数　　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7 ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は 50 分で，終わりは**午前 11 時 00 分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　計算が必要なときは，この問題用紙の余白を利用しなさい。

5　答えは全て解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

6　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，**根号の中は最も小さい自然数にしなさい。**

7　答えに分数が含まれるときは，**それ以上約分できない形で表しなさい。**

8　答えを直すときは，きれいに消してから，新しい答えを書きなさい。

9　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

〔問１〕 $\left\{-1-\dfrac{3}{2^2}\times\left(1-\dfrac{1}{3}\right)\right\}^2\div 0.25$ を計算せよ。

〔問２〕 $\sqrt{28}-\dfrac{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}{\sqrt{7}}$ を計算せよ。

〔問３〕 連立方程式 $\begin{cases}\dfrac{1}{2}x-\dfrac{2}{3}(y+1)=3\\ 2(x-y)=-y+8\end{cases}$ を解け。

〔問４〕 二次方程式 $(x-4)(2x+1)=(x-2)^2+3x$ を解け。

〔問５〕 １から６までの目の出る大小１つずつのさいころを同時に１回投げる。

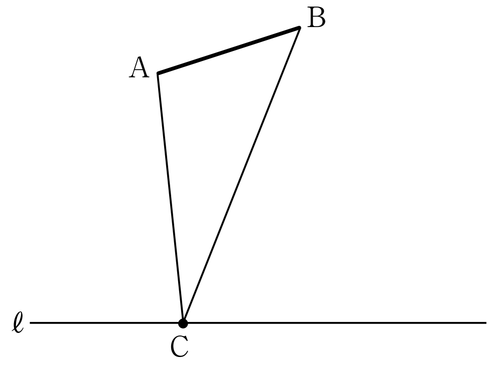
大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，$\dfrac{1}{3}\leqq\dfrac{a}{b}<2$ となる確率を求めよ。

ただし，大小２つのさいころはともに，１から６までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問６〕 右の図で，線分ＡＢ は直線 ℓ と交わらない線分であり，△ＡＣＢ は直線 ℓ 上にある点Ｃと点Ａ，点Ｃと点Ｂをそれぞれ結んでできる三角形である。

解答欄に示した図をもとにして，直線 ℓ 上にあり，∠ＡＰＢ＝∠ＡＣＢとなる点Ｐを，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点Ｐの位置を示す文字Ｐも書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



2 右の**図 1** で，点 O は原点，曲線 ℓ は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。

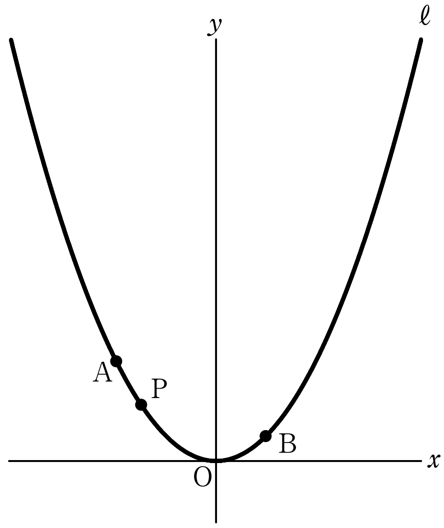
点 A，点 B はともに曲線 ℓ 上にあり，x 座標はそれぞれ -4，2 である。

曲線 ℓ 上にある点を P とする。

点 O から点 (1，0) までの距離，および点 O から点 (0，1) までの距離をそれぞれ 1 cm とする。

次の各問に答えよ。

図 1

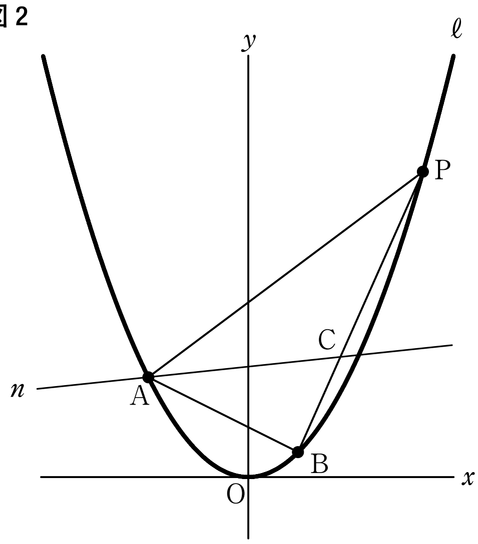


〔問 1〕 点 P の x 座標が -4 から 0 まで変化するとき，2 点 B，P を通る直線の傾きを m とする。
m のとる値が最も大きくなるとき，m の値を求めよ。

〔問 2〕 右の**図 2** は，**図 1** において，点 P の x 座標が 2 より大きいとき，点 A と点 B，点 B と点 P，点 P と点 A をそれぞれ結び，$\angle$PAB を二等分する直線を n とし，直線 n と線分 BP との交点を C とした場合を表している。

点 P の x 座標が 6 のとき，点 C の座標を求めよ。

図 2

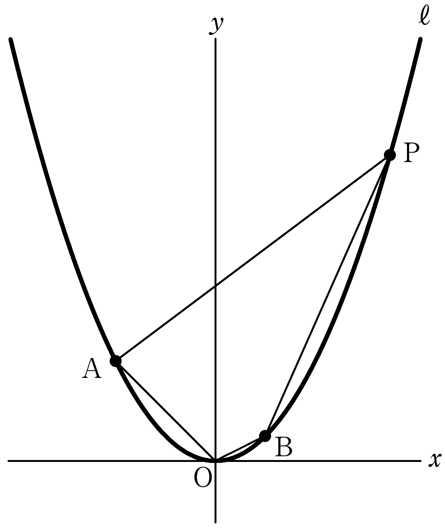


〔問３〕　右の**図３**は，**図１**において，点Ｐのx座標が２より大きいとき，点Ｏと点Ｂ，点Ｂと点Ｐ，点Ｐと点Ａ，点Ａと点Ｏをそれぞれ結んだ場合を表している。

四角形ＯＢＰＡの面積が$60\,\mathrm{cm}^2$のとき，点Ｐのx座標を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図３



3　右の**図1**で，点Oは線分ＡＢを直径とする円の中心である。

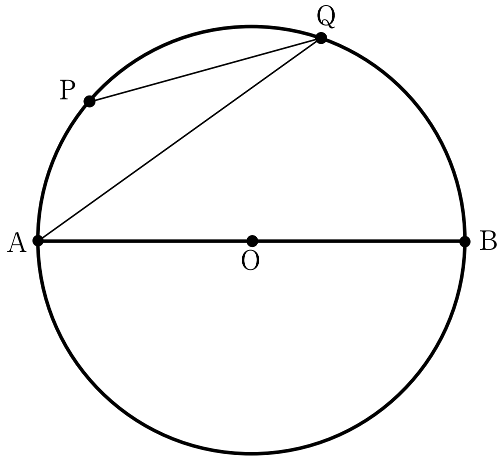
点Ｐは円周上にある点で，点A，点Bのいずれにも一致しない。

点Ｑは点Aを含まない$\overset{\frown}{\mathrm{PB}}$上にある点で，点B，点Ｐのいずれにも一致しない。

点Ａと点Q，点Ｐと点Ｑをそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図1



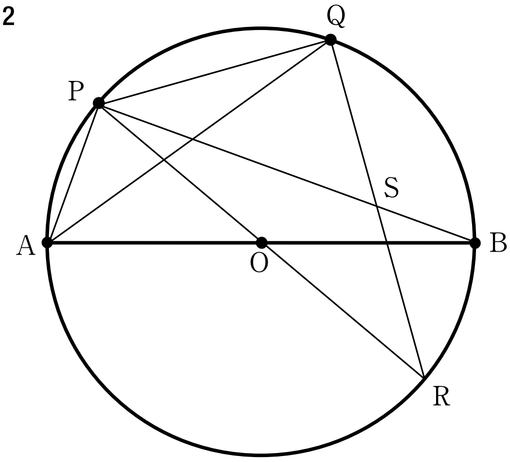
〔問１〕　**図1**において，$\overset{\frown}{\mathrm{AP}}:\overset{\frown}{\mathrm{PB}}=1:5$ のとき，$\angle$ＡＱＰの大きさは何度か。

ただし，$\overset{\frown}{\mathrm{AP}}$は点Ｂを含まない弧であり，$\overset{\frown}{\mathrm{PB}}$は点Ａを含まない弧である。

〔問２〕 右の**図２**は，**図１**において，点Ａと点Ｐ，点Ｂと点Ｐ，点Ｐと点Ｏをそれぞれ結び，線分ＰＯをＯの方向に延ばした直線と円Ｏとの交点をＲとし，点Ｑと点Ｒを結び，線分ＢＰと線分ＱＲの交点をＳとした場合を表している。

次の①，②に答えよ。

図２



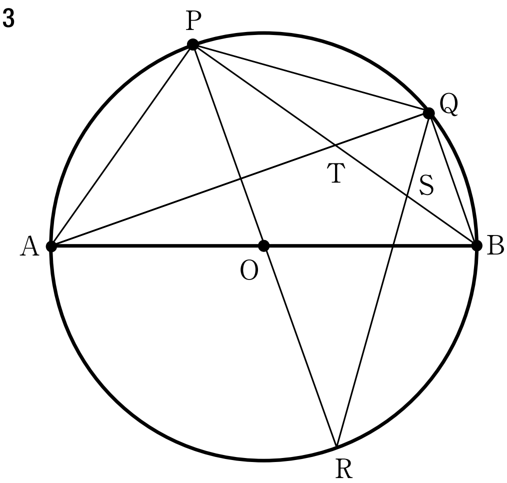
① △ＡＱＰ∽△ＲＰＳであることを証明せよ。

② 右の**図３**は，**図２**において，点Ｂと点Ｑを結び，線分ＡＱと線分ＢＰの交点をＴとし，点Ｔが線分ＢＰの中点となる場合を表している。

ＢＱ＝２cm，ＡＢ＝６cm のとき，

△ＲＰＳの面積は何 cm^2 か。

図３



4 右の**図１**に示した立体Ｏ－ＡＢＣは，１辺の長さが10 cm の正四面体である。

点Ｐは，辺ＯＡ上にある点で，頂点Ｏ，頂点Ａのいずれにも一致しない。

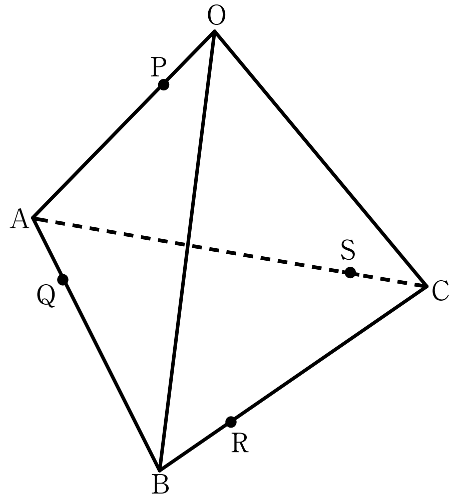
点Ｑは，辺ＡＢ上にある点で，頂点Ａ，頂点Ｂのいずれにも一致しない。

点Ｒは，辺ＢＣ上にある点で，頂点Ｂ，頂点Ｃのいずれにも一致しない。

点Ｓは，辺ＣＡ上にある点で，頂点Ｃ，頂点Ａのいずれにも一致しない。

次の各問に答えよ。

図１



〔問１〕 **図１**において，点Ｐと点Ｑ，点Ｑと点Ｒ，点Ｒと点Ｓをそれぞれ結んだ場合を考える。

ＰＱ＋ＱＲ＋ＲＳ＝ℓ cm とする。

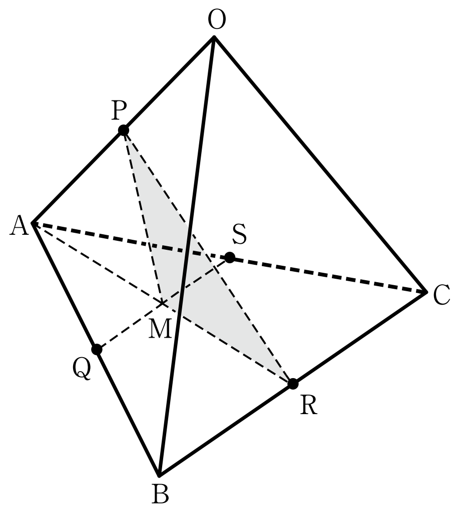
ＡＰ＝6 cm，ＣＳ＝2 cm のとき，ℓの値が最も小さくなるようなℓの値を求めよ。

〔問２〕 右の**図２**は，**図１**において，点Ｐ，点Ｑ，点Ｒ，点Ｓはそれぞれ辺ＯＡ，辺ＡＢ，辺ＢＣ，辺ＣＡの中点とし，点Ａと点Ｒ，点Ｑと点Ｓをそれぞれ結び，線分ＡＲと線分ＱＳの交点をＭとし，点Ｐと点Ｍ，点Ｐと点Ｒをそれぞれ結んだ場合を表している。

△ＰＭＲの面積は何 cm^2 か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，図や途中の式，計算などもかけ。

図２

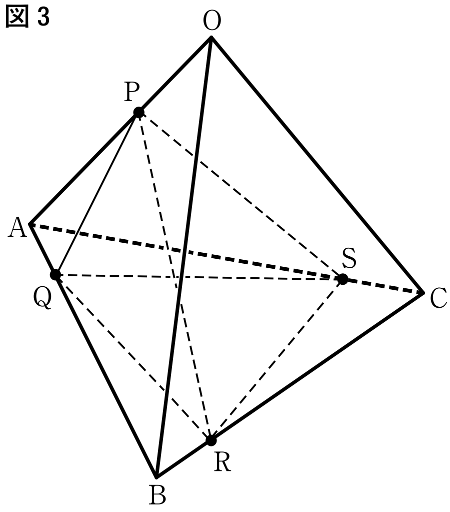


〔問３〕　右の**図３**は，**図１**において，点Ｐと点Ｑ，点Ｐと点Ｒ，点Ｐと点Ｓ，点Ｑと点Ｒ，点Ｑと点Ｓ，点Ｒと点Ｓをそれぞれ結んだ場合を表している。

正四面体Ｏ－ＡＢＣの体積を V cm^3，三角すいＰ－ＱＲＳの体積を W cm^3 とする。

ＯＰ＝4 cm，ＡＱ＝2 cm，ＢＲ＝2 cm，ＣＳ＝2 cm のとき，W は V の何倍か。

図３



解 答 用 紙　　数　　学

1

〔問 1〕

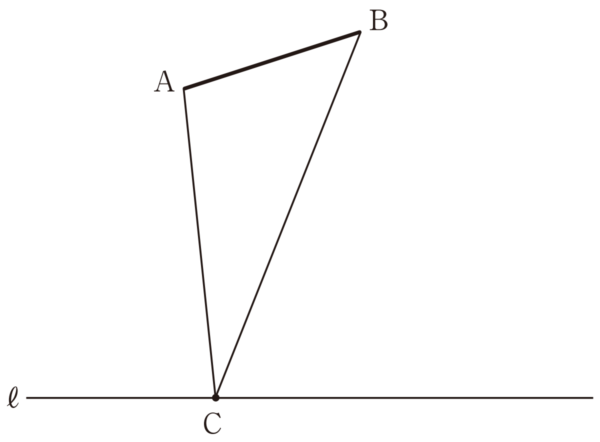
〔問 2〕

〔問 3〕 $x =$ 　　, $y =$

〔問 4〕

〔問 5〕

〔問 6〕 【 作　　図 】



2

〔問 1〕 $m =$

〔問 2〕 C （　　　,　　　）

〔問 3〕 【 途中の式や計算など 】

（答え）

3

〔問 1〕 　　度

〔問 2〕 ① 【 証　　明 】

〔問 2〕 ② 　　cm^2

4

〔問 1〕 $\ell =$

〔問 2〕 【 図や途中の式，計算など 】

（答え）　　cm^2

〔問 3〕 　　倍

※ の欄には，記入しないこと。

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4

受　検　番　号

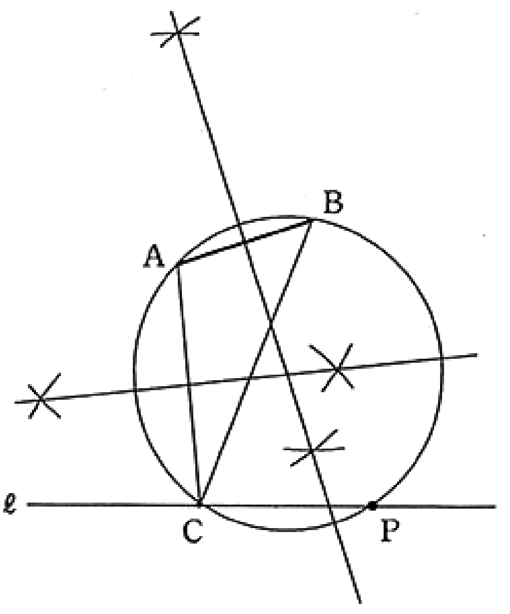
合計得点

正答表　　数　学

1

〔問1〕	9	問1 6
〔問2〕	$\sqrt{7}$	問2 6
〔問3〕	$x=\ 2\ ,\ y=\ -4$	問3 6
〔問4〕	$3\pm\sqrt{17}$	問4 6
〔問5〕	$\frac{2}{3}$	問5 6
〔問6〕	【 作　図 】	問6 7

解答例



2

〔問1〕	$m=\ \frac{1}{2}$	問1 6
〔問2〕	C（ $\frac{7}{2}$ ， 4 ）	問2 6
〔問3〕	【 途中の式や計算など 】	問3 9

解答例

点Pのx座標をt $(t>2)$ とおくと，$P\left(t, \frac{1}{4}t^2\right)$ である。

点Pを通り直線ABに平行な直線をgとする。

直線ABの傾きは$-\frac{1}{2}$より，

直線gの式は　$y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}t^2+\frac{1}{2}t$となる。

直線gとy軸との交点をQとすると

$Q\left(0, \frac{1}{4}t^2+\frac{1}{2}t\right)$である。

ここでAB$/\!/g$より，△PAB＝△QABとなるので，

四角形OBPAの面積と四角形OBQAの面積は等しい。

（四角形OBQAの面積）

＝△AOQ＋△BOQ

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{4}t^2+\frac{1}{2}t\right)\times 4+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{4}t^2+\frac{1}{2}t\right)\times 2$

$=\frac{3}{4}t^2+\frac{3}{2}t$

四角形OBPAの面積は60cm^{2}より，

$\frac{3}{4}t^2+\frac{3}{2}t=60$

$t^2+2t-80=0$

$(t+10)(t-8)=0$

よって，$t=-10, 8$

$t>2$ より　$t=8$

以上より，点Pのx座標は　8 答

（答え）　8

※ ▒ の欄には，記入しないこと。

小計1	小計2
37	21

3

〔問1〕	15 度		問1 6
〔問2〕	①	【 証　明 】	問2① 9

解答例

△AQPと△RPSにおいて,

$\overset{\frown}{PQ}$に対する円周角は等しいので,

$\angle PAQ = \angle PRQ$

すなわち, $\angle PAQ = \angle SRP$ ……①

対頂角は等しいので, $\angle AOP = \angle BOR$ ……②

円周角の定理より, $\angle AQP = \dfrac{1}{2}\angle AOP$ ……③

$\angle BPR = \dfrac{1}{2}\angle BOR$ ……④

②, ③, ④より, $\angle AQP = \angle BPR$

すなわち, $\angle AQP = \angle RPS$ ……⑤

①, ⑤より, 2組の角がそれぞれ等しいから

△AQP∽△RPS 答

〔問2〕	②	$\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$ cm²	問2② 6

4

〔問1〕	$\ell = 4\sqrt{13}$	問1 6
〔問2〕	【 図や途中の式, 計算など 】	問2 9

解答例

△ABCにおいて, 点Q, Sはそれぞれ辺AB, 辺ACの中点なので, 中点連結定理より, QS∥BC

よって, △ABRにおいて, QM∥BRであるから,

AM:MR = AQ:QB = 1:1

$\triangle PMR = \dfrac{1}{2}\triangle PAR$ …①

また, △ABCは正三角形なので, AB = 10 (cm)

AB: AR = 2: $\sqrt{3}$ より, AR = $5\sqrt{3}$ (cm)

同様に, OR = $5\sqrt{3}$ (cm)

よって, △OARはAR = OR = $5\sqrt{3}$ (cm)

の二等辺三角形である。

点Pは辺OAの中点より, OA⊥RPである。

△PARにおいて, 三平方の定理より,

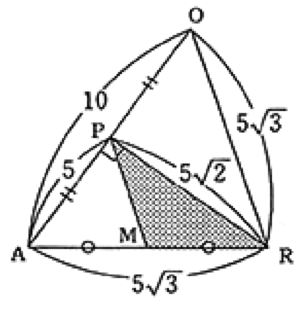
$RP^2 = (5\sqrt{3})^2 - 5^2 = 50$

RP > 0 より, RP = $5\sqrt{2}$ (cm)

ゆえに, $\triangle PAR = \dfrac{1}{2} \times 5 \times 5\sqrt{2} = \dfrac{25\sqrt{2}}{2}$ (cm²) …②

①, ②より,

$\triangle PMR = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{25\sqrt{2}}{2} = \dfrac{25\sqrt{2}}{4}$ (cm²) 答



(答え) $\dfrac{25\sqrt{2}}{4}$ cm²

〔問3〕	$\dfrac{39}{125}$ 倍	問3 6

小計3	小計4
21	21

受検番号

合計得点