29—戸

数

学

数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，根号の中は最も小さい整数にしなさい。

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

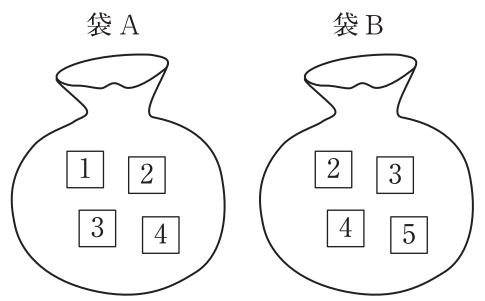
〔問1〕 $\dfrac{\sqrt{6}+3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ を計算せよ。

〔問2〕 2次方程式 $(x+1)(2x-3)=(x-1)^2$ を解け。

〔問3〕 関数 $y=ax^2$ で，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域は $-2 \leqq y \leqq 0$ である。
このとき，a の値を求めよ。

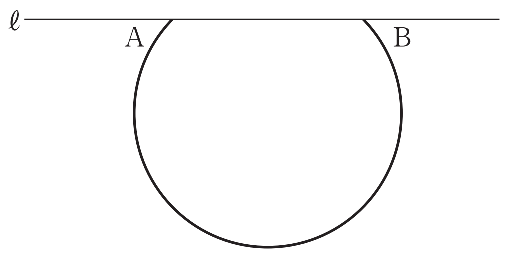
〔問4〕 右の**図1**のように，1，2，3，4の数字が1つずつ書かれた4枚のカードが入っている袋Aと，2，3，4，5の数字が1つずつ書かれた4枚のカードが入っている袋Bがある。
2つの袋A，Bから同時にそれぞれ1枚のカードを取り出す。
このとき，取り出したカードに書かれた2つの数の和を3で割った余りが2となる確率を求めよ。
ただし，2つの袋A，Bそれぞれにおいて，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

図1



〔問5〕 右の**図2**は，円周の一部である $\overset{\frown}{AB}$ と，2点A，Bを通る直線を ℓ とした場合を表している。
解答欄に示した図をもとにして，直線 ℓ に関して $\overset{\frown}{AB}$ と線対称な弧を定規とコンパスを用いて作図せよ。
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

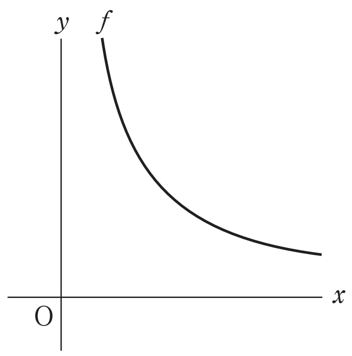
図2



2 右の**図1**で，点Oは原点，曲線 f は関数 $y=\dfrac{k}{x}$（ただし，$k>0$）の $x>0$ の部分のグラフを表している。

次の各問に答えよ。

図1

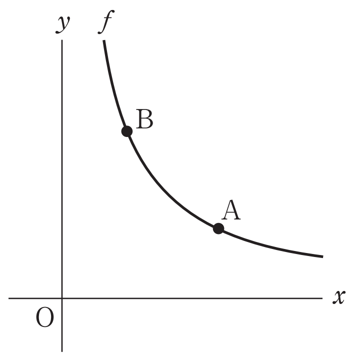


〔問1〕 k は1桁の正の整数とする。曲線 f 上にある点 $(1, k)$ のように，x 座標と y 座標がともに正の整数である点が $(1, k)$ 以外に1つだけであるような k の値は何通りあるか。

〔問2〕 右の**図2**は，**図1**において，曲線 f 上にあり x 座標が y 座標より大きい点をA，曲線 f 上にあり x 座標が点Aの x 座標より小さい点をBとした場合を表している。

次の(1)，(2)に答えよ。

図2



(1) **図2**において点Pが点Aを出発してから1秒後のとき，点Pと点A，点Pと点Bをそれぞれ結んでできる三角形PABの面積は何 cm^2 か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

(2) **図2**において，点Pと点Qがそれぞれ点Aと点Eを同時に出発してから2秒後のとき，点Pと点A，点Pと点B，点Qと点A，点Qと点B，点Qと点Pをそれぞれ結んでできる立体A－BPQの体積は何 cm^3 か。

3 右の図で，円 O は線分 AB を直径とする円である。

点 B を通る円 O の接線上に，点 B と異なる点 C をとる。

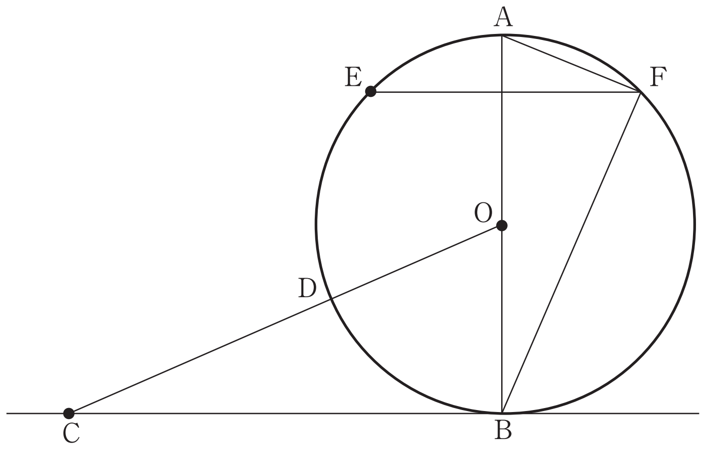
点 O と点 C を結び，線分 OC と，円 O の交点を D とする。

点 D を含む $\overset{\frown}{AB}$ 上に，点 B と異なる点 E を，$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{DE}$ となるようにとる。

点 E を通り接線 BC に平行な直線と，円 O との交点のうち，点 E と異なる点を F とする。

点 A と点 F，点 B と点 F をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。



〔問 1〕 点 A を含む $\overset{\frown}{EF}$ と，点 A を含まない $\overset{\frown}{FB}$ の長さの比が 6：7 のとき，∠OCB の大きさは何度か。

〔問 2〕 次の (1)，(2) に答えよ。

(1) △OCB ∽ △ABF であることを証明せよ。

(2) △OCB と△ABF の相似比が 3：2 で，△OCB の面積が $9\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ のとき，円 O の直径は何 cm か。

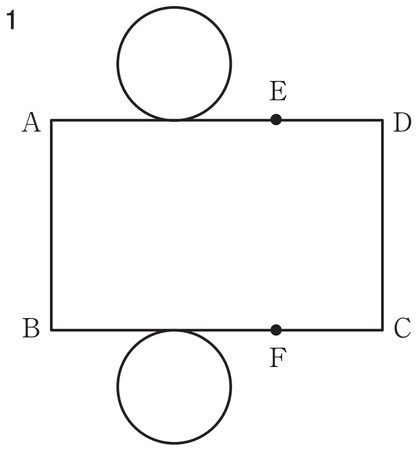
4 右の**図1**は，円柱の展開図であり，四角形 ABCD は，AB：AD＝3：4 の長方形で，2つの円の半径はともに 2 cm である。

辺 AD 上にある点を E とし，AE：ED＝3：1 とする。

また，辺 BC 上にある点を F とし，BF：FC＝3：1 とする。

次の各問に答えよ。ただし，円周率は π とする。

図1



〔問1〕 **図1**の展開図において，四角形 ABCD の対角線の長さは何 cm か。

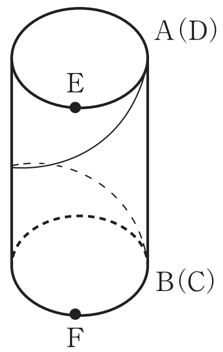
〔問2〕 右の**図2**は，**図1**の展開図を組み立ててできた円柱に，点 A から円柱の側面上を1周して点 B にいたる最短の線を引いた場合を表している。

点 P は最短の線上を点 A から出発し，常に一定の速さで動き，4秒後に点 B に到着して止まる。

点 Q は，2点 E，F を結んでできる線分 EF 上を点 E から出発し，常に一定の速さで動き，3秒後に点 F に到着して止まる。

次の (1)，(2) に答えよ。

図2

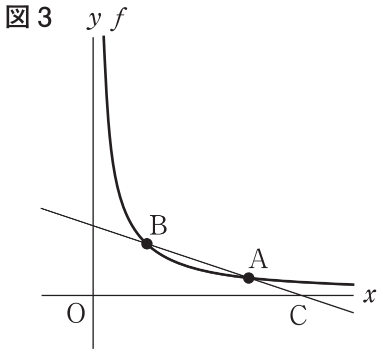


(1) 右の**図3**は，**図2**において，2点 A，B を通る直線と x 軸との交点を C とした場合を表している。

点 A の y 座標が $\dfrac{2}{3}$，点 B の x 座標が 2，BA：AC＝2：1 であるとき，2点 A，B を通る直線の式を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図3

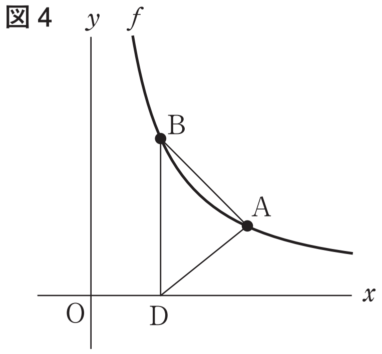


(2) $k=6$ とする。右の**図4**は，**図2**において，点 B を通り y 軸に平行な直線と，x 軸との交点を D とし，点 A と点 B，点 A と点 D を結んだ場合を表している。

点 A の x 座標と点 B の y 座標が等しく，△ABD の面積が $3\ \mathrm{cm}^2$ であるとき，点 A の座標を求めよ。

ただし，原点から点（1，0）までの距離，および点（0，1）までの距離をそれぞれ 1 cm とする。

図4

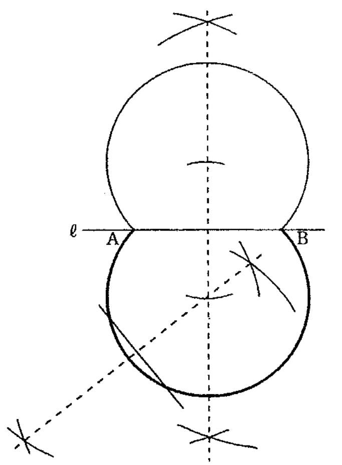


正答表　数学（29 ー 戸）
解　答　用　紙

数　　学

1

		点
[問 1]	$5+\sqrt{3}$	5
[問 2]	$\dfrac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$	5
[問 3]	$a=-\dfrac{1}{2}$	5
[問 4]	$\dfrac{5}{16}$	5
[問 5] 解答例		5



※ ▒の欄には、記入しないこと

2

		点
[問 1]	4　通り	7
[問 2] 解答例 (1)	【 途中の式や計算など 】	10

点Bの x 座標が 2 であるから，

y 座標は $\dfrac{k}{2}$

点Aの y 座標は $\dfrac{2}{3}$ であり，

BA : AC = 2 : 1 であるから，

BC : AC = 3 : 1

よって，$\dfrac{k}{2}:\dfrac{2}{3}=3:1$

これを解いて，$k=4$

したがって，B(2, 2)

曲線 f の式は $y=\dfrac{4}{x}$ となる。

点Aの x 座標は $\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{x}$ より，$x=6$

よって，$A\left(6, \dfrac{2}{3}\right)$

したがって，2 点 A，B を通る直線の式は

$y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{8}{3}$

（答え）　$y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{8}{3}$

			点
[問 2]	(2)	$(2\sqrt{3}, \sqrt{3})$	8

3

		点
[問 1]	27　度	7
[問 2] 解答例 (1)	【 証　明 】	10

△OCB と △ABF において，

直線 BC は円 O の接線であるから，

∠CBO＝90°

線分 AB は円 O の直径であるから，

∠BFA＝90°

よって，　∠CBO＝∠BFA ……①

また，$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{DE}$ より，

$\angle BOC=\angle BOD=\dfrac{1}{2}\angle BOE$ ……②

円周角の定理より，

$\angle BFE=\dfrac{1}{2}\angle BOE$ ……③

②，③より，

∠BOC＝∠BFE ……④

線分 AB と線分 EF の交点を G とすると，

EF // CB，∠CBO＝90° より，∠BGF＝90°

△OCB と △FBG において，

∠OCB＝90°－∠BOC ……⑤

∠FBG＝90°－∠BFG＝90°－∠BFE ……⑥

④，⑤，⑥ より，

∠OCB＝∠FBG＝∠ABF ……⑦

①，⑦より，2 組の角がそれぞれ等しいから

△OCB ∽ △ABF

			点
[問 2]	(2)	6　cm	8

4

		点
[問 1]	5π　cm	7
[問 2] 解答例 (1)	【 途中の式や計算など 】	10

点 P が A を出発してから 1 秒後のとき，

点 P は線分 EF 上にある。

点 P から母線 AB に垂線 PH を下ろすと，

AB // EF より，∠EPH＝90°，AH＝EP なので，

四角形 AEPH は長方形となり，PH＝EA

このとき，上の底面となる円の中心を O とすると，

三角形 OAE は，OA＝OE＝2 (cm) の

直角二等辺三角形となるので，

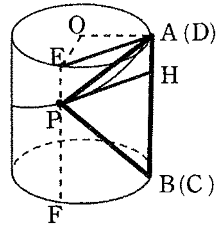
EA＝PH＝$2\sqrt{2}$ (cm)

また，展開図において，AB : AD＝3 : 4 なので，

母線 AB の長さは，3π (cm)

よって，三角形 PAB の面積は

$\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times3\pi=\underline{3\sqrt{2}\pi\ (cm^2)}$



（答え）　$3\sqrt{2}\pi$　cm^2

			点
[問 2]	(2)	4π　cm^3	8

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4	合計得点	受検番号