数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7 ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は 50 分で，終わりは**午前 11 時 00 分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，根号の中は最も小さい整数にしなさい。

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

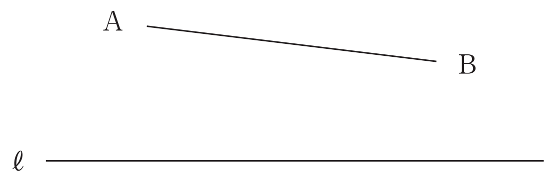
〔問1〕 $\dfrac{(2-\sqrt{2})^2}{2\sqrt{3}} \div \dfrac{1}{\sqrt{6}} - \dfrac{\sqrt{(-12)^2}}{3}$ を計算せよ。

〔問2〕 2次方程式 $(x+1)^2-4(x+1)+3=7$ を解け。

〔問3〕 n，a，b を自然数とする。
n を6で割ると商が a で余りが b，n を8で割ると商が b で余りが a であるとき，n の値を求めよ。

〔問4〕 1から6までの目が出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げる。
大きいさいころの出た目の数を一の位の数，小さいさいころの出た目の数を十の位の数とし，百の位の数を1として3桁の整数 n を作るとき，n が7の倍数になる確率を求めよ。
ただし，大小2つのさいころはともに，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問5〕 右の図のように，線分ABと直線 ℓ がある。
解答欄に示した図をもとにして，頂点Pが直線 ℓ 上にあり，$\angle APB = 90°$ となる直角三角形APBを1つ，定規とコンパスを用いて作図せよ。
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



2 右の**図 1** で，点 O は原点，曲線 f は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ，曲線 g は関数 $y=ax^2$ $\left(a>\frac{1}{4}\right)$ のグラフを表している。

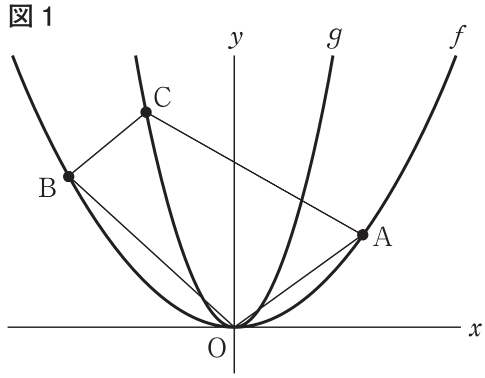
点 A，点 B はともに曲線 f 上にあり，点 A の x 座標は t（$0<t<6$），点 B の x 座標は $t-6$ である。

点 C は曲線 g 上にあり，x 座標は負の数である。

点 O と点 A，点 O と点 B，点 A と点 C，点 B と点 C をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図 1



〔問 1〕 $a=\frac{5}{4}$ のとき，次の (1)，(2) に答えよ。

(1) $t=4$，点 C の x 座標が -2 のとき，2 点 A，C を通る直線の式を求めよ。

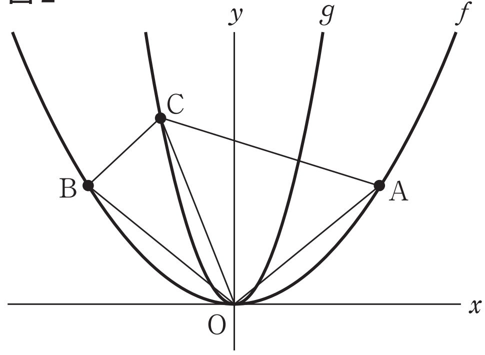
(2) 四角形 OACB が平行四辺形となるとき，t の値を求めよ。
ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

〔問 2〕　右の**図 2** は，**図 1** において，$t=3$，

点 C の x 座標が $-\dfrac{3}{2}$ のとき，点 O と点 C を結んだ場合を表している。

　△OAC の面積と△OCB の面積の比が 2：1 のとき，a の値を求めよ。

図 2



3 右の**図 1** で，点 O は △ABC の 3 つの頂点 A，B，C を通る円の中心である。

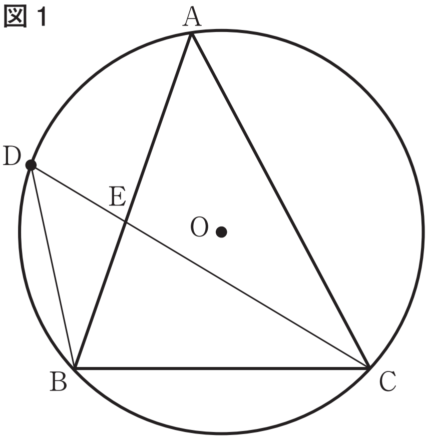
点 C を含まない $\overset{\frown}{AB}$ 上にあり，$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DB}$ となる点を D とする。

頂点 B と点 D，頂点 C と点 D をそれぞれ結ぶ。

辺 AB と線分 CD との交点を E とする。

次の各問に答えよ。

図 1

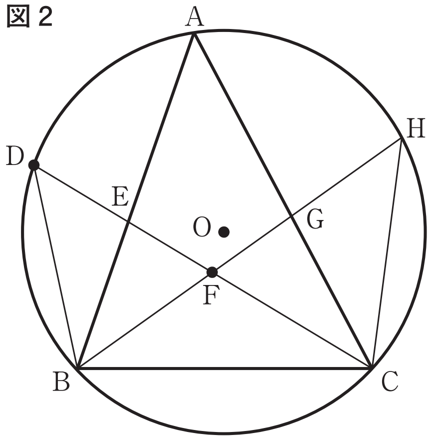


〔問 1〕 頂点 C を含まない $\overset{\frown}{AB}$ の長さと，頂点 A を含まない $\overset{\frown}{BC}$ の長さの比が 4：3，頂点 A を含まない $\overset{\frown}{BC}$ の長さと，頂点 B を含まない $\overset{\frown}{CA}$ の長さの比が 3：5 のとき，∠AEC の大きさは何度か。

〔問 2〕　右の**図 2** は，**図 1** において，線分 CD 上にあり，DF = DB となる点を F とし，頂点 B と点 F を結び，線分 BF を F の方向に延ばした直線と辺 AC との交点を G，円 O との交点を H とし，頂点 C と点 H を結んだ場合を表している。

次の (1)，(2) に答えよ。

図 2



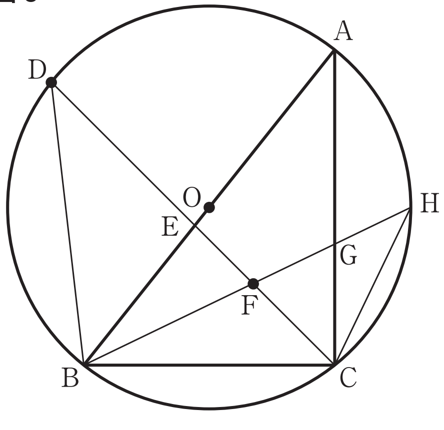
(1)　△ABG ∽ △HBC であることを証明せよ。

(2)　右の**図 3** は，**図 2** において，辺 AB が円 O の直径となる場合を表している。

AB = 10 cm，BC = 6 cm のとき，△ABG の面積を S cm^2，△HBC の面積を T cm^2 とする。

S と T の比を最も簡単な整数の比で表せ。

図 3



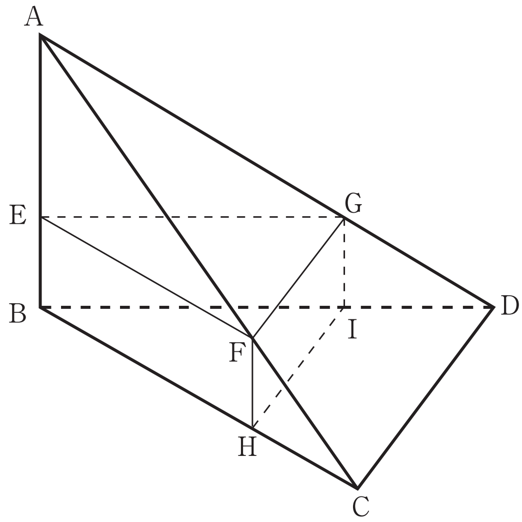
4 右の**図1**に示した立体 A－BCD は，
AB = 6 cm，BC = 8 cm，CD = 6 cm，
BD = 10 cm，∠ABC = ∠ABD = 90°
の三角すいである。

立体 EFG－BHI は，点 E，点 F，点 G，点 H，点 I が，それぞれ辺 AB，辺 AC，辺 AD，辺 BC，辺 BD 上にある三角柱である。

AE = x cm とする。

次の各問に答えよ。

図1

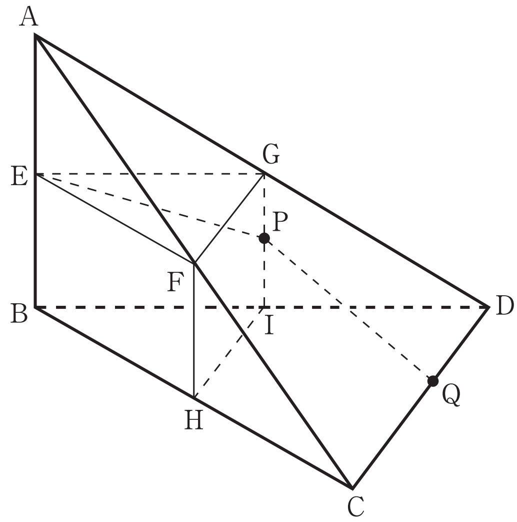


〔問1〕 立体 A－BCD の表面積は何 cm^2 か。

〔問2〕 立体 A－EFG の体積を V cm^3，立体 FG－HCDI の体積を W cm^3 とする。
V：W = 1：2 のとき，x の値を求めよ。
ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

〔問 3〕　右の**図 2** は，**図 1** において，
$x=3$ のとき，線分 GI 上にある
点を P，辺 CD 上にある点を Q とし，
点 E と点 P，点 P と点 Q をそれぞれ
結んだ場合を表している。
　EP + PQ = ℓ cm とする。
　ℓ の値が最も小さくなるとき，
ℓ の値を求めよ。

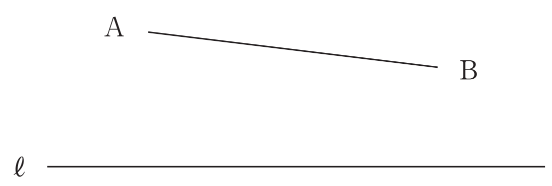
図 2



解答用紙　数学

1

		点
〔問 1〕		
〔問 2〕		
〔問 3〕	$n =$	
〔問 4〕		
〔問 5〕		



2

			点
〔問 1〕	(1)	$y =$	
〔問 1〕	(2)	【　途中の式や計算など　】	

（答え）　$t =$

〔問 2〕	$a =$	

3

			点
〔問 1〕		度	
〔問 2〕	(1)	【　証　明　】	
〔問 2〕	(2)	S : T　=　　：	

4

		点
〔問 1〕	cm^2	
〔問 2〕	【　途中の式や計算など　】	

（答え）　$x =$

〔問 3〕	$\ell =$	

※ 　の欄には，記入しないこと

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4

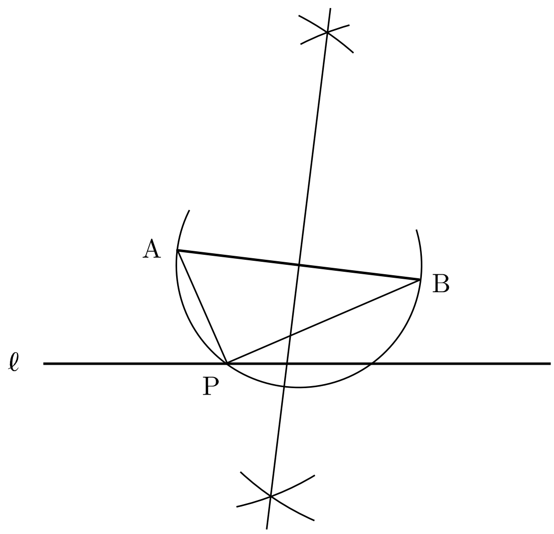
合計得点	受検番号

正答表　数学　(28 － 日)

解　答　用　紙

数　学

1		点
〔問 1〕	$3\sqrt{2}-8$	5
〔問 2〕	$1 \pm 2\sqrt{2}$	5
〔問 3〕	$n=47$	5
〔問 4〕	$\frac{5}{36}$	5
〔問 5〕解答例		5



2			点
〔問 1〕	(1)	$y=-\frac{1}{6}x+\frac{14}{3}$	7
〔問 1〕解答例	(2)	【　途中の式や計算など　】	10

点 A，点 B の座標はそれぞれ $A\left(t,\ \frac{1}{4}t^2\right)$，

$B\left(t-6,\ \frac{1}{4}(t-6)^2\right)$ と表すことができる。

四角形 OACB は平行四辺形であるから，

(点 C の x 座標)=(点 B の x 座標)+(点 A の x 座標)

$$=2t-6 \quad \cdots ①$$

(点 C の y 座標)=(点 B の y 座標)+(点 A の y 座標)

$$=\frac{1}{4}(t-6)^2+\frac{1}{4}t^2$$

$$=\frac{1}{2}t^2-3t+9$$

点 C は曲線 g 上にあるから，

$$\frac{1}{2}t^2-3t+9=\frac{5}{4}(2t-6)^2$$

$$t^2-6t+8=0$$

$$(t-2)(t-4)=0$$

よって，　$t=2,\ 4$

これらはともに $0<t<6$ を満たす。

また，点 C の x 座標は ① より，

$t=2$ のとき　-2

$t=4$ のとき　2

点 C の x 座標は負であるから，

$t=2$

(答え)　$t=$　2

〔問 2〕		$a=\frac{3}{2}$	8

※ □ の欄には、記入しないこと。

小計1	小計2	小計3	小計4

合計得点	受検番号

3

			点
〔問 1〕	105 度		7
〔問 2〕解答例	(1)	【 証 明 】	10

$\triangle$ABG と $\triangle$HBC において，
$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ に対する円周角は等しいので，

$\angle$BAC$=\angle$BHC

よって，　$\angle$BAG$=\angle$BHC　$\cdots$ ①

DF=DB より，　$\angle$DBF$=\angle$DFB　$\cdots$ ②

$\overset{\frown}{\mathrm{AD}}=\overset{\frown}{\mathrm{DB}}$ より，　$\angle$ABD$=\angle$BCD　$\cdots$ ③

②, ③ より，

$$\begin{aligned}\angle\mathrm{ABG}&=\angle\mathrm{DBF}-\angle\mathrm{ABD}\\&=\angle\mathrm{DFB}-\angle\mathrm{BCD}\\&=\angle\mathrm{HBC}\end{aligned}$$

したがって，　$\angle$ABG$=\angle$HBC　$\cdots$ ④

①，④ より，2 組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle$ABG ∽ $\triangle$HBC　(証明終)

〔問 2〕	(2)	S ：T ＝ 5 ： 4	8

4

		点
〔問 1〕	108 cm^2	7
〔問 2〕解答例	【 途中の式や計算など 】	10

BC$=8$, CD$=6$, BD$=10$ より

$$\mathrm{BC}^2+\mathrm{CD}^2=\mathrm{BD}^2$$

が成り立つので　$\angle$BCD$=90°$

(三角すい A−BCD の体積)

$$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times\mathrm{BC}\times\mathrm{CD}\right)\times\mathrm{AB}$$
$$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times8\times6\times6$$
$$=48$$

三角すい A−EFG の体積 V について，

$\triangle$AEF ∽ $\triangle$ABC であるから，

$$\mathrm{EF}=\mathrm{BC}\times\frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AB}}=\frac{4}{3}x$$

$\triangle$EFG ∽ $\triangle$BCD であるから，

$$\mathrm{FG}=\mathrm{EF}\times\frac{\mathrm{CD}}{\mathrm{BC}}=\frac{4}{3}x\times\frac{6}{8}=x$$

よって，

$$V=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times\mathrm{EF}\times\mathrm{FG}\right)\times\mathrm{AE}$$
$$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}x\times x\times x$$
$$=\frac{2}{9}x^3$$

立体 FG−HCDI の体積 W について，

(三角柱 EFG-BHI の体積)

$$=\left(\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}x\times x\right)\times(6-x)$$
$$=4x^2-\frac{2}{3}x^3$$

よって，

$W=$(三角すい A-BCD の体積) $-\ V\ -$(三角柱 EFG-BHI の体積)

$$=48-\frac{2}{9}x^3-\left(4x^2-\frac{2}{3}x^3\right)$$
$$=\frac{4}{9}x^3-4x^2+48$$

$V:W=1:2$ のとき，$2V=W$ であるから，

$$\frac{2}{9}x^3\times2=\frac{4}{9}x^3-4x^2+48$$

整理すると　$x^2=12$

$0<x<6$ であるから，　$x=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

(答え)　$x=$ $2\sqrt{3}$

〔問 3〕	$\ell=3\sqrt{10}$	8