8
|
西

数

学

数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，根号の中は最も小さい整数にしなさい。

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

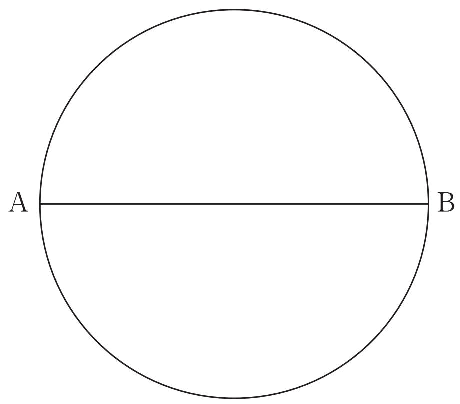
〔問 1〕 $\dfrac{\left(2-\sqrt{2}\right)^2}{2\sqrt{3}} \div \dfrac{1}{\sqrt{6}} - \dfrac{\sqrt{(-12)^2}}{3}$ を計算せよ。

〔問 2〕 2 次方程式 $(x+1)^2-4(x+1)+3=7$ を解け。

〔問 3〕 n，a，b を自然数とする。
n を 6 で割ると商が a で余りが b，n を 8 で割ると商が b で余りが a であるとき，n の値を求めよ。

〔問 4〕 1 から 6 までの目が出る大小 1 つずつのさいころを同時に 1 回投げる。
大きいさいころの出た目の数を一の位の数，小さいさいころの出た目の数を十の位の数とし，百の位の数を 1 として 3 桁の整数 n を作るとき，n が 7 の倍数になる確率を求めよ。
ただし，大小 2 つのさいころはともに，1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問 5〕 右の図は，線分 AB を直径とする円である。
解答欄に示した図をもとにして，4 つの頂点がすべて円周上にあり，4 つの辺のうち 2 つの辺がどちらも直径 AB に平行である正方形を，定規とコンパスを用いて作図せよ。
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



2 右の**図 1** で，点 O は原点，曲線 f は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ，曲線 g は関数 $y=ax^2$ $\left(a>\frac{1}{4}\right)$ のグラフを表している。

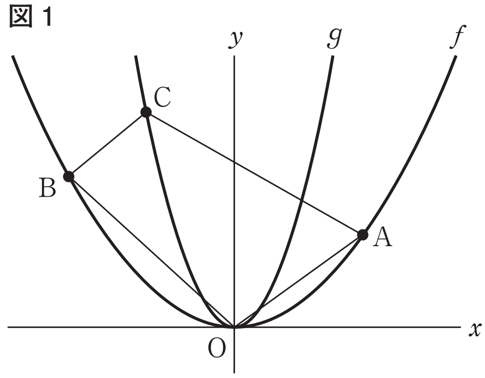
点 A，点 B はともに曲線 f 上にあり，点 A の x 座標は t（$0<t<6$），点 B の x 座標は $t-6$ である。

点 C は曲線 g 上にあり，x 座標は負の数である。

点 O と点 A，点 O と点 B，点 A と点 C，点 B と点 C をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図 1



〔問 1〕 $a=\frac{5}{4}$ のとき，次の (1), (2) に答えよ。

(1) $t=4$，点 C の x 座標が -2 のとき，2 点 A，C を通る直線の式を求めよ。

(2) 四角形 OACB が平行四辺形となるとき，t の値を求めよ。

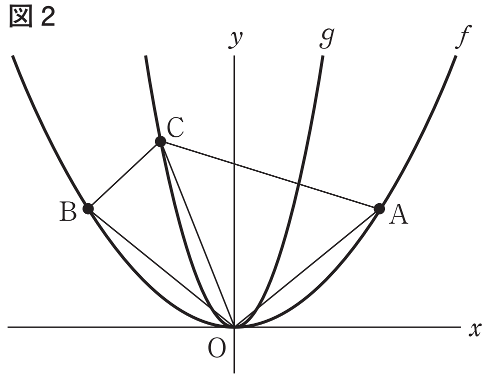
ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

〔問2〕　右の**図2**は，**図1**において，$t = 3$，

点Cのx座標が$-\dfrac{3}{2}$のとき，点Oと点Cを結んだ場合を表している。

△OACの面積と△OCBの面積の比が$2:1$のとき，aの値を求めよ。

図2



3 右の**図１**で，点Ｏは△ABCの３つの頂点Ａ，Ｂ，Ｃを通る円の中心である。

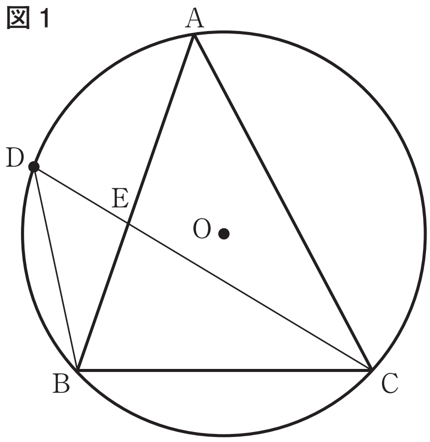
点Ｃを含まない$\overset{\frown}{AB}$上にあり，$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DB}$となる点をＤとする。

頂点Ｂと点Ｄ，頂点Ｃと点Ｄをそれぞれ結ぶ。

辺ABと線分CDとの交点をＥとする。

次の各問に答えよ。

図１

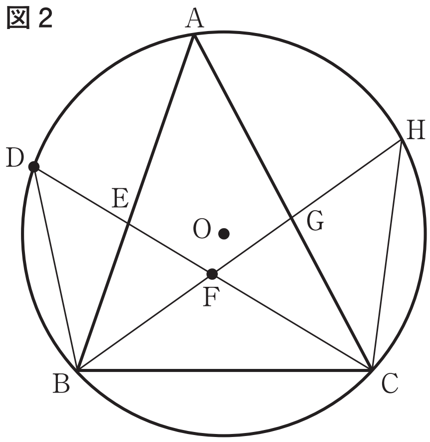


〔問１〕 頂点Ｃを含まない$\overset{\frown}{AB}$の長さと，頂点Ａを含まない$\overset{\frown}{BC}$の長さの比が４：３，頂点Ａを含まない$\overset{\frown}{BC}$の長さと，頂点Ｂを含まない$\overset{\frown}{CA}$の長さの比が３：５のとき，∠AECの大きさは何度か。

〔問 2〕　右の**図 2** は，**図 1** において，線分 CD 上にあり，DF = DB となる点を F とし，頂点 B と点 F を結び，線分 BF を F の方向に延ばした直線と辺 AC との交点を G，円 O との交点を H とし，頂点 C と点 H を結んだ場合を表している。

次の (1)，(2) に答えよ。

図 2



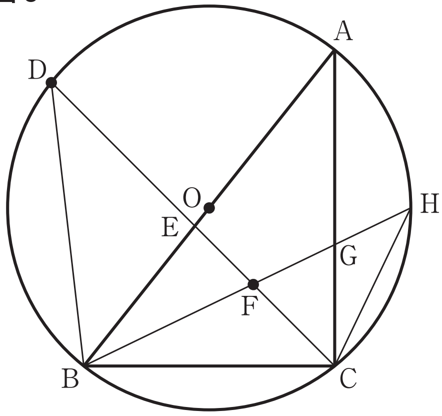
(1)　△ABG ∽ △HBC であることを証明せよ。

(2)　右の**図 3** は，**図 2** において，辺 AB が円 O の直径となる場合を表している。

AB = 10 cm，BC = 6 cm のとき，△ABG の面積を S cm^2，△HBC の面積を T cm^2 とする。

S と T の比を最も簡単な整数の比で表せ。

図 3



4 右の**図1**に示した立体O－ABCは，1辺の長さが60 cmの正四面体である。

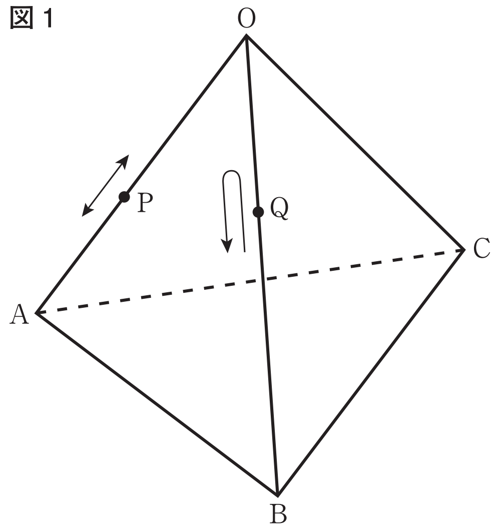
辺OA上にある点をP，辺OB上にある点をQとする。

2点P，Qはそれぞれ次のように動く。

点P：　頂点Oを出発し，辺OA上を毎秒4 cmの速さで進み，頂点Oと頂点Aの間を3往復して頂点Oで止まる。以後，動かない。

点Q：　頂点Bを出発し，辺OB上を毎秒2 cmの速さで進み，頂点Oに到着したら10秒間停止した後，頂点Oを出発し，辺OB上を毎秒2 cmの速さで進み，頂点Bで止まる。以後，動かない。

図1

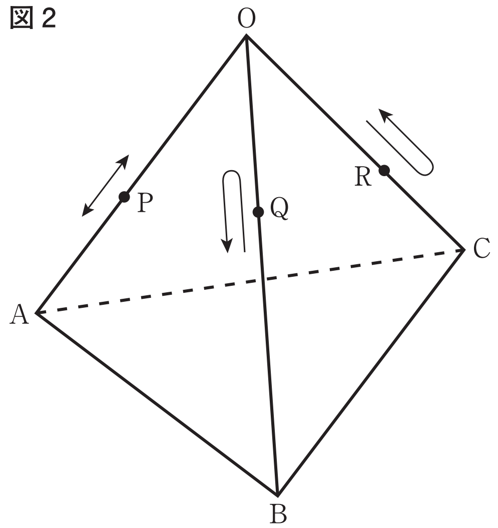


次の各問に答えよ。

〔問1〕　2点P，Qが同時に出発するとき，最初に$OP = 2OQ$となるのは，2点P，Qが同時に出発してから何秒後か。

〔問 2〕　右の**図 2** は，**図 1** において，辺 OC 上にある点を R とした場合を表している。点 R は次のように動く。

図 2



点 R：　頂点 O を出発し，辺 OC 上を一定の速さで進み，頂点 O と頂点 C の間を 1 往復して頂点 O で止まる。以後，動かない。

3 点 P，Q，R が同時に出発してからの時間を x 秒とするとき，次の (1)，(2) に答えよ。

(1)　点 R は毎秒 1 cm の速さで動くものとし，$x = 80$ とする。

点 P と点 Q，点 P と点 R，点 Q と点 R をそれぞれ結んだときにできる立体 O－PQR の体積は，立体 O－ABC の体積の何倍か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

(2)　点 R は，毎秒 a cm の速さで動くものとし，1 往復するのに 2 分以上かかるものとする。

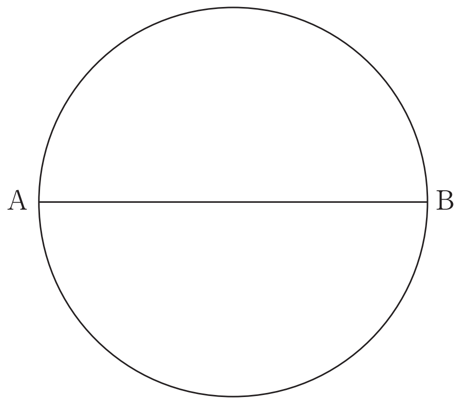
$30 < x < 60$ において，OP = OQ = OR となる x の値が存在するような a の値を求めよ。

解　答　用　紙

数　　学

1

1	点
〔問 1〕	
〔問 2〕	
〔問 3〕 $n =$	
〔問 4〕	
〔問 5〕	



※ ［　］の欄には，記入しないこと

2

2			点
〔問 1〕	(1)	$y =$	
〔問 1〕	(2)	【　途中の式や計算など　】	

(答え)　$t =$

〔問 2〕	$a =$	

3

3			点
〔問 1〕		度	
〔問 2〕	(1)	【　証　　明　】	
〔問 2〕	(2)	S : T　=　　　:	

4

4			点
〔問 1〕		秒後	
〔問 2〕	(1)	【　途中の式や計算など　】	

(答え)　　倍

〔問 2〕	(2)	$a =$	

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4

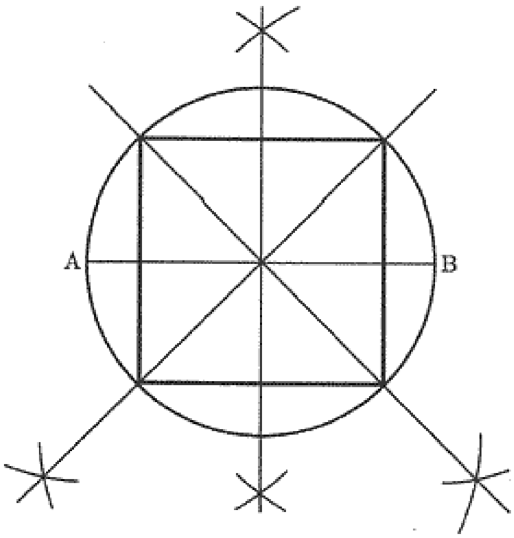
合　計　得　点

受　検　番　号

正答表　数学　(28 − 西)

解　答　用　紙

$\boxed{1}$		点
〔問 1〕	$3\sqrt{2}-8$	5
〔問 2〕	$1\pm2\sqrt{2}$	5
〔問 3〕	$n=47$	5
〔問 4〕	$\dfrac{5}{36}$	5
〔問 5〕 解答例		5



※ □ の欄には、記入しないこと。

数　学

$\boxed{2}$			点
〔問 1〕	(1)	$y=-\dfrac{1}{6}x+\dfrac{14}{3}$	7
〔問 1〕 解答例	(2)	【　途中の式や計算など　】	10

点 A，点 B の座標はそれぞれ $A\left(t,\ \dfrac{1}{4}t^2\right)$，

$B\left(t-6,\ \dfrac{1}{4}(t-6)^2\right)$ と表すことができる。

四角形 OACB は平行四辺形であるから，

(点 C の x 座標)=(点 B の x 座標)+(点 A の x 座標)

$$=2t-6 \qquad \cdots ①$$

(点 C の y 座標)=(点 B の y 座標)+(点 A の y 座標)

$$=\frac{1}{4}(t-6)^2+\frac{1}{4}t^2$$

$$=\frac{1}{2}t^2-3t+9$$

点 C は曲線 g 上にあるから，

$$\frac{1}{2}t^2-3t+9=\frac{5}{4}(2t-6)^2$$

$$t^2-6t+8=0$$

$$(t-2)(t-4)=0$$

よって，　$t=2,\ 4$

これらはともに $0<t<6$ を満たす。

また，点 C の x 座標は ① より，

$t=2$ のとき　-2

$t=4$ のとき　2

点 C の x 座標は負であるから，

$$t=2$$

(答え)　$t=$　2

〔問 2〕	$a=\dfrac{3}{2}$	8

3			点
〔問1〕	105 度		7
〔問2〕解答例	(1)	【 証 明 】	10

△ABG と △HBC において，
$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角は等しいので，

$\angle BAC = \angle BHC$

よって，　$\angle BAG = \angle BHC$　…①

DF=DB より，　$\angle DBF = \angle DFB$　…②

$\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DB}$ より，　$\angle ABD = \angle BCD$　…③

②, ③ より，

$\angle ABG = \angle DBF - \angle ABD$

$= \angle DFB - \angle BCD$

$= \angle HBC$

したがって，　$\angle ABG = \angle HBC$　…④

①, ④ より，2 組の角がそれぞれ等しいので

△ABG ∽ △HBC　(証明終)

〔問2〕	(2)	S : T ＝ 5 : 4	8

4			点
〔問1〕	15 秒後		7
〔問2〕解答例	(1)	【 解 答 例 】	10

点 P は 30 秒で 1 往復しており，80 秒後の頂点 O からの距離は 40 cm

点 Q は 70 秒で 1 往復し，その後は停止して頂点 B の位置にいるので，80 秒後の頂点 O からの距離は 60 cm

点 R は 120 秒で 1 往復し，その後は停止するので，80 秒後の頂点 O からの距離は 40 cm

よって，△OPR は 1 辺の長さが 40 cm の正三角形であるから，△OPR ∽ △OAC であり，相似比は 40 : 60，すなわち 2 : 3 である。

したがって，その面積比は

$\triangle OPR : \triangle OAC = 2^2 : 3^2 = 4 : 9$

三角すい O−PQR の底面を △OPR，
三角すい O−ABC の底面を △OAC とみなせば，
体積比について，

(三角すい O−PQR) : (三角すい O−ABC)

＝ (三角すい B−OPR) : (三角すい B−OAC)

＝ (△OPR の面積) : (△OAC の面積)

＝ 4 : 9

ゆえに，三角すい O−PQR の体積は
三角すい O−ABC の体積の $\frac{4}{9}$ 倍

(答え)	$\frac{4}{9}$	倍

〔問2〕	(2)	$a = \frac{1}{2}$	8