(29— 日)

数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。**また，根号の中は最も小さい整数にしなさい。

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $\dfrac{\sqrt{6}+3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ を計算せよ。

〔問2〕 2次方程式 $(x+1)(2x-3)=(x-1)^2$ を解け。

〔問3〕 不等式 $12<\sqrt{13n}<14$ を満たす自然数 n の個数を求めよ。

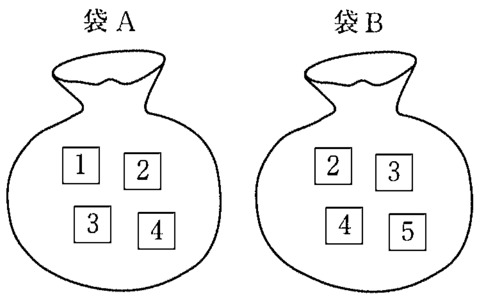
〔問4〕 右の**図1**のように，1，2，3，4の数字が1つずつ書かれた4枚のカードが入っている袋Aと，2，3，4，5の数字が1つずつ書かれた4枚のカードが入っている袋Bがある。

2つの袋A，Bから同時にそれぞれ1枚のカードを取り出す。

このとき，取り出したカードに書かれた2つの数の和を3で割った余りが2となる確率を求めよ。

ただし，2つの袋A，Bそれぞれにおいて，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

図1

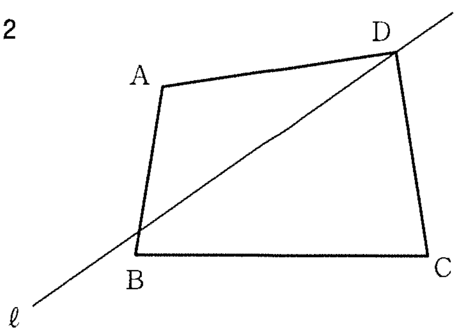


〔問5〕 右の**図2**の四角形ABCDで，頂点Dを通る直線ℓを折り目として1回折り返すと，頂点Aが辺BCと重なった。

解答欄に示した図をもとにして，折り目となる直線ℓを定規とコンパスを用いて作図せよ。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図2



2 右の図で，点Oは原点，曲線 f は関数 $y=ax^2$（$a>0$）のグラフ，曲線 g は関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。

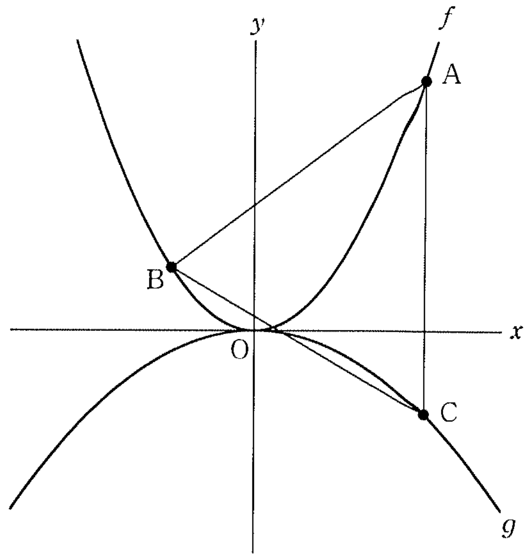
2点A，Bはともに曲線 f 上にあり，点Cは曲線 g 上にある。

点Aと点Cの x 座標はともに $2t$，点Bの x 座標は $-t$ である。

ただし，$t>0$ とする。

点Aと点B，点Bと点C，点Cと点Aをそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。



〔問1〕 $a=1$，$t=1$ とする。

2点B，Cを通る直線の式を求めよ。

〔問 2〕 △ABC が∠ABC = 90° の直角二等辺三角形となるとき，t の値を求めよ。
ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

〔問 3〕 $t = 3$ とする。
点 A を通り傾き 4 の直線が，△ABC の面積を 2 等分するとき，a の値を求めよ。

3 右の図で，円Oは線分ABを直径とする円である。

点Bを通る円Oの接線上に，点Bと異なる点Cをとる。

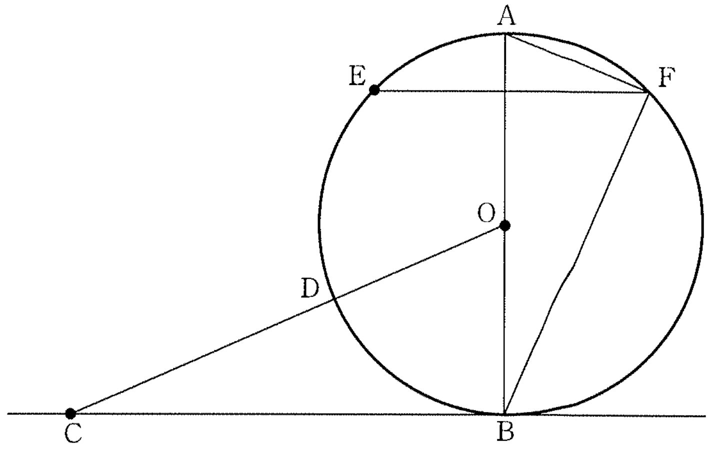
点Oと点Cを結び，線分OCと，円Oの交点をDとする。

点Dを含む$\overset{\frown}{AB}$上に，点Bと異なる点Eを，$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{DE}$となるようにとる。

点Eを通り接線BCに平行な直線と，円Oとの交点のうち，点Eと異なる点をFとする。

点Aと点F，点Bと点Fをそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。



〔問1〕 点Aを含む$\overset{\frown}{EF}$と，点Aを含まない$\overset{\frown}{FB}$の長さの比が6：7のとき，∠OCBの大きさは何度か。

〔問 2〕　次の (1), (2) に答えよ。

(1)　$\triangle$OCB ∽ $\triangle$ABF であることを証明せよ。

(2)　$\triangle$OCB と $\triangle$ABF の相似比が 3 : 2 で，$\triangle$OCB の面積が $9\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ のとき，円 O の直径は何 cm か。

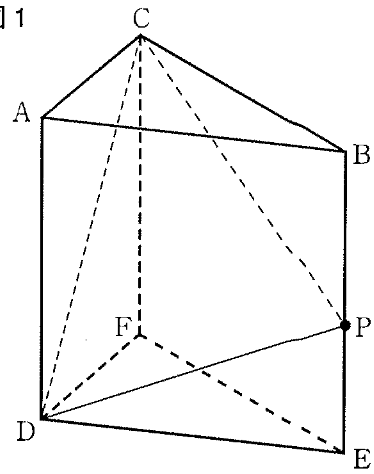
4 右の**図1**に示した立体 ABC－DEF は，AB＝BC＝5 cm，CA＝4 cm，AD＝a cm の三角柱である。

点 P は辺 BE 上にある点で，頂点 B，頂点 E のいずれにも一致しない。

頂点 C と頂点 D，頂点 C と点 P，頂点 D と点 P をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 △CDP が正三角形となるとき，a の値を求めよ。

〔問2〕 四角形 ADPB の面積を S cm^2，四角形 PEFC の面積を T cm^2，△CDA の面積を U cm^2 とする。

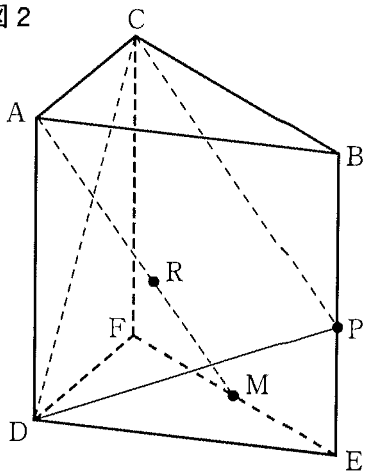
S：T＝5：4 のとき，T：U を最も簡単な整数の比で表せ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

〔問 3〕　右の**図 2** は，**図 1** において，辺 EF の中点を M とし，頂点 A と点 M を結び，線分 AM と平面 CDP との交点を R とした場合を表している。

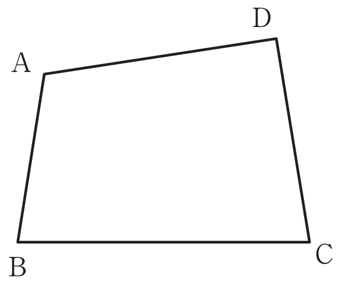
$a = 6$，EP = 2 cm のとき，点 R と頂点 D，点 R と頂点 E，点 R と頂点 F をそれぞれ結んでできる立体 R − DEF の体積を求めよ。

図 2



解答用紙　　　　数学　　　　(29ー日)

1	点
〔問 1〕	
〔問 2〕	
〔問 3〕　個	
〔問 4〕	
〔問 5〕	



※ ▭ の欄には，記入しないこと

2	点
〔問 1〕 $y =$	
〔問 2〕 【 途中の式や計算など 】	
(答え) $t =$	
〔問 3〕 $a =$	

3	点
〔問 1〕　度	
〔問 2〕 (1) 【 証　明 】	
〔問 2〕 (2)　cm	

4	点
〔問 1〕 $a =$	
〔問 2〕 【 途中の式や計算など 】	
(答え) T：U =	
〔問 3〕　cm^3	

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4

合計得点	受検番号

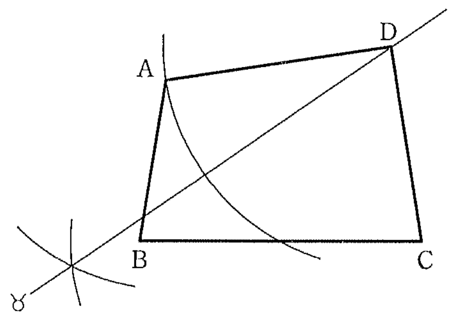
正答表　数学（29 ー 日）
解　答　用　紙

数　　学

（29ー日）

1

		点
[問 1]	$5+\sqrt{3}$	5
[問 2]	$\dfrac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$	5
[問 3]	4　個	5
[問 4]	$\dfrac{5}{16}$	5
[問 5] 解答例		5



※　□の欄には、記入しないこと

2

		点
[問 1]	$y=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}$	7
[問 2] 解答例	【　途中の式や計算など　】	10

点A，点B，点Cの座標を a と t を用いて表すと，

$A(2t, 4at^2)$，$B(-t, at^2)$，$C(2t, -t^2)$

辺ACの中点をDとすると，AC∥y軸　より，

$D(2t, d)$ と表せる。AD＝DC　より，

$4at^2-d=d-(-t^2)$

$d=\dfrac{4a-1}{2}t^2$

よって，$D\left(2t, \dfrac{4a-1}{2}t^2\right)$

BD∥x 軸より，点Bと点Dの y 座標は等しいから，

$at^2=\dfrac{4a-1}{2}t^2$

$t^2\times\dfrac{-2a+1}{2}=0$

$t^2\neq0$　より，$\dfrac{-2a+1}{2}=0$

よって，$a=\dfrac{1}{2}$

したがって，$A(2t, 2t^2)$，$B\left(-t, \dfrac{1}{2}t^2\right)$，$D\left(2t, \dfrac{1}{2}t^2\right)$

△ABDは∠BDA＝90°の直角二等辺三角形であるから，

BD＝ADより，$2t-(-t)=2t^2-\dfrac{1}{2}t^2$

整理して，$t(t-2)=0$

よって，$t=0, 2$

$t>0$　より，$t=2$

（答え）　$t=2$

		点
[問 3]	$a=\dfrac{3}{7}$	8

3

		点
[問 1]	27　度	7
[問 2] 解答例 (1)	【　証　明　】	10

△OCBと△ABFにおいて，

直線BCは円Oの接線であるから，

∠CBO＝90°

線分ABは円Oの直径であるから，

∠BFA＝90°

よって，　∠CBO＝∠BFA ……①

また，$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{DE}$ より，

∠BOC＝∠BOD＝$\dfrac{1}{2}$∠BOE　……②

円周角の定理より，

∠BFE＝$\dfrac{1}{2}$∠BOE ……③

②，③より，

∠BOC＝∠BFE ……④

線分ABと線分EFの交点をGとすると，

EF∥CB，∠CBO＝90°より，∠BGF＝90°

△OCBと△FBGにおいて，

∠OCB＝90°－∠BOC ……⑤

∠FBG＝90°－∠BFG＝90°－∠BFE ……⑥

④，⑤，⑥より，

∠OCB＝∠FBG＝∠ABF　……⑦

①，⑦より，2組の角がそれぞれ等しいから

△OCB∽△ABF

			点
[問 2]	(2)	6　cm	8

4

		点
[問 1]	$a=2\sqrt{3}$	7
[問 2] 解答例	【　途中の式や計算など　】	10

EP＝x cm とすると，

$S=\dfrac{1}{2}\{a+(a-x)\}\cdot5=\dfrac{5}{2}(2a-x)$

$T=\dfrac{1}{2}(a+x)\cdot5=\dfrac{5}{2}(a+x)$

$U=\dfrac{1}{2}a\cdot4=2a$

S：T＝5：4　のとき，

$\dfrac{5}{2}(2a-x):\dfrac{5}{2}(a+x)=5:4$　より，

$(2a-x):(a+x)=5:4$

よって，　$4(2a-x)=5(a+x)$　より，$x=\dfrac{a}{3}$

このとき，　$T=\dfrac{5}{2}\left(a+\dfrac{a}{3}\right)=\dfrac{10}{3}a$

したがって，　$T:U=\dfrac{10}{3}a:2a=5:3$

（答え）　T：U＝　5：3

		点
[問 3]	$\dfrac{8\sqrt{21}}{5}$　cm^3	8

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4	合計得点	受検番号