# 数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは午前11時00分です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，解答用紙だけを提出しなさい。

5　答えに根号が含まれるときは，根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。また，根号の中は最も小さい整数にしなさい。

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　受検番号を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $\dfrac{\sqrt{6}+3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2+\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ を計算せよ。

〔問2〕 2次方程式 $(x+1)(2x-3)=(x-1)^2$ を解け。

〔問3〕 不等式 $12<\sqrt{13n}<14$ を満たす自然数 $n$ の個数を求めよ。

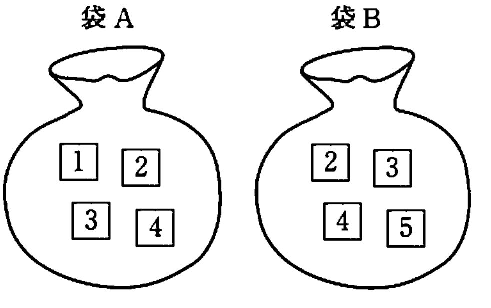
〔問4〕 右の図1のように，1，2，3，4の数字が1つずつ書かれた4枚のカードが入っている袋Aと，2，3，4，5の数字が1つずつ書かれた4枚のカードが入っている袋Bがある。

2つの袋A，Bから同時にそれぞれ1枚のカードを取り出す。

このとき，取り出したカードに書かれた2つの数の和を3で割った余りが2となる確率を求めよ。

ただし，2つの袋A，Bそれぞれにおいて，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

図1

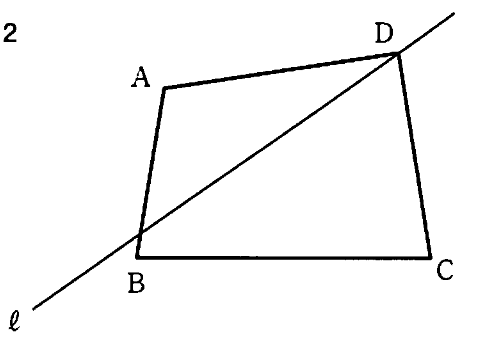



〔問5〕 右の図2の四角形ABCDで，頂点Dを通る直線$\ell$を折り目として1回折り返すと，頂点Aが辺BCと重なった。

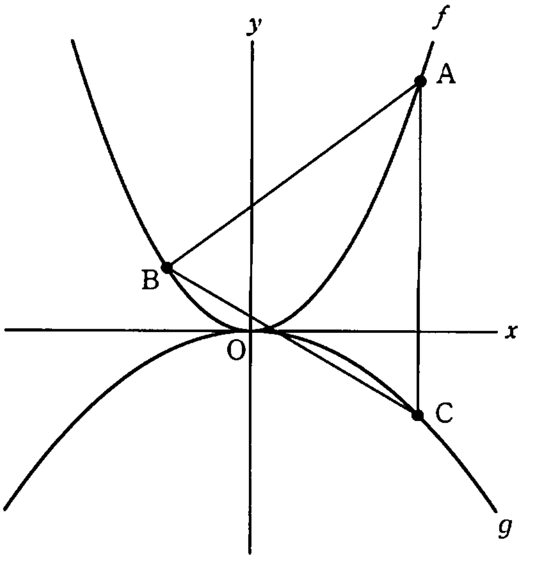
解答欄に示した図をもとにして，折り目となる直線$\ell$を定規とコンパスを用いて作図せよ。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図2



**2** 右の図で，点Oは原点，曲線 $f$ は関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフ，曲線 $g$ は関数 $y=-\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。




2点A，Bはともに曲線 $f$ 上にあり，点Cは曲線 $g$ 上にある。

点Aと点Cの $x$ 座標はともに $2t$，点Bの $x$ 座標は $-t$ である。

ただし，$t>0$ とする。

点Aと点B，点Bと点C，点Cと点Aをそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

〔問1〕 $a=1$，$t=1$ とする。
2点B，Cを通る直線の式を求めよ。

〔問 2〕　$\triangle ABC$ が $\angle ABC = 90^\circ$ の直角二等辺三角形となるとき，$t$ の値を求めよ。
ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

〔問 3〕　$t = 3$ とする。
点 A を通り傾き 4 の直線が，$\triangle ABC$ の面積を 2 等分するとき，$a$ の値を求めよ。

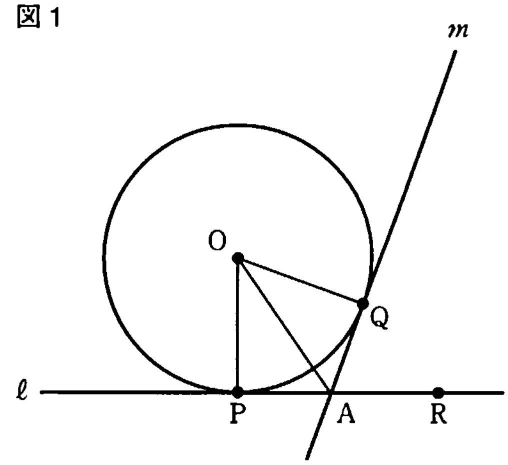
**3** 右の図１で，２つの直線$\ell$，$m$は，点Ｏを中心とする円にそれぞれ点P，点Ｑで接し，点Ａで交わっている。

直線$\ell$上に点Ｒを，点Ａに対して点Ｐと反対側にとり，∠QARを45°より大きく90°より小さい角とする。

点Ｏと点Ａ，点Ｏと点Ｐ，点Ｏと点Ｑをそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図１

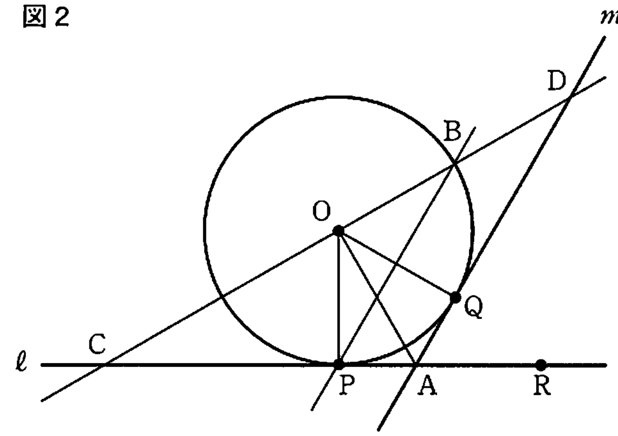



〔問１〕 ∠QAR = 70° のとき，∠AOQの大きさは何度か。

〔問２〕　右の図２は，図１において，
点Ｐを通り直線 $m$ に平行な直線と円Ｏとの交点のうち，点Ｐと異なる点をＢ，２点Ｏ，Ｂを通る直線と２つの直線 $\ell$，$m$ との交点をそれぞれＣ，Ｄとした場合を表している。

PB = PC となるとき，
次の (1)，(2) に答えよ。

図２




(1)　△OPC ≡ △OQD であることを証明せよ。

(2)　円Ｏの半径が 3 cm のとき，△OAC の面積は何 $cm^2$ か。

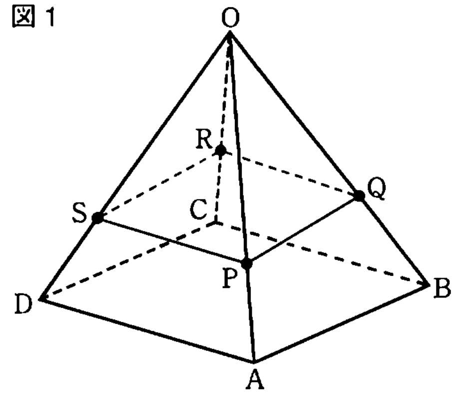
**4** 右の図１に示した立体O－ABCDは，
底面が１辺の長さ12 cmの正方形で，
$OA = OB = OC = OD = 12\sqrt{2}$ cmの正四角すいである。

辺OA，辺OB，辺OC，辺OD上に，それぞれ点P，点Q，点R，点Sを，OP = OS，OQ = ORとなるようにとる。

点Pと点Q，点Qと点R，点Rと点S，点Sと点Pをそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図１




〔問１〕 OP = OQとする。

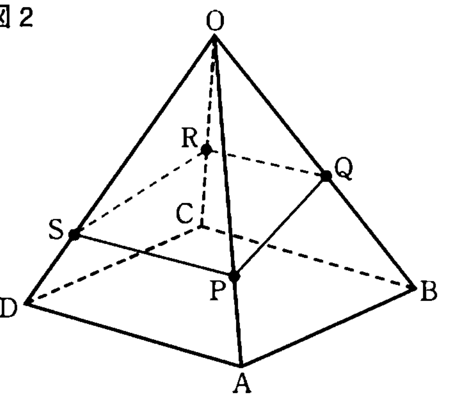
四角形PQRSの面積が四角形ABCDの面積の $\frac{1}{2}$ 倍となるとき，線分OPの長さは何cmか。

〔問 2〕　右の図 2 は，図 1 において，$OQ=6\sqrt{2}$ cm，$\angle OQP=90^\circ$ とした場合を表している。

四角形 PQRS の面積は何 $cm^2$ か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように途中の式や計算なども書け。

図 2

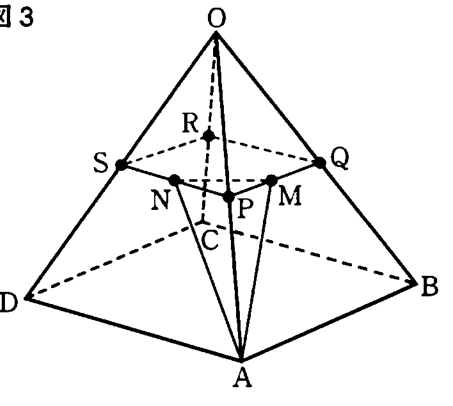



〔問 3〕　右の図 3 は，図 1 において，$OP=6\sqrt{2}$ cm，$OP=OQ$ とした場合を表している。

線分 PQ の中点を M，線分 PS の中点を N とし，頂点 A と点 M，頂点 A と点 N，点 M と点 N をそれぞれ結ぶ。

立体 A − PMN の体積は何 $cm^3$ か。

図 3



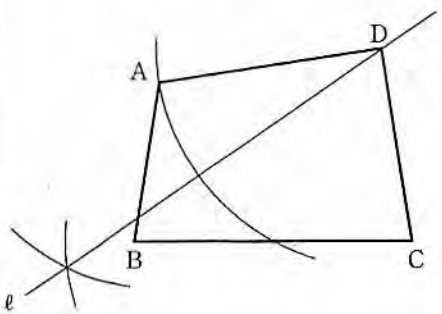
正答表　数学（29 － 青）
解　答　用　紙

# 数　　　　学



## 1

| | | 点 |
|---|---|---|
| [問 1] | $5+\sqrt{3}$ | 5 |
| [問 2] | $\dfrac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$ | 5 |
| [問 3] | 4　個 | 5 |
| [問 4] | $\dfrac{5}{16}$ | 5 |
| [問 5] 解答例 | | 5 |




※ の欄には、記入しないこと

| 小計 1 | 小計 2 | 小計 3 | 小計 4 |
|---|---|---|---|
| | | | |

## 2

| | | 点 |
|---|---|---|
| [問 1] | $y=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}$ | 7 |
| [問 2] 解答例 | 【 途中の式や計算など 】 | 10 |

点A，点B，点Cの座標を $a$ と $t$ を用いて表すと，

$A(2t, 4at^2)$，$B(-t, at^2)$，$C(2t, -t^2)$

辺ACの中点をDとすると，AC∥$y$軸　より，

$D(2t, d)$ と表せる。AD=DC　より，

$$4at^2-d=d-(-t^2)$$

$$d=\frac{4a-1}{2}t^2$$

よって，$D\left(2t, \dfrac{4a-1}{2}t^2\right)$

BD∥$x$軸より，点Bと点Dの $y$ 座標は等しいから，

$$at^2=\frac{4a-1}{2}t^2$$

$$t^2\times\frac{-2a+1}{2}=0$$

$t^2\neq0$　より，$\dfrac{-2a+1}{2}=0$

よって，$a=\dfrac{1}{2}$

したがって，$A(2t, 2t^2)$，$B\left(-t, \dfrac{1}{2}t^2\right)$，$D\left(2t, \dfrac{1}{2}t^2\right)$

△ABDは∠BDA=90°の直角二等辺三角形であるから，

BD=AD より，$2t-(-t)=2t^2-\dfrac{1}{2}t^2$

整理して，$t(t-2)=0$

よって，$t=0, 2$

$t>0$　より，$t=2$

（答え）　$t=2$

| | | 点 |
|---|---|---|
| [問 3] | $a=\dfrac{3}{7}$ | 8 |

| 合計得点 | 受検番号 |
|---|---|
| | |

## 3

| | | | 点 |
|---|---|---|---|
| [問 1] | | 35　度 | 7 |
| [問 2] 解答例 | (1) | 【 証　明 】 | 10 |

△OPCと△OQDにおいて，

OP=OQ　（円Oの半径）　… ①

2直線PC，QDは円Oの接線であるから，

∠OPC=∠OQD=90°　… ②

仮定より，PB=PCであるから，

∠OBP=∠OCP　… ③

仮定より，PB∥ADであるから，

∠OBP=∠ODQ　… ④

③，④より，

∠OCP=∠ODQ　… ⑤

②より，

∠POC=180°−∠OPC−∠OCP

=90°−∠OCP　… ⑥

∠QOD=180°−∠OQD−∠ODQ

=90°−∠ODQ　… ⑦

⑤，⑥，⑦より，

∠POC=∠QOD　… ⑧

①，②，⑧より，

1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△OPC≡△OQD

| | | | 点 |
|---|---|---|---|
| [問 2] | (2) | $6\sqrt{3}$　$cm^2$ | 8 |

## 4

| | | 点 |
|---|---|---|
| [問 1] | 12　cm | 7 |
| [問 2] 解答例 | 【 途中の式や計算など 】 | 10 |

OP= $x$　とすると，

$PQ=\sqrt{x^2-(6\sqrt{2})^2}=\sqrt{x^2-72}$

辺OB上に，OH=OP　となる点Hをとり，

点Pと点Hを結ぶと $PH^2=PQ^2+QH^2$ なので，

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2=(\sqrt{x^2-72})^2+(x-6\sqrt{2})^2$$

$$\frac{1}{2}x^2=x^2-72+x^2-12\sqrt{2}x+72$$

$$\frac{3}{2}x^2-12\sqrt{2}x=0$$

$x\left(\dfrac{3}{2}x-12\sqrt{2}\right)=0$　より，

$x=0, 8\sqrt{2}$

OP≠0　より，OP=$8\sqrt{2}$

よって，PS=8

また，OQ=$6\sqrt{2}$　より，QR=6

ここで，点Qから線分PSに引いた垂線をQKとする。

PK=1，$PQ=\sqrt{(8\sqrt{2})^2-(6\sqrt{2})^2}=\sqrt{56}$

よって，$QK=\sqrt{56-1}=\sqrt{55}$

したがって，四角形PQRSの面積は

$\dfrac{1}{2}\times(6+8)\times\sqrt{55}=7\sqrt{55}$　より，$7\sqrt{55}$ $cm^2$

（答え）　$7\sqrt{55}$　$cm^2$

| | | 点 |
|---|---|---|
| [問 3] | $\dfrac{9\sqrt{6}}{2}$　$cm^3$ | 8 |