8
|
立

数

学

数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。**また，根号の中は最も小さい整数にしなさい。

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $3+\dfrac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2}{2\sqrt{3}}\div\dfrac{1}{6}$ を計算せよ。

〔問2〕 2次方程式 $(x+1)^2-4(x+1)+3=7$ を解け。

〔問3〕 連立方程式 $\begin{cases}2x+8y=5\\3x=5y-1\end{cases}$ を解け。

〔問4〕 1から6までの目が出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げる。

大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，

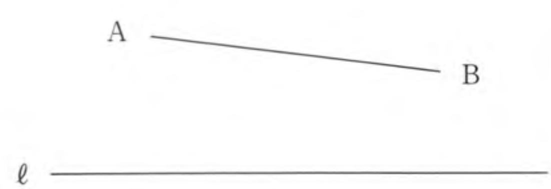
$\dfrac{a+3}{b}$ の値が整数になる確率を求めよ。

ただし，大小2つのさいころはともに，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問5〕 右の図のように，線分ABと直線 ℓ がある。

解答欄に示した図をもとにして，頂点Pが直線 ℓ 上にあり，$\angle APB=90^\circ$ となる直角三角形APBを1つ，定規とコンパスを用いて作図せよ。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



2 右の**図1**で，点Oは原点，曲線 f は関数 $y=x^2$ のグラフを表している。

曲線 f 上にあり x 座標が正の数である点をPとする。

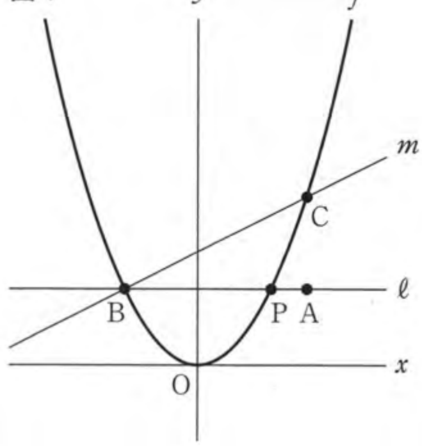
点Pを通り x 軸に平行な直線を ℓ とする。

直線 ℓ 上にあり x 座標が点Pの x 座標より $k\ (k>0)$ だけ大きい点をA，直線 ℓ と曲線 f との交点のうち x 座標が負の数である点をB，曲線 f 上にあり x 座標が点Aの x 座標と等しい点をCとする。

2点B，Cを通る直線を m とする。

次の各問に答えよ。

図1

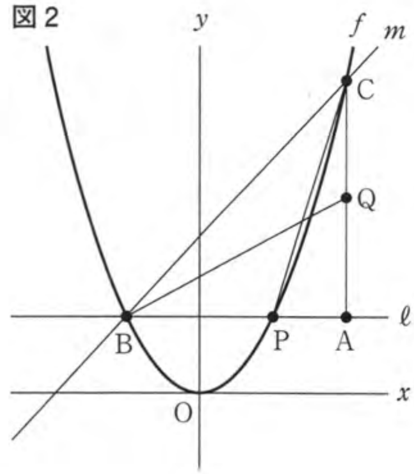


〔問1〕 $k=\frac{1}{2}$，点Aの y 座標が1であるとき，直線 m の傾きを求めよ。

〔問2〕　右の**図2**は，**図1**において，点Aと点C，点Cと点Pをそれぞれ結び，線分AC上にある点をQとし，点Bと点Qを結んだ場合を表している。

次の (1)，(2) に答えよ。

図2



(1)　点Pのx座標が2，直線mの傾きが2で，△PCBの面積と△QCBの面積が等しいとき，2点B，Qを通る直線の式を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

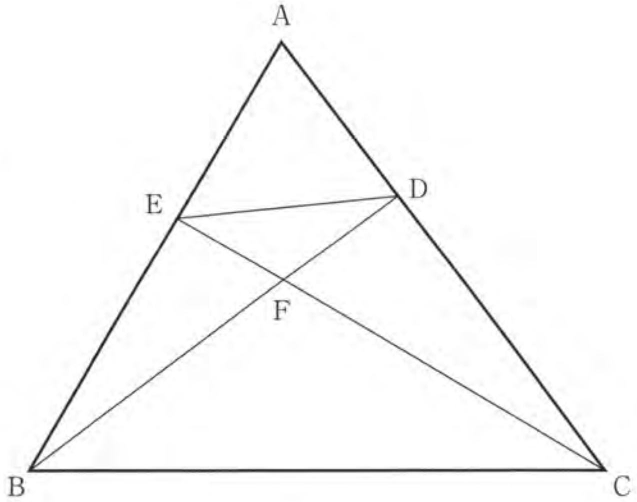
(2)　直線mの傾きが1，点Qが線分ACの中点であり，2点P，Qを通る直線の傾きが2であるとき，点Aの座標を求めよ。

3 右の図で，△ABC は鋭角三角形である。

頂点 B から辺 AC に垂線を引き，辺 AC との交点を D，頂点 C から辺 AB に垂線を引き，辺 AB との交点を E，線分 BD と線分 CE との交点を F とする。

点 D と点 E を結ぶ。

次の各問に答えよ。



〔問 1〕 ∠BAC = $a°$ とするとき，∠BFC の大きさを a を用いた式で表せ。

〔問 2〕　$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ であることを証明せよ。

〔問 3〕　$AB = 13$ cm，$AC = 14$ cm，$BC = 15$ cm のとき，線分 DE の長さは何 cm か。

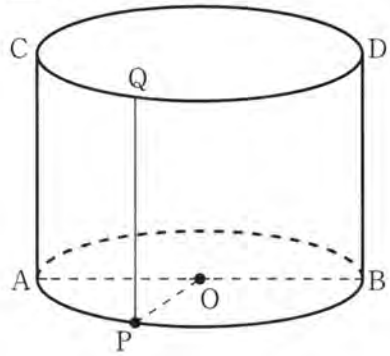
4 右の**図1**に示した立体は，底面が直径 8 cm の円，高さが 6 cm の円柱である。円柱の下の底面である円の中心を O とする。

線分 AB は円 O の直径であり，$\overset{\frown}{AB}$ 上にある点を P とし，点 O と点 P を結ぶ。

点 A から上の底面に垂線を引き，上の底面との交点を C，点 B から上の底面に垂線を引き，上の底面との交点を D，点 P から上の底面に垂線を引き，上の底面との交点を Q とする。

次の各問に答えよ。

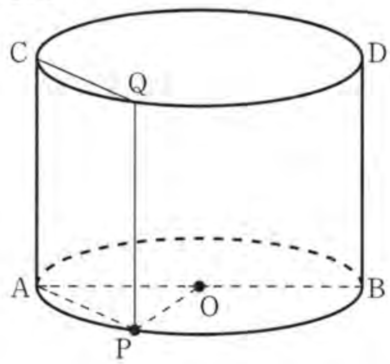
図1



〔問1〕 右の**図2**は，**図1**において，点 A と点 P，点 C と点 Q をそれぞれ結んだ場合を表している。

四角形 APQC の面積が 24 cm^2 のとき，△AOP の内角である∠AOP の大きさは何度か。

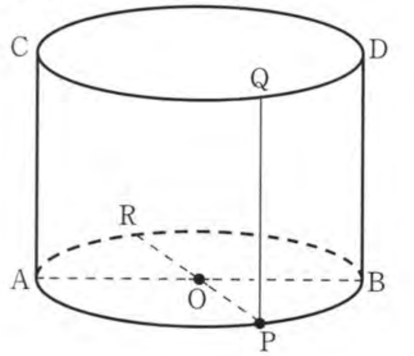
図2



〔問 2〕 右の**図 3** は，**図 1** において，線分 PO を O の方向に延ばした直線を引き，点 P を含まない $\overset{\frown}{AB}$ との交点を R とした場合を表している。

次の (1)，(2) に答えよ。

図 3

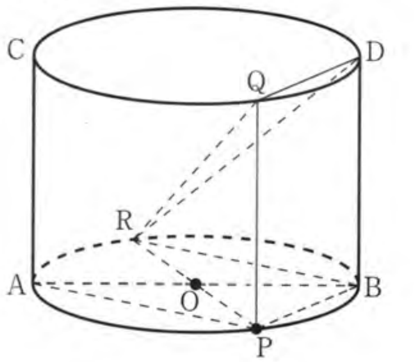


(1) 右の**図 4** は，**図 3** において，点 A と点 P，点 B と点 P，点 B と点 R，点 D と点 Q，点 D と点 R，点 Q と点 R をそれぞれ結んだ場合を表している。

AP = 6 cm のとき，四角すい R − PBDQ の体積は何 cm^3 か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

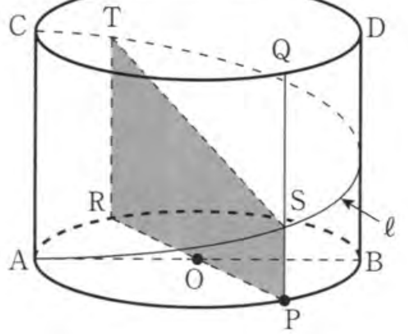
図 4



(2) 右の**図 5** は，**図 3** において，点 A から線分 PQ，線分 BD の順に交わるように円柱の側面上を 1 周して，点 C に至る最短の線 ℓ を引き，線分 PQ と ℓ との交点を S，点 R を通り線分 AC に平行な直線を引き，ℓ との交点を T とし，点 S と点 T を結んだ場合を表している。

∠AOP = 144° のとき，四角形 PSTR の面積は何 cm^2 か。

図 5

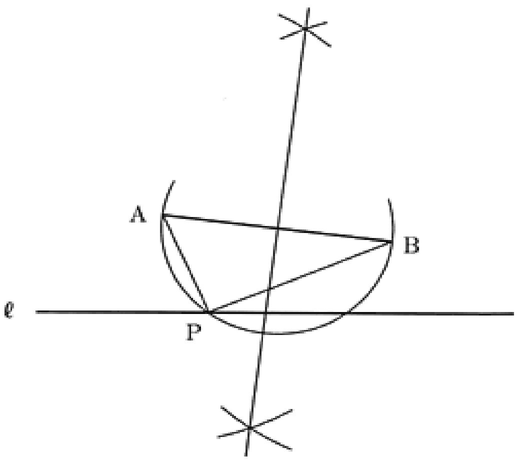


正答表　数学　(28 − 立)

解　答　用　紙

数　学

1		点
〔問 1〕	$8\sqrt{3}-9$	5
〔問 2〕	$1\pm 2\sqrt{2}$	5
〔問 3〕	$x=\frac{1}{2},\quad y=\frac{1}{2}$	5
〔問 4〕	$\frac{5}{12}$	5
〔問 5〕解答例		5



2			点
〔問 1〕	$\frac{1}{2}$		7
〔問 2〕解答例	(1)	【　途中の式や計算など　】	10

P(2, 4) であるから，B(−2, 4) であり，

$A(2+k,\ 4)$，$C(2+k,\ (2+k)^2)$

と表すことができる。

直線 m の傾きは 2 であるから，$BA : AC = 1 : 2$

さらに，

$BA = (2+k)-(-2) = k+4$

$AC = (2+k)^2-4 = k^2+4k$

よって，

$(k+4) : (k^2+4k) = 1 : 2$

$k^2+4k = 2(k+4)$

$k^2+2k-8 = (k+4)(k-2) = 0$

$k>0$ より，　$k=2$

△PCB= △QCB より，直線 m と直線 PQ の傾きは等しい。よって，直線 PQ の傾きは 2 である。

P(2, 4)，A(4, 4) より，　Q(4, 8)

直線 BQ の式を $y=px+q$ とすると，

$$\begin{cases} 4=-2p+q \\ 8=4p+q \end{cases}$$

これを解いて，　$p=\frac{2}{3}$，$q=\frac{16}{3}$

したがって，直線 BQ の式は

$$y=\frac{2}{3}x+\frac{16}{3}$$

(答え)　$y=\frac{2}{3}x+\frac{16}{3}$

〔問 2〕	(2)	$\left(\frac{5}{2},\ \frac{9}{4}\right)$	8

※ □ の欄には、記入しないこと。

小計1	小計2	小計3	小計4

合計得点	受検番号

3		点
〔問 1〕	(180 − a) 度	7
〔問 2〕 解答例	【 証 明 】	10

$\angle$BEC= $\angle$BDC= 90° から，
円周角の定理の逆により，
4 点 B, C, D, E は BC を直径とする円周上にある。
$\overset{\frown}{\mathrm{BE}}$ に対する円周角は等しいので，

$\angle$BDE= $\angle$BCE

さらに，

$\angle$ABC = 90° − $\angle$BCE
$\angle$ADE = 90° − $\angle$BDE

よって，

$\angle$ABC= $\angle$ADE ··· ①

△ABC と △ADE において，

$\angle$A は共通 ··· ②

①，② より，2 組の角がそれぞれ等しいので

△ABC ∽ △ADE

〔問 3〕	$\dfrac{75}{13}$ cm	8

4			点
〔問 1〕	60 度		7
〔問 2〕 解答例	(1)	【 途中の式や計算など 】	10

線分 AB は底面の円の直径であるから，

$\angle$APB= 90°

△APB は，$\angle$APB= 90°，AB= 8cm，AP= 6cm
の直角三角形であるから，

BP= $\sqrt{8^2-6^2} = 2\sqrt{7}$

同様に，$\angle$PBR= 90°，BR= 6cm である。

辺 BD は底面に垂直であるから，辺 BR は面 PBDQ
に垂直である。
四角形 PBDQ の面積は，

BP × BD = $2\sqrt{7} \times 6 = 12\sqrt{7}$

したがって，四角すい R−PBDQ の体積は，

$\dfrac{1}{3} \times 12\sqrt{7} \times 6 = 24\sqrt{7}$ (cm³)

(答え) $24\sqrt{7}$ cm³

〔問 2〕	(2)	$\dfrac{156}{5}$ cm²	8