29
|
八

数

学

数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，根号の中は最も小さい整数にしなさい。

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1　次の各問に答えよ。

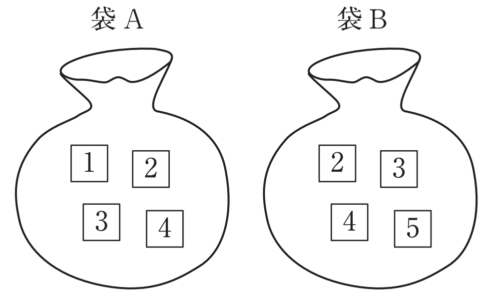
〔問1〕　$\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^2-\dfrac{\sqrt{12}-6\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$　を計算せよ。

〔問2〕　連立方程式　$\begin{cases} x+y=1 \\ \dfrac{x}{5}-\dfrac{y}{3}=1 \end{cases}$　を解け。

〔問3〕　2つの関数 $y=2x^2$，$y=x-2$ のグラフ上の，x 座標が a である点をそれぞれP，Qとする。
点Pの y 座標が点Qの y 座標より5大きいとき，a の値をすべて求めよ。

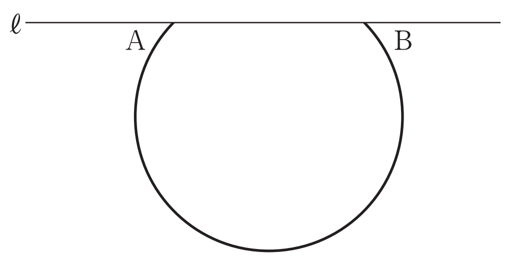
〔問4〕　右の**図1**のように，1，2，3，4の数字が1つずつ書かれた4枚のカードが入っている袋Aと，2，3，4，5の数字が1つずつ書かれた4枚のカードが入っている袋Bがある。
2つの袋A，Bから同時にそれぞれ1枚のカードを取り出す。
このとき，取り出したカードに書かれた2つの数の和を3で割った余りが2となる確率を求めよ。
ただし，2つの袋A，Bそれぞれにおいて，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

図1



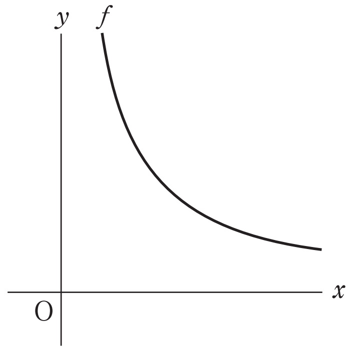
〔問5〕　右の**図2**は，円周の一部である $\overset{\frown}{AB}$ と，2点A，Bを通る直線を ℓ とした場合を表している。
解答欄に示した図をもとにして，直線 ℓ に関して $\overset{\frown}{AB}$ と線対称な弧を定規とコンパスを用いて作図せよ。
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図2



2 右の**図1**で，点Oは原点，曲線fは関数$y=\dfrac{k}{x}$（ただし，$k>0$）の$x>0$の部分のグラフを表している。
次の各問に答えよ。

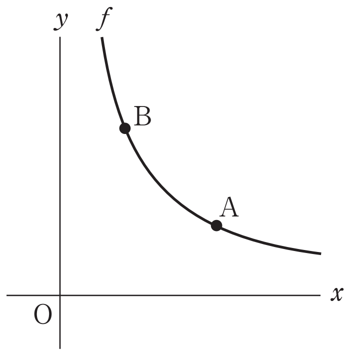
図1



〔問1〕 kは1桁の正の整数とする。曲線f上にある点$(1, k)$のように，x座標とy座標がともに正の整数である点が$(1, k)$以外に1つだけであるようなkの値は何通りあるか。

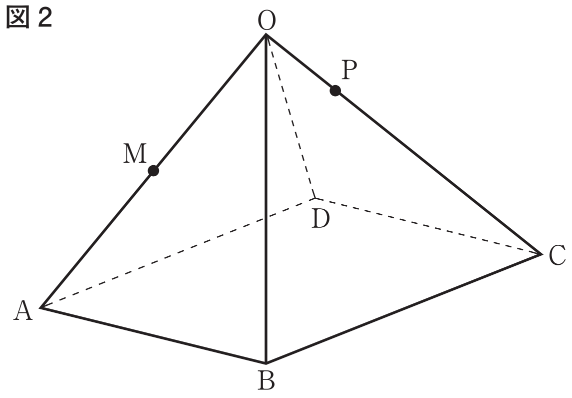
〔問2〕 右の**図2**は，**図1**において，曲線f上にありx座標がy座標より大きい点をA，曲線f上にありx座標が点Aのx座標より小さい点をBとした場合を表している。
次の(1)，(2)に答えよ。

図2



〔問2〕 右の**図2**は，**図1**において，辺OAの中点をMとし，辺OC上にある点をPとした場合を表している。
次の(1)，(2)に答えよ。

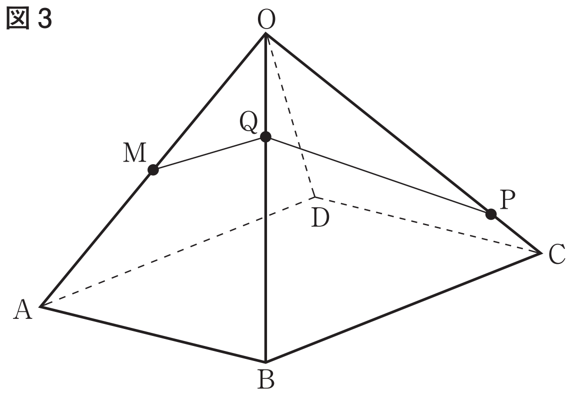
図2



(1) **図2**において，OP = 3 cmのとき，頂点Bと点P，点Pと点M，点Mと頂点Bをそれぞれ結んだ場合を考える。
△BPMの面積は何cm^2か。
ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

(2) 右の**図3**は，**図2**において，辺OB上にある点をQとし，点Mと点Q，点Pと点Qをそれぞれ結んだ場合を表している。
MQ + QP = ℓ cmとする。
OP = a cmとして，点Qを辺OB上で動かしたところ，最も小さくなるℓの値が7となった。
このとき，aの値を求めよ。

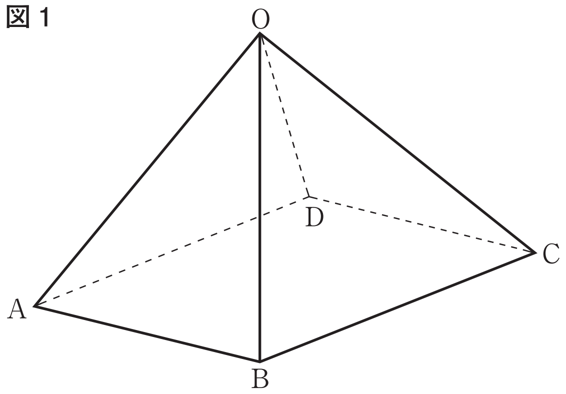
図3



4 右の**図1**に示した立体 O − ABCD は，底面が 1 辺の長さ 6 cm の正方形で，OA = OB = OC = OD = 6 cm の正四角すいである。

次の各問に答えよ。

図1



〔問 1〕 立体 O − ABCD の体積は何 cm^3 か。

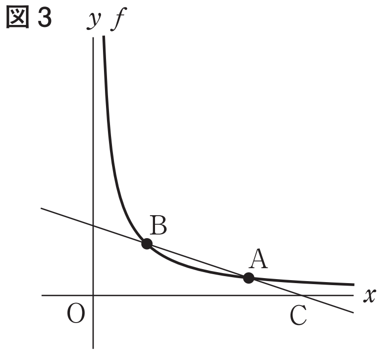
(1) 右の**図3**は，**図2**において，2 点 A，B を通る直線と x 軸との交点を C とした場合を表している。

点 A の y 座標が $\dfrac{2}{3}$，点 B の x 座標が 2，

BA : AC = 2 : 1 であるとき，2 点 A，B を通る直線の式を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図3

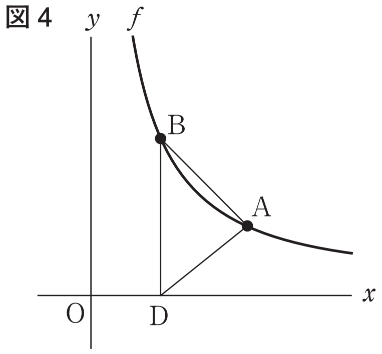


(2) $k = 6$ とする。右の**図4**は，**図2**において，点 B を通り y 軸に平行な直線と，x 軸との交点を D とし，点 A と点 B，点 A と点 D を結んだ場合を表している。

点 A の x 座標と点 B の y 座標が等しく，△ABD の面積が 3 cm^2 であるとき，点 A の座標を求めよ。

ただし，原点から点（1, 0）までの距離，および点（0, 1）までの距離をそれぞれ 1 cm とする。

図4



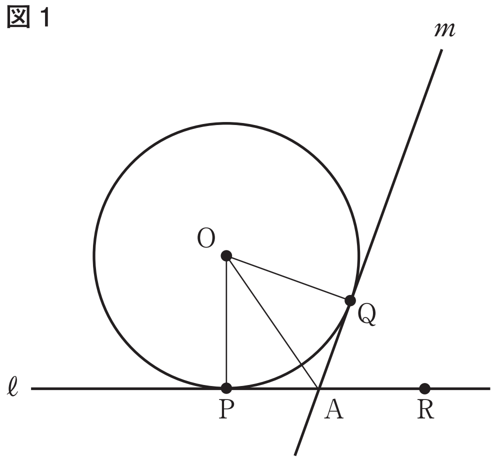
3　右の図1で，2つの直線 ℓ，m は，点Oを中心とする円にそれぞれ点P，点Qで接し，点Aで交わっている。

直線 ℓ 上に点Rを，点Aに対して点Pと反対側にとり，$\angle$QARを45°より大きく90°より小さい角とする。

点Oと点A，点Oと点P，点Oと点Qをそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図1

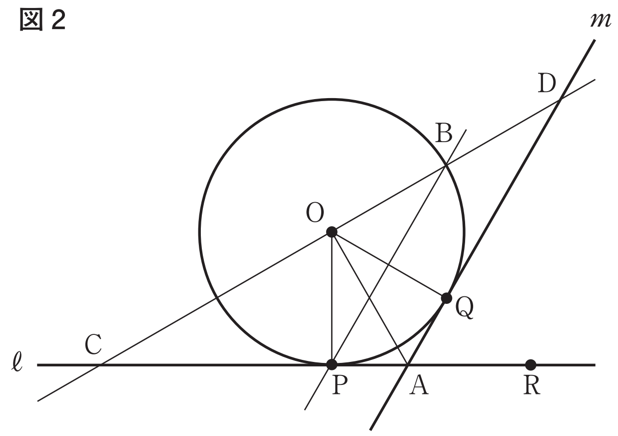


〔問1〕　$\angle$QAR = 70° のとき，$\angle$AOQ の大きさは何度か。

〔問2〕　右の図2は，図1において，点Pを通り直線 m に平行な直線と円Oとの交点のうち，点Pと異なる点をB，2点O，Bを通る直線と2つの直線 ℓ，m との交点をそれぞれC，Dとした場合を表している。

PB = PC となるとき，次の (1)，(2) に答えよ。

図2



(1)　$\triangle$OPC ≡ $\triangle$OQD であることを証明せよ。

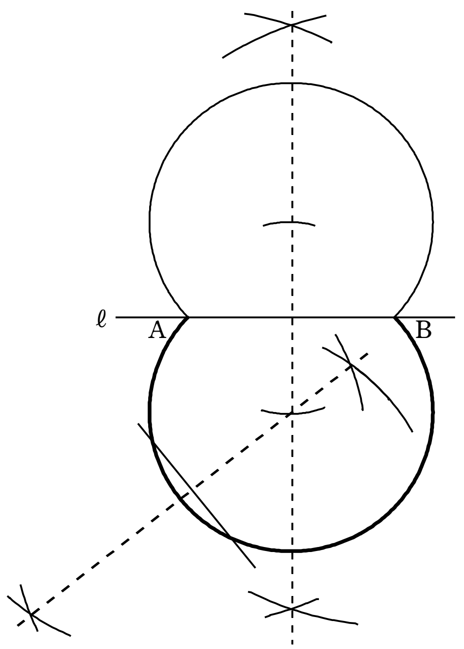
(2)　円Oの半径が3 cmのとき，$\triangle$OACの面積は何 cm^2 か。

正答表　数学（29 － 八）
解　答　用　紙

数　　学

1

		点
［問 1］	6	5
［問 2］	$x=\frac{5}{2}$，$y=-\frac{3}{2}$	5
［問 3］	$a=\frac{3}{2}$，-1	5
［問 4］	$\frac{5}{16}$	5
［問 5］解答例		5



※ 　の欄には、記入しないこと

2

		点
［問 1］	4　通り	7
［問 2］解答例 (1)	【 途中の式や計算など 】	10

点Bの x 座標が 2 であるから，

y 座標は $\frac{k}{2}$

点Aの y 座標は $\frac{2}{3}$ であり，

BA : AC = 2 : 1 であるから，

BC : AC = 3 : 1

よって，$\frac{k}{2}:\frac{2}{3}=3:1$

これを解いて，$k=4$

したがって，B(2, 2)

曲線 f の式は $y=\frac{4}{x}$ となる。

点Aの x 座標は $\frac{2}{3}=\frac{4}{x}$ より，$x=6$

よって，$A\left(6, \frac{2}{3}\right)$

したがって，2 点 A，B を通る直線の式は

$y=-\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}$

（答え）　$y=-\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}$

			点
［問 2］	(2)	$(2\sqrt{3}, \sqrt{3})$	8

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4

合計得点

受検番号

3

		点
［問 1］	35　度	7
［問 2］解答例 (1)	【 証　明 】	10

△OPC と△OQD において，

OP＝OQ　（円 O の半径）　… ①

2 直線 PC，QD は円 O の接線であるから，

∠OPC＝∠OQD＝90°　… ②

仮定より，PB＝PC であるから，

∠OBP＝∠OCP　… ③

仮定より，PB∥AD であるから，

∠OBP＝∠ODQ　… ④

③，④より，

∠OCP＝∠ODQ　… ⑤

②より，

∠POC＝180°－∠OPC－∠OCP

　＝90°－∠OCP　… ⑥

∠QOD＝180°－∠OQD－∠ODQ

　＝90°－∠ODQ　… ⑦

⑤，⑥，⑦より，

∠POC＝∠QOD　… ⑧

①，②，⑧より，

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△OPC≡△OQD

			点
［問 2］	(2)	$6\sqrt{3}$　cm^2	8

4

		点
［問 1］	$36\sqrt{2}$　cm^3	7
［問 2］解答例 (1)	【 途中の式や計算など 】	10

△OAB，△OBC はともに 1 辺の長さが 6 cmの正三角形で，点 M，P はそれぞれ辺 OA，OC の中点であるから，

$BM=BP=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

△OAC において，中点連結定理により，

$MP=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

BM＝BP であるから，頂点 B から MP へ引いた垂線と線分 MP との交点を H とすると，

$MH=\frac{1}{2}MP=\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

△BMH において，三平方の定理により，

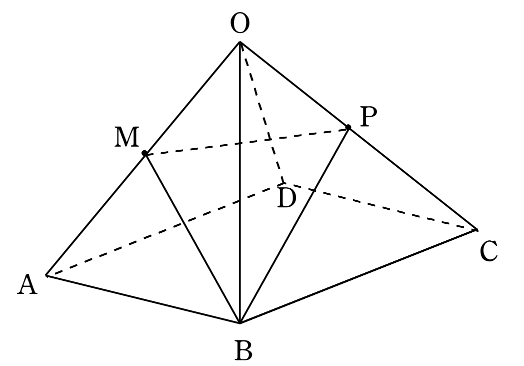
$BM^2=BH^2+MH^2$ であるから，

$BH^2=BM^2-MH^2$

$=(3\sqrt{3})^2-\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{3^2\times10}{2^2}$

BH＞0 より，$BH=\frac{3\sqrt{10}}{2}$ であるから，

$\triangle BPM=\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times\frac{3\sqrt{10}}{2}=\frac{9\sqrt{5}}{2}$　(cm^2)



（答え）　$\frac{9\sqrt{5}}{2}$　cm^2

			点
［問 2］	(2)	$a=$ 5	8