受験番号

平成２８年度　灘高等学校　入学試験問題

数　学　（３枚のうちの１枚目）

［解答記入上の注意］

$\boxed{1}$ および $\boxed{2}$ (1)は答えのみでよい。それ以外は途中の式や文章も記入すること。問題にかいてある図は必ずしも正しくはない。

$\boxed{1}$ 次の $\boxed{\quad}$ 内に適する数または式を記入せよ。

(1) $a^3 + b^3 - a^2b - ab^2 - bc^2 - c^2a$ を因数分解すると，

$\boxed{\qquad\qquad}$ である。

また，$a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$，$b = \sqrt{3} + \sqrt{6}$，$c = \sqrt{2} + \sqrt{6}$ のとき，

$$a^3 + b^3 + c^3 - a^2b - ab^2 - b^2c - bc^2 - c^2a - ca^2 + 2abc$$

の値は $\boxed{\qquad}$ である。

(2) a は定数とする。$a = \boxed{\qquad}$ のとき，x の方程式

$$(a+2)^2x^2 - (a+2)(a - 2\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)(a - \sqrt{2} - 1) = 0$$

を満たす x の値はただ１つである。

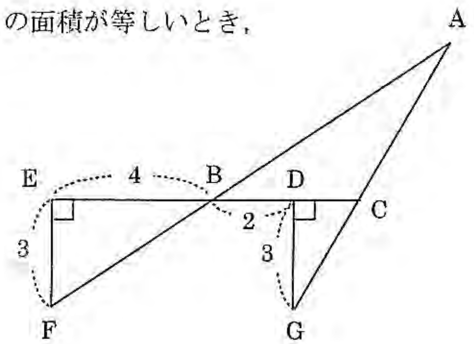
(3) $[x]$ は，x を超えない最大の整数を表すものとする。x の方程式

$[x] + [2(x - [x])] = 5$ を満たす x のうち最小のものは $\boxed{\qquad}$

である。

(4) 下の図において，△ABC の面積と△BEF の面積が等しいとき，

CD = $\boxed{\qquad}$ である。



$\boxed{2}$ 図のように１から９の数字が書かれている９つのます目がある。また，１から９までの数字が１つずつ書かれている９個の球が袋に入っている。袋から球を順に取り出し，取り出した球に書かれた数字と同じ数字をます目から消してゆく。ただし，取り出した球は袋に戻さない。このます目で，縦一列にある３つの数字，横一列にある３つの数字，あるいは斜め一列にある３つの数字のいずれかがすべて消されたとき，次のルールに従って得点を定め，玉を取り出すことをやめる。

1	2	3
6	4	5
8	9	7

ルール

それまでに取り出した球の個数を　x

最後に取り出した球の数字が奇数のときは，$y = 1$

最後に取り出した球の数字が偶数のときは，$y = 2$

として，積 xy を得点とする。

このとき，次の問に答えよ。

(1) 得点の最小値は $\boxed{\qquad}$，最大値は $\boxed{\qquad}$ である。

(2) 得点が最小となる確率を求めよ。

(3) 得点が最大となる確率を求めよ。

受験番号

平成２８年度　灘高等学校　入学試験問題

数　学　（３枚のうちの２枚目）

3　次の問に答えよ。

(1)　x , y を１桁の自然数とする。

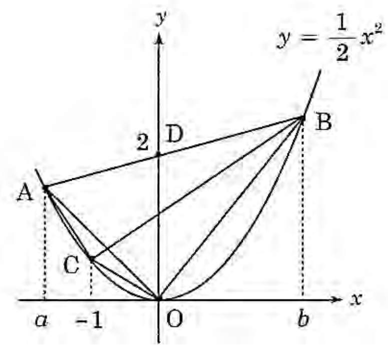
$$x(10-x)=3y$$

を満たす x , y の組 (x , y) をすべて求めよ。

(2) 4桁の自然数で，上2桁の数の2乗と下2桁の数の40倍との和がもとの4桁の自然数に等しいものをすべて求めよ。

例えば，1309の上2桁の数は13，下2桁の数は9で，$1309 \neq 13^2+9\times 40$ であるから，1309 は条件を満たさない。また，1329の上2桁の数は13 ，下2桁の数は 29で，$1329=13^2+29\times 40$ であるから，1329は条件を満たす自然数の１つである。

4　図のように，Oを原点とする座標平面上に，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフがある。このグラフ上に3点A，B，Cがあり，Cの x 座標は -1 である。また，直線ABと y 軸との交点Dの y 座標は2である。 A，Bの x 座標をそれぞれ a , b とおく。ただし，$a<-1$, $0<b$ とする。△ACBの面積が△AOBの面積の $\frac{1}{2}$ 倍であるとき，次の問に答えよ。



(1)　a , b の値を求めよ。

(2) △COBの面積を求めよ。

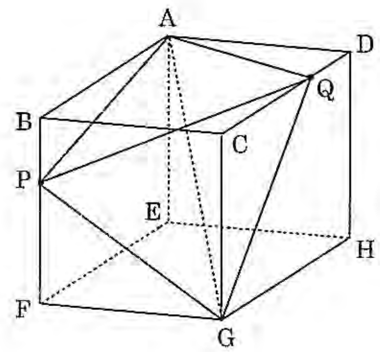
受験番号

平成２８年度　**灘高等学校　入学試験問題**

数　学　（３枚のうちの３枚目）

5　図のように，１辺の長さが３の立方体 ABCD-EFGH があり，点 P，Q はそれぞれ辺 BF，DC 上にあって，BP ＝ DQ ＝ 1 である。このとき，次の問に答えよ。

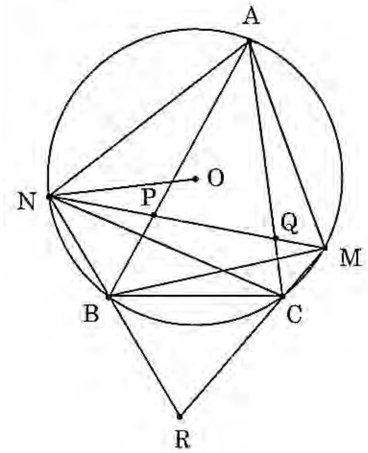
(1) 四面体 APQG を平面 AEGC で切ったときの切り口の面積を求めよ。



(2) 四面体 APQG の体積を求めよ。

6　円 O の周上に５点 A，N，B，C，M がこの順にあり，AM ＝ BM , AN ＝ CN である。NM と AB，AC の交点をそれぞれ P，Q とし，NB の延長線と MC の延長線の交点を R とするとき，次の(1)，(2)，(3)を証明せよ。

(1) $\triangle ANM \equiv \triangle RNM$



(2) 四角形 APRQ はひし形である。

(3) $\angle PAR = \angle ONM$

受験番号

平成２８年度　**灘高等学校　入学試験問題**

数　学　（３枚のうちの１枚目）

［解答記入上の注意］
$\boxed{1}$ および $\boxed{2}$ (1)は答えのみでよい。それ以外は途中の式や文章も記入すること。問題にかいてある図は必ずしも正しくはない。

$\boxed{1}$ 次の $\boxed{}$ 内に適する数または式を記入せよ。

(1) $a^3+b^3-a^2b-ab^2-bc^2-c^2a$ を因数分解すると，

$\boxed{(a+b)(a-b+c)(a-b-c)}$ である。

また，$a=\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $b=\sqrt{3}+\sqrt{6}$, $c=\sqrt{2}+\sqrt{6}$ のとき，

$a^3+b^3+c^3-a^2b-ab^2-b^2c-bc^2-c^2a-ca^2+2abc$

の値は $\boxed{-48}$ である。

(2) a は定数とする。$a=\boxed{3}$ のとき，x の方程式

$$(a+2)^2x^2-(a+2)(a-2\sqrt{2}+1)x+\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(a-\sqrt{2}-1)=0$$

を満たす x の値はただ１つである。

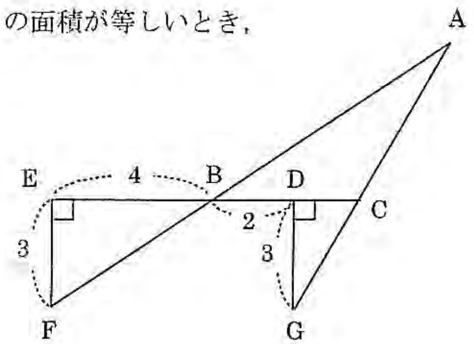
(3) $[x]$ は，x を超えない最大の整数を表すものとする。x の方程式

$[x]+[2(x-[x])]=5$ を満たす x のうち最小のものは $\boxed{x=4.5}$

である。

(4) 下の図において，△ABC の面積と△BEF の面積が等しいとき，

CD = $\boxed{-4+2\sqrt{7}}$ である。



$\boxed{2}$ 図のように１から９の数字が書かれている９つのます目がある。また，１から９までの数字が１つずつ書かれている９個の球が袋に入っている。袋から球を順に取り出し，取り出した球に書かれた数字と同じ数字をます目から消してゆく。ただし，取り出した球は袋に戻さない。このます目で，縦一列にある３つの数字，横一列にある３つの数字，あるいは斜め一列にある３つの数字のいずれかがすべて消されたとき，次のルールに従って得点を定め，玉を取り出すことをやめる。

ルール

それまでに取り出した球の個数を　x

最後に取り出した球の数字が奇数のときは，$y=1$

最後に取り出した球の数字が偶数のときは，$y=2$

として，積 xy を得点とする。

1	2	3
6	4	5
8	9	7

このとき，次の問に答えよ。

(1) 得点の最小値は $\boxed{3}$ ，最大値は $\boxed{14}$ である。

(2) 得点が最小となる確率を求めよ。

13/252

(3) 得点が最大となる確率を求めよ。

1/84

受験番号

平成２８年度　灘高等学校　入学試験問題

数　学　（３枚のうちの２枚目）

$\boxed{3}$ 次の問に答えよ。

(1)　x , y を１桁の自然数とする。

$$x(10-x)=3y$$

を満たす x , y の組 $(x\,,\,y)$ をすべて求めよ。

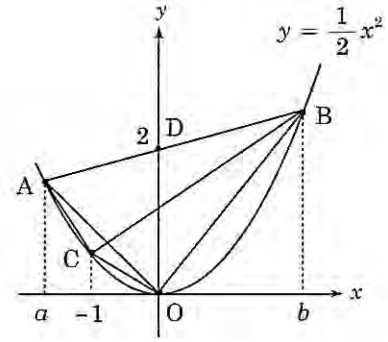
(x,y)= (1,3) (3,7) (4,8) (6,8) (7,7) (9,3)

(2) 4 桁の自然数で，上 2 桁の数の 2 乗と下 2 桁の数の 40 倍との和がもとの 4 桁の自然数に等しいものをすべて求めよ。

例えば，1309 の上 2 桁の数は 13，下 2 桁の数は 9 で，$1309 \neq 13^2 + 9 \times 40$ であるから，1309 は条件を満たさない。また，1329 の上 2 桁の数は 13 ，下 2 桁の数は 29 で，$1329 = 13^2 + 29 \times 40$ であるから，1329 は条件を満たす自然数の 1 つである。

1329，3961，5264，7844，9121，8729，6161，4864

$\boxed{4}$ 図のように，O を原点とする座標平面上に，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフがある。このグラフ上に 3 点 A，B，C があり，C の x 座標は -1 である。また，直線 AB と y 軸との交点 D の y 座標は 2 である。 A，B の x 座標をそれぞれ a , b とおく。ただし，$a<-1$, $0<b$ とする。△ACB の面積が△AOB の面積の $\frac{1}{2}$ 倍であるとき，次の問に答えよ。



(1)　a , b の値を求めよ。

a=(1-√17)/2　　b=(1+√17)/2

(2) △COB の面積を求めよ。

(5+√17)/4

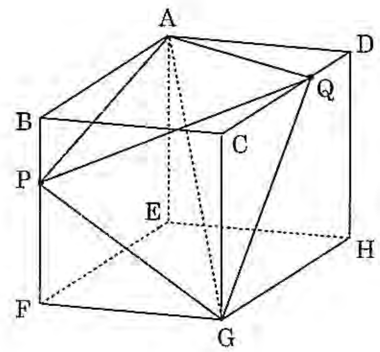
受験番号

平成２８年度　灘高等学校　入学試験問題

数　学　（３枚のうちの３枚目）

5　図のように，１辺の長さが３の立方体 ABCD-EFGH があり，点 P，Q はそれぞれ辺 BF，DC 上にあって，BP＝DQ＝1 である。このとき，次の問に答えよ。

(1) 四面体 APQG を平面 AEGC で切ったときの切り口の面積を求めよ。

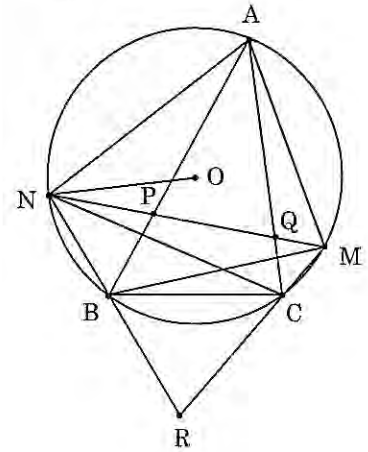


$21\sqrt{2}/10$

(2) 四面体 APQG の体積を求めよ。

$7/2$

6　円 O の周上に５点 A，N，B，C，M がこの順にあり，AM＝BM，AN＝CN である。NM と AB，AC の交点をそれぞれ P，Q とし，NB の延長線と MC の延長線の交点を R とするとき，次の(1)，(2)，(3)を証明せよ。　（略証明）



(1) △ANM ≡ △RNM

∠ANM=∠RNM
∠AMN=∠RMN
MNは共通
1組の辺とその両端角がそれぞれ等しいから，△ANM≡△RNM

(2) 四角形 APRQ はひし形である。

△ANP≡△RNPより，AP＝RP

△AMQ≡△RMQより，AQ＝RQ

∠APQ＝∠AQPより，AP＝AQ

AP＝RP＝AQ＝RQ　となって，ひし形

(3) ∠PAR＝∠ONM

（ 略 ）