数　　　学

注　　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，4ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前**11時00分です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたままで表しなさい。**

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$ を計算せよ。

〔問2〕 二次方程式 $(4x-1)(x-2)=(x-1)^2$ を解け。

〔問3〕 円周率を π とするとき，表面積が $\frac{9}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$ である球の体積は何 cm^3 か。

〔問4〕 1から6までの目が出る1つのさいころを2回投げる。

1回目に出た目の数を a，2回目に出た目の数を b とするとき，$5(a-1)+2(b+1)$ の値が素数となる確率を求めよ。

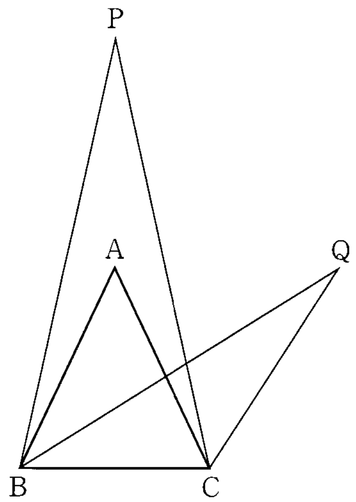
ただし，さいころは1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問5〕 連立方程式 $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=30 \\ \dfrac{x}{4}-\dfrac{3}{8}y=-11 \end{cases}$ を解け。

〔問6〕 右の図で，△ABCは，AB = ACの二等辺三角形で，△PBCは，$\angle \mathrm{BPC} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{BAC}$，PB = PCの二等辺三角形，△QBCは，$\angle \mathrm{BQC} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{BAC}$，$\angle \mathrm{QBC} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{ABC}$ の三角形である。

解答欄に示した図をもとにして，2点P，Qを定規とコンパスを用いて作図によって求め，2点P，Qの位置を示す文字P，Qも書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

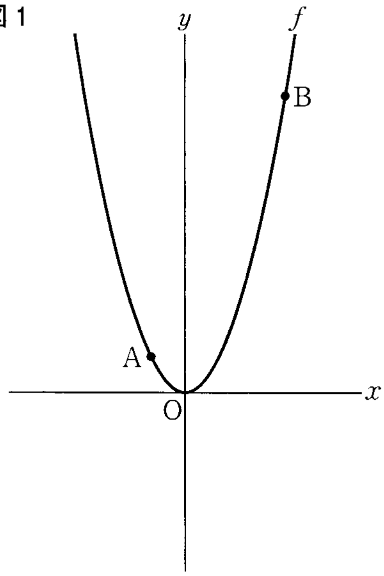


2 右の**図1**で，点Oは原点，曲線fは関数$y=\frac{1}{3}x^2$のグラフを表している。

点A，Bはともに曲線f上にあり，点Aのx座標は-3，点Bのx座標は9である。

次の各問に答えよ。

図1



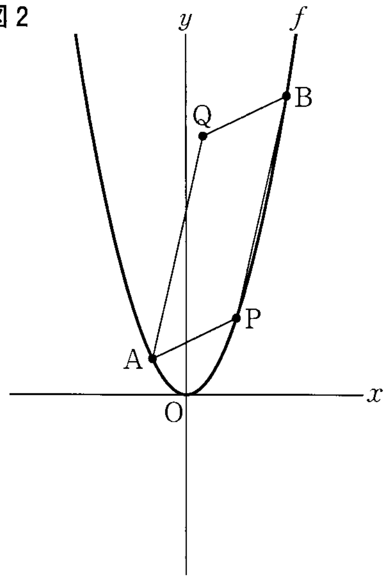
〔問1〕 関数$y=\frac{1}{3}x^2$において，xの変域が$-3 \leqq x \leqq 9$であるときのyの変域を求めよ。

〔問2〕 右の**図2**は，**図1**において，曲線f上にあり，x座標が-3より大きく9より小さい数である点をPとし，点Aと点P，点Bと点Pをそれぞれ結び，点Aを通り線分BPに平行な直線と点Bを通り線分APに平行な直線との交点をQとし，点Aと点Q，点Bと点Qをそれぞれ結んだ場合を表している。

点Qのy座標が18のとき，点Pの座標を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

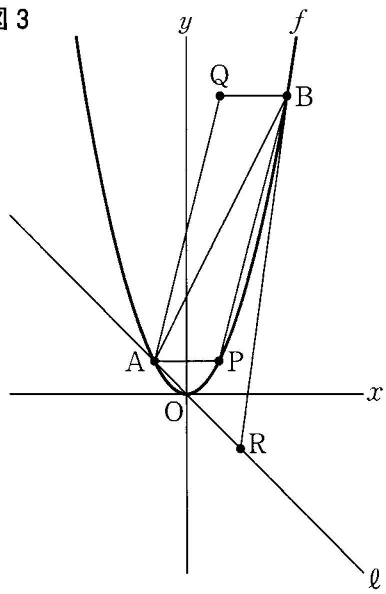
図2



〔問3〕 右の**図3**は，**図2**において，線分APがx軸に平行であり，2点A，Oを通る直線ℓを引き，直線ℓ上にありx座標が正の数である点をRとし，点Aと点B，点Bと点Rをそれぞれ結んだ場合を表している。

四角形APBQの面積と△ARBの面積が等しくなるとき，点Rのx座標を求めよ。

図3



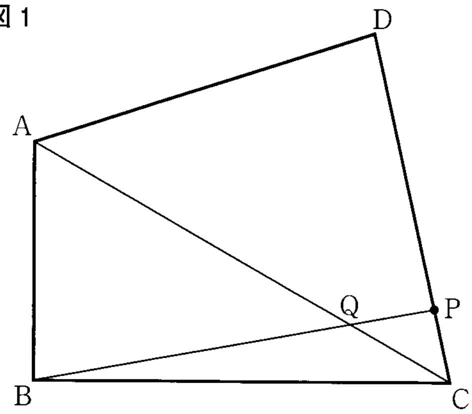
3 右の**図1**で，四角形ABCDは，$\angle ABC = 90^\circ$，$\angle ADC$は鋭角，$AB = 4$ cm，$AD = CD = 6$ cmである。

点Pは，辺ADまたは辺CD上にある点で，頂点A，頂点Cのいずれにも一致しない。

頂点Aと頂点Cを結んだ線分と，頂点Bと点Pを結んだ線分との交点をQとする。

$AC = 8$ cm，$\angle ACB = 30^\circ$のとき，次の各問に答えよ。

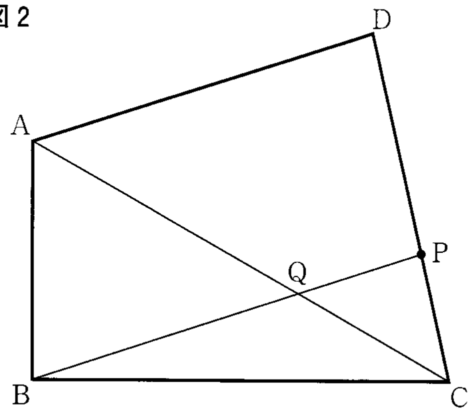
図1



〔問1〕 右の**図2**は，**図1**において，辺ADと線分BPが平行となる場合を表している。

$\angle ADC$の大きさをa°とするとき，$\angle CBP$の大きさをaを用いた式で表せ。

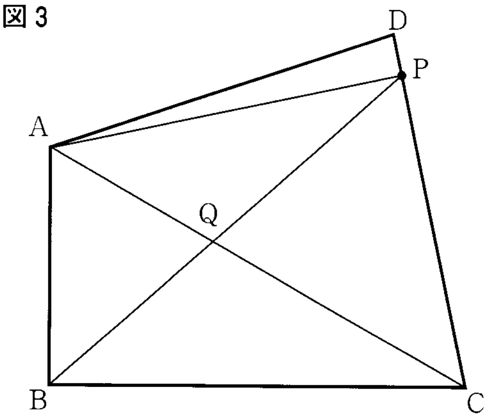
図2



〔問2〕 右の**図3**は，**図1**において，点Pが辺CD上にあり，頂点Aと点Pを結んだ場合を表している。

$\angle ABP = \angle ACP$となるとき，$\triangle APQ \backsim \triangle BCQ$であることを証明せよ。

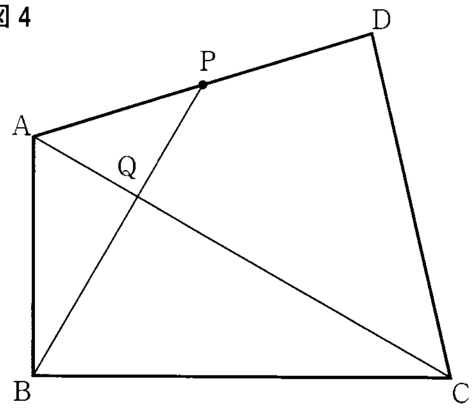
図3



〔問3〕 右の**図4**は，**図1**において，点Pが辺ADの中点となる場合を表している。

$\triangle APQ$の面積は何cm^2か。

図4

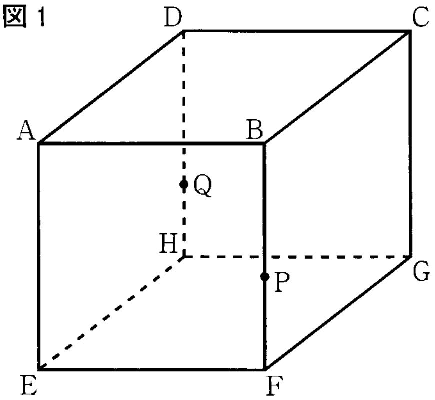


4 右の**図1**に示した立体 ABCD－EFGH は，1辺の長さが 6 cm の立方体である。

辺 BF 上にある点を P，辺 DH 上にある点を Q とする。

次の各問に答えよ。

図1

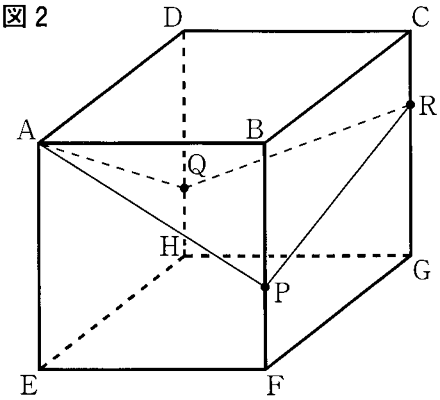


〔問1〕 右の**図2**は，**図1**において，辺 CG 上にある点を R とし，頂点 A と点 P，点 P と点 R，点 R と点 Q，点 Q と頂点 A をそれぞれ結んだ場合を表している。

AP = 8 cm，PR + RQ + QA = d cm とする。

d の値が最も小さくなるとき，線分 DQ の長さは何 cm か。

図2

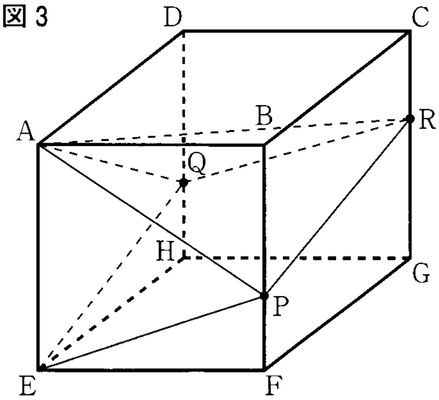


〔問2〕 右の**図3**は，**図2**において，頂点 A と点 R，頂点 E と点 P，頂点 E と点 Q をそれぞれ結んだ場合を表している。

BP : PF = DQ : QH = 2 : 1，四角形 EPRQ がひし形となるとき，四角すい A－EPRQ の体積は何 cm^3 か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

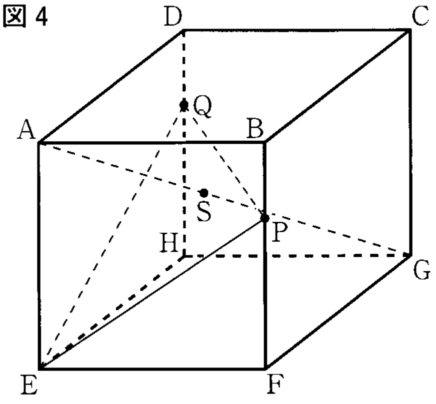
図3



〔問3〕 右の**図4**は，**図1**において，BP : PF = DQ : QH = 1 : 2 であり，頂点 A と頂点 G，頂点 E と点 P，点 P と点 Q，点 Q と頂点 E をそれぞれ結び，対角線 AG と △EPQ の交点を S とした場合を表している。

線分 AS の長さは何 cm か。

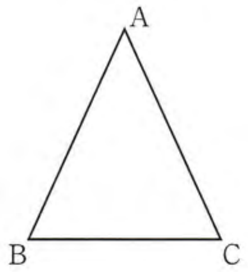
図4



解 答 用 紙　数　学

1

		採点欄
〔問 1〕		問 1
〔問 2〕		問 2
〔問 3〕	cm^3	問 3
〔問 4〕		問 4
〔問 5〕	$x =$ 　　　　, $y =$	問 5
〔問 6〕		問 6



2

		採点欄
〔問 1〕	$\leqq y \leqq$	問 1
〔問 2〕	【途中の式や計算など】	問 2

（答え）　P（　　　　，　　　　）

		採点欄
〔問 3〕	$x =$	問 3

※ の欄には，記入しないこと

3		
〔問1〕	(　　　　　　) 度	問1
〔問2〕	【 証 明 】	問2
〔問3〕	cm²	問3

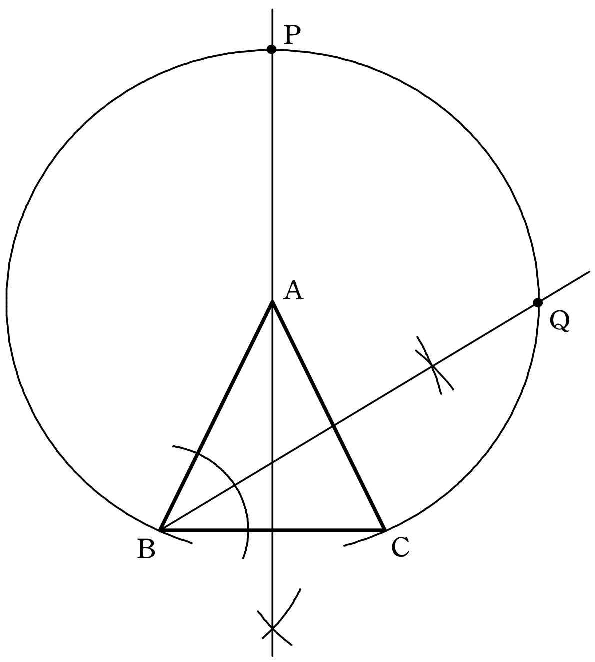
4		
〔問1〕	cm	問1
〔問2〕	【途中の式や計算など】 (答え)　　　　cm^3	問2
〔問3〕	cm	問3

受検番号	合計得点

数　　学　　　正 答 表

1

〔問 1〕	$\dfrac{9}{40}$	問1 6
〔問 2〕	$\dfrac{7\pm\sqrt{37}}{6}$	問2 6
〔問 3〕	$\dfrac{9}{16}\pi$ cm^3	問3 6
〔問 4〕	$\dfrac{5}{18}$	問4 6
〔問 5〕	$x=$ 28 , $y=$ 48	問5 8
〔問 6〕 **解答例**		問6 8



2

〔問 1〕	0 $\leqq y \leqq$ 27	問1 6
〔問 2〕 **解答例**	【途中の式や計算など】	問2 8

四角形 APBQ は平行四辺形であるから，
点 P と点 A との y 座標の差は，点 B と点 Q との y 座標の差と等しくなる。
点 A と点 B の座標は，
それぞれ $(-3,3)$，$(9,27)$ である。
点 P の座標を (s,t) とおくと，
点 P と点 A の y 座標の差は，
$t-3$
点 B と点 Q との y 座標の差は，
$27-18=9$ より，
$t-3=9$
$t=3+9=12$
点 P は曲線 f 上の点であるから，
$12=\dfrac{1}{3}s^2$ より，$s^2=36$
$-3<s<9$ より，$s=6$
したがって，
点 P の座標は，P$(6,12)$

（答え）　P（　6　，　12　）

〔問 3〕	$x=$ 5	問3 6

数　学　正 答 表

3

〔問 1〕	$\left(60-\dfrac{a}{2}\right)$ 度	問1 6
〔問 2〕解答例	【証　明】	問2 8

△APQ と△BCQ において，
対頂角は等しいから，
$\angle AQP = \angle BQC$ ・・・ ①
2点 B，C が，直線 AP について同じ側にあり，
$\angle ABP = \angle ACP$ だから，
円周角の定理の逆より，
4点A，B，C，P は同じ円周上にある。
$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しいから，
$\angle APB = \angle BCA$
すなわち，
$\angle APQ = \angle BCQ$ ・・・ ②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから，
$\triangle APQ \backsim \triangle BCQ$

〔問 3〕	$\sqrt{5}$ cm^2	問3 6

4

〔問 1〕	$\dfrac{2\sqrt{7}}{3}$ cm	問1 6
〔問 2〕解答例	【途中の式や計算など】	問2 8

四角すい A−EPRQ は，2 つの
三角すい P−AER と Q−AER に
分けることができる。
それぞれ底面は△AER で共通，
BD // PQ より，$PQ \perp \triangle AER$ であるから，
2 つの三角すいの底面を △AER としたときの
高さの和は PQ である。
三平方の定理より，

$$PQ = BD = \sqrt{6^2+6^2} = 6\sqrt{2},$$

$$AC = \sqrt{6^2+6^2} = 6\sqrt{2}$$

△AER の面積は，

$$\frac{1}{2}\times AE\times AC = \frac{1}{2}\times 6\times 6\sqrt{2} = 18\sqrt{2}$$

よって，求める体積は，

$$\frac{1}{3}\times\triangle AER\times PQ = \frac{1}{3}\times 18\sqrt{2}\times 6\sqrt{2}$$
$$= 72 \ (cm^3)$$

（答え）　72　cm^3

〔問 3〕	$\dfrac{18\sqrt{3}}{7}$ cm	問3 6

受　検　番　号	合計得点