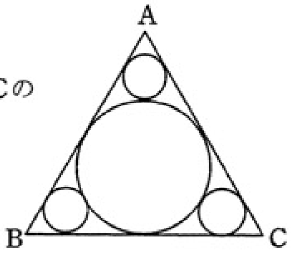
1 次の各問いに答えよ。

(1) $x=3+2\sqrt{2}$, $y=3-2\sqrt{2}$ のとき、$\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ の値を求めよ。

(2) 1辺の長さが6 cmの正三角形ABCの内接円と、この内接円に外接し、正三角形ABCの辺に接する円が3個ある。この4個の円の周の長さの和を求めよ。



(3) x, y についての連立方程式 $\begin{cases} ax+y=6 \\ 2x+3y=2 \end{cases}$ の解がともに整数になるような正の整数 a の値をすべて求めよ。

(4) 2と3の目が1つずつ、4と6の目が2つずつのさいころがある。このさいころ1個と普通のさいころ1個を同時に振ったとき、

(ア) 出た目の積が2の倍数となる確率を求めよ。

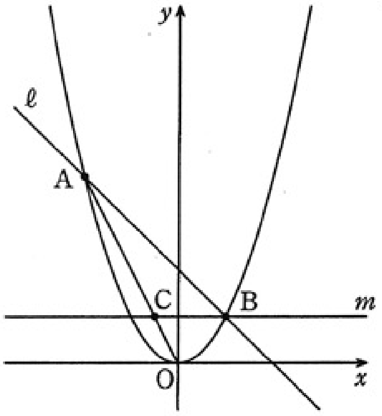
(イ) 出た目の積が4の倍数となる確率を求めよ。

2 図のように、点A$(-4,\ 8)$を通る放物線 $y=ax^2$ があり、直線 ℓ が放物線と点A, Bで交わっている。点Bを通り x 軸に平行な直線 m と線分OAとの交点をCとする。AC : CO＝3 : 1であるとき、次の問いに答えよ。

(1) 点B, Cの座標をそれぞれ求めよ。

(2) △AOBの外接円の半径を求めよ。

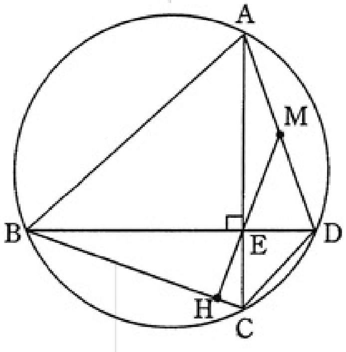
(3) △AOBの外接円と直線 m との交点でB以外のものをDとする。点Dの座標を求めよ。



3 図のように、円に内接し、対角線ACとBDが点Eで垂直に交わる四角形ABCDがある。ADの中点をM、MEの延長とBCとの交点をHとする。

(1) MH⊥BCを証明せよ。

(2) BCの中点をNとし、ADの延長とBCの延長の交点をFとするとき、∠NEH＝∠AFBであることを証明せよ。



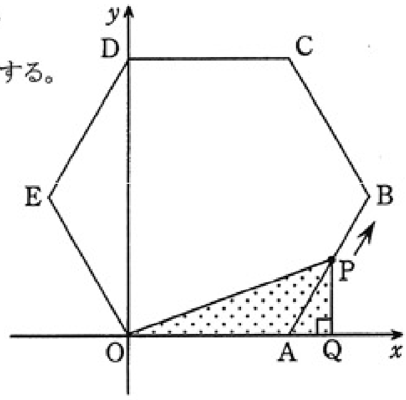
4 図のように、1辺の長さが4の正六角形OABCDEがあり、O(0, 0), A(4, 0)とする。この正六角形の辺上を動点Pが点Aから出発して秒速1の速さで反時計回りに点Dまで半周する。点Pからx軸に垂線PQを下ろし、直角三角形OPQの面積をSとする。

(1) 点PがAを出発して1秒後、5秒後、9秒後のSの値をそれぞれ求めよ。

(2) 点Pが辺AB上にあるとき、Aを出発してt秒後に$S=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$になるとする。

　このtの値を途中の式や計算を書いて求めよ。

(3) $S=7\sqrt{3}$になるのは、点PがAを出発して何秒後か。



5 辺の長さがすべて2cmである正四角錐O−ABCDがある。図1のように、辺AB, CD上に2点P, SをAD∥PSとなるようにとる。次に、図2のように、3点O, A, Bを含む平面上に、△OPQが正三角形になるように点Qをとる。同様に、3点O, C, Dを含む平面上に、△OSRが正三角形になるように点Rをとる。ただし、点Q, Rはそれぞれ直線OB, OCに対して点P, Sと反対側にとるものとする。

(1) 点Pが辺ABの中点のとき、∠PBQの大きさを求めよ。

(2) 点PがAから辺ABの中点まで動いたとき、点Qが動いた長さと、△OPQが通過した部分の面積を求めよ。

(3) 点PがAからBまで動いたとき、線分QRが通過した部分の面積を求めよ。

(4) 点PがAからBまで動いたとき、四角錐O−PQRSが通過した部分の体積を求めよ。

図1

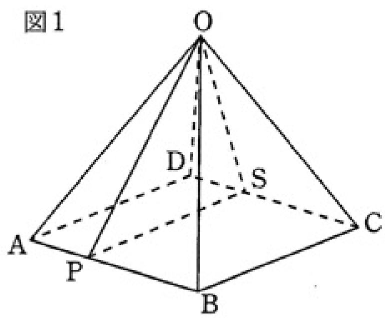
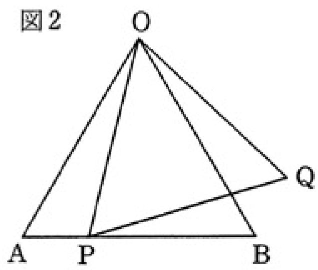


図2



Ｈ28年度　久留米大附設高校入試　解答

1

(1)　$\sqrt{2}$　　(2)　$4\sqrt{3}\pi$ ｃｍ　　(3)　$a=1,2,6$　　(4)　ア　11/12　　イ　11/18

2

(1)　Ｂ(2,2)，Ｃ(－1,2)　　(2)　$2\sqrt{5}$　　(3)　Ｄ（－6,2）

3

(1)　△ＡＥＤ（直角三角形）において，

Ｍは斜辺の中点だから，ＭＤ＝ＭＥとなって，∠ＭＤＥ＝∠ＭＥＤ　･･･ア

∠ＨＥＢ＝∠ＭＥＤ（対頂角）･･･イ

△ＢＨＥと△ＡＥＤにおいて，

∠ＥＢＨ＝∠ＤＡＥ（弧ＣＤに対する円周角）

∠ＨＥＢ＝∠ＥＤＡ（ア＝イより）

2組の角がそれぞれ等しいから，△ＢＨＥ∽△ＡＥＤ

よって，∠ＢＨＥ＝∠ＡＥＤ＝90°で，ＭＨ⊥ＢＣ

(2)　(1)より，∠ＦＨＥ＝90°･･･ウ

ＮＥの延長とＡＤの交点をＩとすると，ＮＩ⊥ＡＤとなって，∠ＦＩＥ＝90°･･･エ

ウ＋エより，∠ＦＨＥ＋∠ＦＩＥ＝180°

よって，四角形ＦＩＥＨは円に内接するから，∠ＮＥＨ＝∠ＡＦＢ

4

(1)　1秒後　$S=\dfrac{9\sqrt{3}}{8}$　，　5秒後　$S=\dfrac{55\sqrt{3}}{8}$　，　9秒後　$S=6\sqrt{3}$

(2)　△ＡＱＰは，∠ＰＡＱ＝60°の直角三角形で，

$$AQ=\frac{1}{2}t\quad,\quad PQ=\frac{\sqrt{3}}{2}t$$

$$S=\frac{1}{2}\times OQ\times PQ=\frac{1}{2}\left(4+\frac{1}{2}t\right)\times\frac{\sqrt{3}}{2}t=\frac{5\sqrt{3}}{2}$$

整理すると，$(t+10)(t-2)=0$

$t\geqq 0$より，$t=2$

(3)　$8-2\sqrt{2}$ 秒後　と　17/2 秒後

5

(1)　120°　　(2)　長さ　1cm　，面積　$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ cm^2　　(3)　$\sqrt{3}$cm^2　　(4)　$2\sqrt{2}$cm^3