2}]+[\sqrt{3}]+\cdots+[\sqrt{72}]=$(　　)である。

4　筑波大附属高校　（Ｒ４年）　★★★

自然数nについて,$n,n^2,n^3,n^4,n^5,\cdots$の一の位の数だけを取り出して並べたとき，一の位の数が循環する個数を$<n>$で表す。

例えば$n=2$の場合,$2^1=2,2^2=4,2^3=8,2^4=16,2^5=32,\cdots$のように一の位の数が2,4,8,6,2,…という並びになり,2,4,8,6の4個の数が循環するので,$<2>=4$である。

また,$n=1$の場合,$1^1=1,1^2=1,\cdots$となるので,$<1>=1$である。

(1)　$<18>=$ [　] である。

(2) $<n>=1$ となる自然数nを5つ示すと,$n=$[　] である。

(3) $<n>=<n^2>$ を満たす133以下の自然数は,全部で[　]個ある。

(4) $n^2-10<n^2>n+24<n>=0$を満たす自然数nをすべて求めると，$n=$[　]である。

5　早稲田大本庄高校　（Ｒ５年）　★★★

正の整数m,nに対して, 数$h(m,n)$ を

$h(m,n)=\frac{1}{2}(m+n)(m+n-1)-m+1$と定める。

例えば, $h(1,1)=1$, $h(2,1)=2$, $h(1,2)=3$ である。

(1) $h(27,2)+h(26,3)$ を計算せよ。

(2) 等式 $h(3m,3m+4)=1987$を満たす正の整数mの値をすべて求めよ。

(3) 等式 $h(m,n)=2023$を満たす正の整数の組$(m,\ n)$をすべて求めよ。

6　京都府立嵯峨野高校　（Ｒ６年）　★★

正の数m,nについて,$f(m,n)=\dfrac{mn-m+n-1}{2}$と定義する。

(1) $f(10,13)$の値を求めよ。

(2) $f(k,k+1)=10$となる正の整数kをすべて求めよ。

(3) $f(m,n)=10$を満たす正の整数m,nの組が何組あるか求めよ。

★中 ★★やや難 ★★★難