数　　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7 ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は 50 分で，終わりは**午前 11 時 00 分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。**また，根号の中は最も小さい整数にしなさい。

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

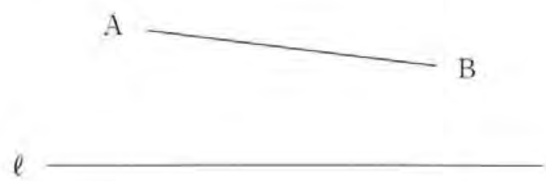
〔問1〕 $\dfrac{(2-\sqrt{2})^2}{2\sqrt{3}} \div \dfrac{1}{\sqrt{6}} - \dfrac{\sqrt{(-12)^2}}{3}$ を計算せよ。

〔問2〕 2次方程式 $(x+1)^2-4(x+1)+3=7$ を解け。

〔問3〕 n, a, bを自然数とする。
nを6で割ると商がaで余りがb, nを8で割ると商がbで余りがaであるとき, nの値を求めよ。

〔問4〕 1から6までの目が出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げる。
大きいさいころの出た目の数を一の位の数, 小さいさいころの出た目の数を十の位の数とし, 百の位の数を1として3桁の整数nを作るとき, nが7の倍数になる確率を求めよ。
ただし, 大小2つのさいころはともに, 1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問5〕 右の図のように, 線分ABと直線ℓがある。
解答欄に示した図をもとにして, 頂点Pが直線ℓ上にあり, $\angle APB=90^\circ$となる直角三角形APBを1つ, 定規とコンパスを用いて作図せよ。
ただし, 作図に用いた線は消さないでおくこと。



2 右の**図 1** で，点 O は原点，曲線 f は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ，曲線 g は関数 $y=ax^2$ $\left(a>\frac{1}{4}\right)$ のグラフを表している。

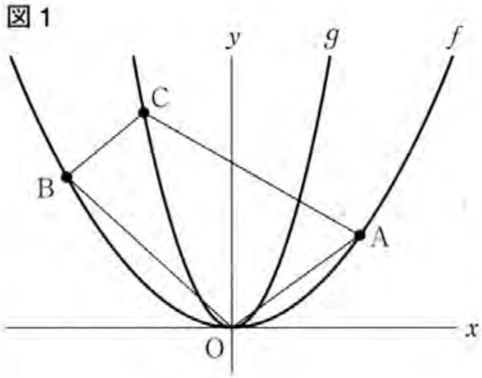
点 A，点 B はともに曲線 f 上にあり，点 A の x 座標は t $(0<t<6)$，点 B の x 座標は $t-6$ である。

点 C は曲線 g 上にあり，x 座標は負の数である。

点 O と点 A，点 O と点 B，点 A と点 C，点 B と点 C をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図 1



〔問 1〕 $a=\frac{5}{4}$ のとき，次の (1)，(2) に答えよ。

(1) $t=4$，点 C の x 座標が -2 のとき，2 点 A，C を通る直線の式を求めよ。

(2) 四角形 OACB が平行四辺形となるとき，t の値を求めよ。

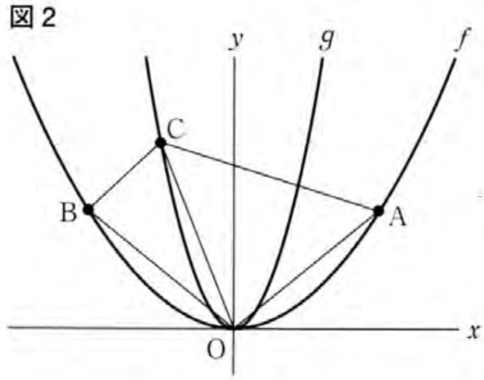
ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

〔問 2〕　右の**図 2** は，**図 1** において，$t=3$，

点 C の x 座標が $-\dfrac{3}{2}$ のとき，点 O と点 C を結んだ場合を表している。

△OAC の面積と△OCB の面積の比が $2:1$ のとき，a の値を求めよ。

図 2



3　右の**図１**で，点Ｏは△ABC の３つの頂点Ａ，Ｂ，Ｃを通る円の中心である。

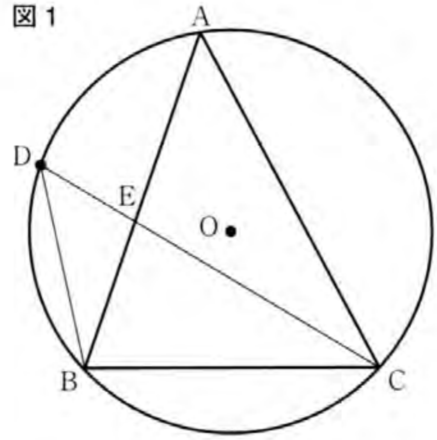
点Ｃを含まない $\overset{\frown}{AB}$ 上にあり，$\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DB}$ となる点をＤとする。

頂点Ｂと点Ｄ，頂点Ｃと点Ｄをそれぞれ結ぶ。

辺 AB と線分 CD との交点をＥとする。

次の各問に答えよ。

図１

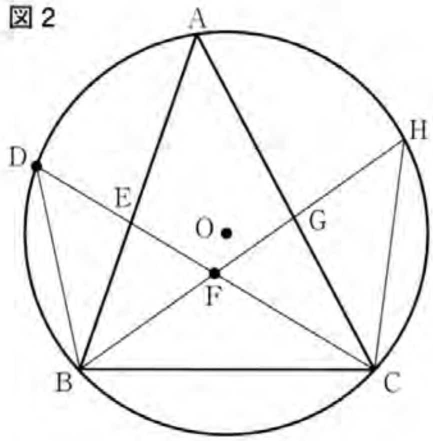


〔問１〕　頂点Ｃを含まない $\overset{\frown}{AB}$ の長さと，頂点Ａを含まない $\overset{\frown}{BC}$ の長さの比が $4:3$，頂点Ａを含まない $\overset{\frown}{BC}$ の長さと，頂点Ｂを含まない $\overset{\frown}{CA}$ の長さの比が $3:5$ のとき，∠AEC の大きさは何度か。

〔問 2〕　右の**図 2** は，**図 1** において，線分 CD 上にあり，DF = DB となる点を F とし，頂点 B と点 F を結び，線分 BF を F の方向に延ばした直線と辺 AC との交点を G，円 O との交点を H とし，頂点 C と点 H を結んだ場合を表している。

次の (1)，(2) に答えよ。

図 2



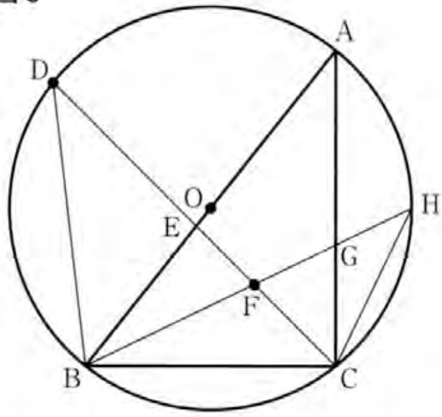
(1)　△ABG ∽ △HBC であることを証明せよ。

(2)　右の**図 3** は，**図 2** において，辺 AB が円 O の直径となる場合を表している。

AB = 10 cm，BC = 6 cm のとき，△ABG の面積を S cm^2，△HBC の面積を T cm^2 とする。

S と T の比を最も簡単な整数の比で表せ。

図 3

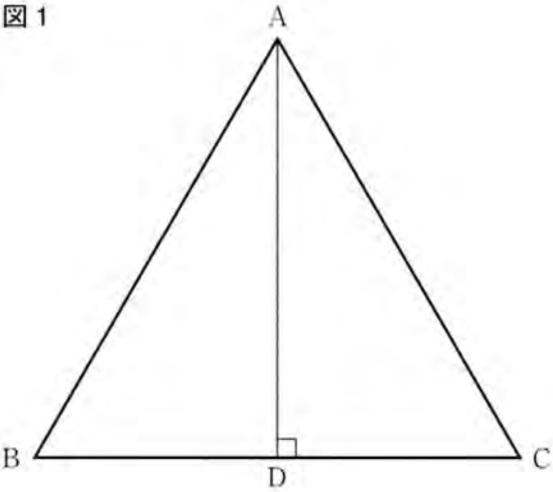


4　右の**図1**で，△ABC は，1辺の長さが 6 cm の正三角形である。

頂点 A を通り辺 BC に垂直な直線を引き，辺 BC との交点を D とする。

次の各問に答えよ。

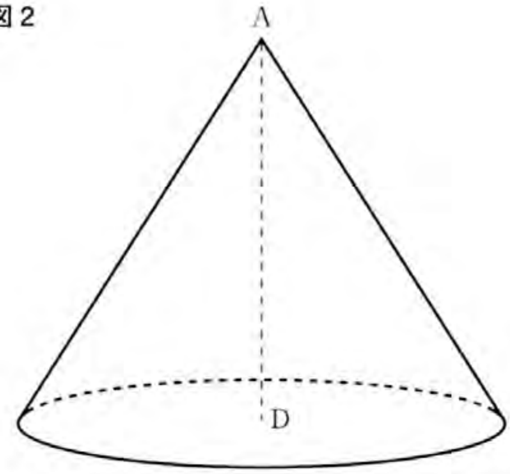
図1



〔問1〕　右の**図2**は，**図1**の△ABC を線分 AD を軸として1回転させてできる円すいを表している。

次の (1)，(2) に答えよ。

図2



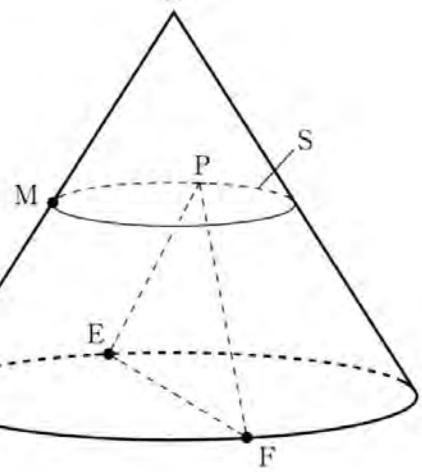
(1)　**図2**の円すいの側面の展開図はおうぎ形である。このおうぎ形の中心角の大きさは何度か。

(2)　右の**図3**において，図形 S は**図1**の△ABC の辺 AB の中点を M とし，点 M を線分 AD を軸として1回転させてできる円周であり，2点 E，F は**図2**の円すいの底面の円周上の点で，点 E と点 F を結んでできる線分 EF は底面の円の直径である。

図形 S 上にある点を P とし，点 E と点 P，点 F と点 P をそれぞれ結ぶ。

△PEF の面積が最も大きくなるとき，△PEF の面積は何 cm^2 か。

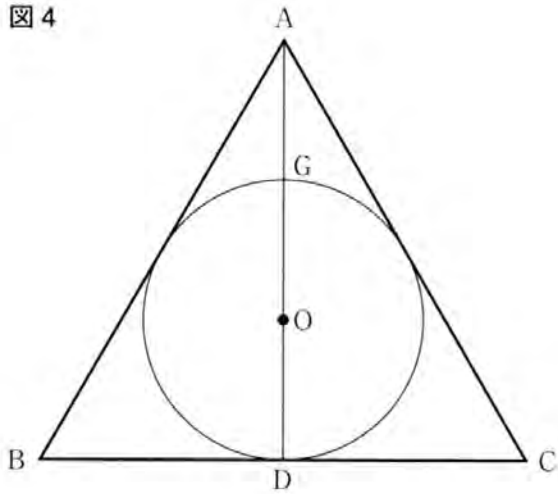
図3



〔問 2〕　右の**図 4** で，点 O は**図 1** の△ABC の辺 AB，辺 BC，辺 CA とそれぞれ接する円の中心であり，点 D は辺 BC と円 O との接点である。

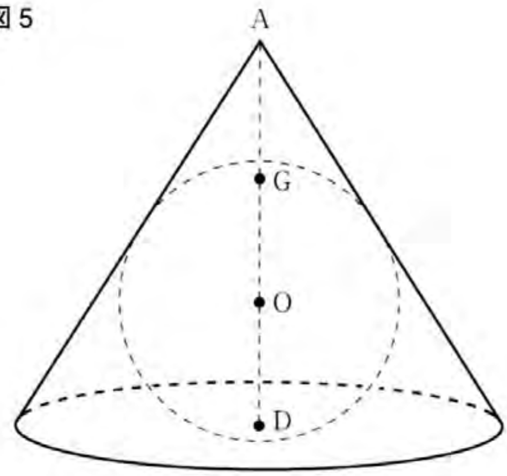
点 G は線分 AD と円 O との交点のうち点 D とは異なる点である。

図 4



右の**図 5** は，**図 4** の△ABC 及び円 O を線分 AD を軸として 1 回転させたときにできる立体を表している。

図 5



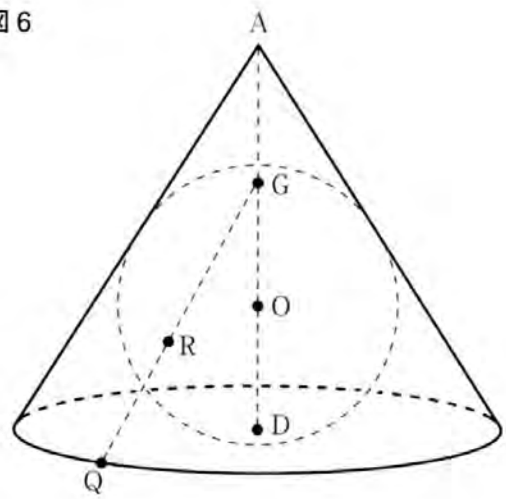
右の**図 6** は，**図 5** において，円すいの底面の円周上にある点を Q とし，点 G と点 Q を結んだ場合を表している。

点 R は線分 GQ 上の点で，点 G とは異なる球面上の点である。

このとき，線分 QR の長さは何 cm か。

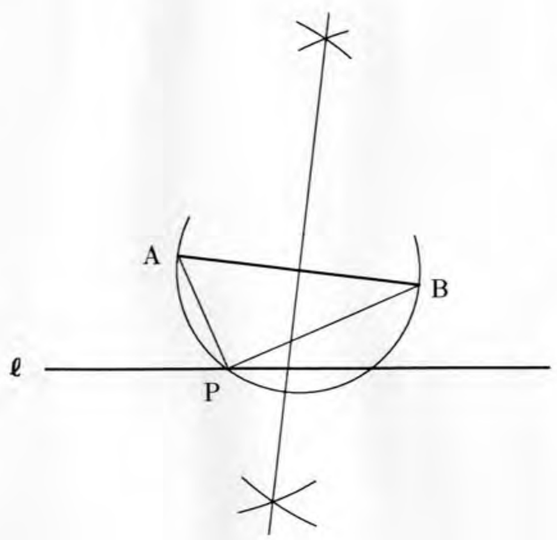
ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図 6



解　答　用　紙

$\boxed{1}$		点
〔問1〕	$3\sqrt{2}-8$	5
〔問2〕	$1 \pm 2\sqrt{2}$	5
〔問3〕	$n = 47$	5
〔問4〕	$\dfrac{5}{36}$	5
〔問5〕解答例		5



数　　　学

$\boxed{2}$			点
〔問1〕	(1)	$y = -\dfrac{1}{6}x + \dfrac{14}{3}$	7
〔問1〕解答例	(2)	【　途中の式や計算など　】	10

点A，点Bの座標はそれぞれ $A\left(t,\ \dfrac{1}{4}t^2\right)$，
$B\left(t-6,\ \dfrac{1}{4}(t-6)^2\right)$ と表すことができる。
四角形OACBは平行四辺形であるから，

(点Cの x 座標)=(点Bの x 座標)+(点Aの x 座標)
$= 2t - 6$　　　…①

(点Cの y 座標)=(点Bの y 座標)+(点Aの y 座標)

$$= \frac{1}{4}(t-6)^2 + \frac{1}{4}t^2$$
$$= \frac{1}{2}t^2 - 3t + 9$$

点Cは曲線 g 上にあるから，

$$\frac{1}{2}t^2 - 3t + 9 = \frac{5}{4}(2t-6)^2$$
$$t^2 - 6t + 8 = 0$$
$$(t-2)(t-4) = 0$$

よって，　$t = 2，4$
これらはともに $0 < t < 6$ を満たす。
また，点Cの x 座標は ① より，
$t = 2$ のとき　-2
$t = 4$ のとき　2
点Cの x 座標は負であるから，
$t = 2$

(答え)　$t =$　2

〔問2〕	$a = \dfrac{3}{2}$	8

3			点
〔問1〕	105 度		7
〔問2〕	(1)	【 証 明 】	10

$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角は等しいので，

$\angle BAC = \angle BHC$ …①

DF=DB より，　$\angle DBF = \angle DFB$ …②

$\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DB}$ より，　$\angle ABD = \angle BCD$ …③

②，③ より，

$$\begin{aligned}\angle ABG &= \angle DBF - \angle ABD \\ &= \angle DFB - \angle BCD \\ &= \angle HBC\end{aligned}$$

よって，　$\angle ABG = \angle HBC$ …④

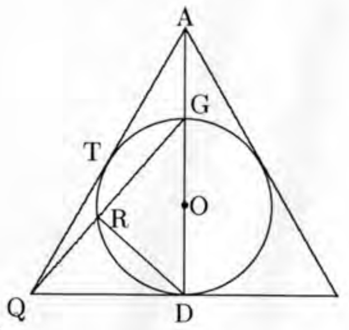
△ABG と △HBC において，

①，④ より，対応する 2 角がそれぞれ等しいので

△ABG ∽ △HBC　(証明終)

〔問2〕	(2)	S：T ＝ 5 ： 4	8

4			点
〔問1〕	(1)	180 度	7
〔問1〕	(2)	9 cm^2	8
〔問2〕解答例	【 途中の式や計算など 】		10



図のような，3 点 A, D, Q を通る平面を考える。

円 O と線分 AQ との接点を T とし，円 O の半径を r cm とすると，　$OT = OD = r$ …①

△OAT と △QAD において，

$\angle OTA = \angle QDA = 90°$，　$\angle OAT = \angle QAD$ (共通)

2 組の角がそれぞれ等しいので　△OAT ∽ △QAD

よって，OT : AO= 1 : 2 であるから，① より，

$AO = 2\,OT = 2r$ …②

①，② より，　$AD = AO + OD = 3r$

$AD = 3\sqrt{3}$ であるから，　$r = \sqrt{3}$

△GQD は $\angle GDQ = 90°$ の直角三角形であるから，

三平方の定理により，

$$GQ^2 = \left(2 \times \sqrt{3}\right)^2 + 3^2 = 21$$

$GQ > 0$ より，　$GQ = \sqrt{21}$

円 O の直径 DG に対する円周角より，　$\angle GRD = 90°$

$QR = x$ cm とする。

△GRD において，三平方の定理により，

$$\begin{aligned}DR^2 &= \left(2 \times \sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{21} - x\right)^2 \\ &= -9 + 2\sqrt{21}x - x^2 \qquad \cdots ③\end{aligned}$$

△QRD において，三平方の定理により，

$$DR^2 = 3^2 - x^2 = 9 - x^2 \qquad \cdots ④$$

③，④ より，　$-9 + 2\sqrt{21}x - x^2 = 9 - x^2$

これを解いて，　$x = \dfrac{3\sqrt{21}}{7}$　(cm)

したがって，線分 QR の長さは $\dfrac{3\sqrt{21}}{7}$ cm

(答え)　$\dfrac{3\sqrt{21}}{7}$　cm