数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。**また，根号の中は最も小さい整数にしなさい。

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $\dfrac{\sqrt{6}+3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ を計算せよ。

〔問 2〕 連立方程式 $\begin{cases} 3x+4y=6 \\ \dfrac{3x+y+1}{4}=0.25x+y-3 \end{cases}$ を解け。

〔問 3〕 関数 $y=ax^2$ で，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域は $-2 \leqq y \leqq 0$ である。
このとき，a の値を求めよ。

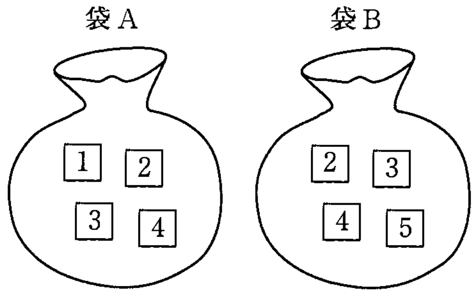
〔問 4〕 右の**図 1** のように，1，2，3，4 の数字が 1 つずつ書かれた 4 枚のカードが入っている袋 A と，2，3，4，5 の数字が 1 つずつ書かれた 4 枚のカードが入っている袋 B がある。

2 つの袋 A，B から同時にそれぞれ 1 枚のカードを取り出す。

このとき，取り出したカードに書かれた 2 つの数の和を 3 で割った余りが 2 となる確率を求めよ。

ただし，2 つの袋 A，B それぞれにおいて，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

図 1

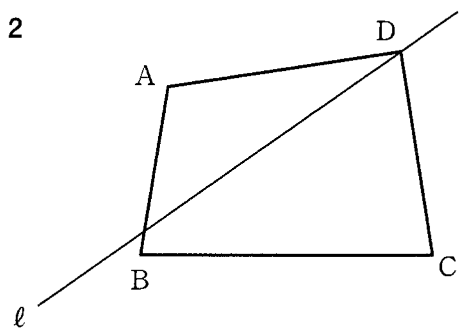


〔問 5〕 右の**図 2** の四角形 ABCD で，頂点 D を通る直線 ℓ を折り目として 1 回折り返すと，頂点 A が辺 BC と重なった。

解答欄に示した図をもとにして，折り目となる直線 ℓ を定規とコンパスを用いて作図せよ。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

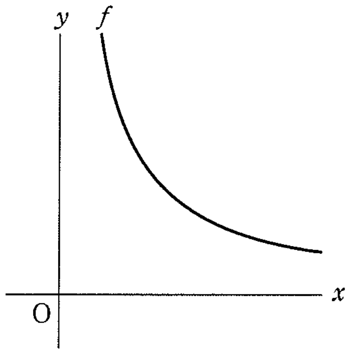
図 2



2 右の**図１**で，点Ｏは原点，曲線 f は関数 $y=\dfrac{k}{x}$（ただし，$k>0$）の $x>0$ の部分のグラフを表している。

次の各問に答えよ。

図１

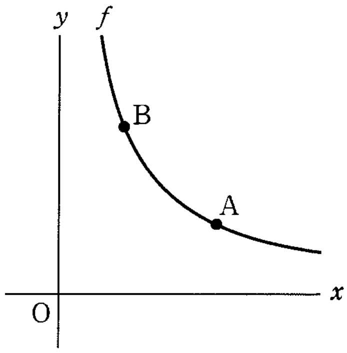


〔問１〕 k は１桁の正の整数とする。曲線 f 上にある点（$1,k$）のように，x 座標と y 座標がともに正の整数である点が（$1,k$）以外に１つだけであるような k の値は何通りあるか。

〔問２〕 右の**図２**は，**図１**において，曲線 f 上にあり x 座標が y 座標より大きい点をＡ，曲線 f 上にあり x 座標が点Ａの x 座標より小さい点をＢとした場合を表している。

次の (1)，(2) に答えよ。

図２



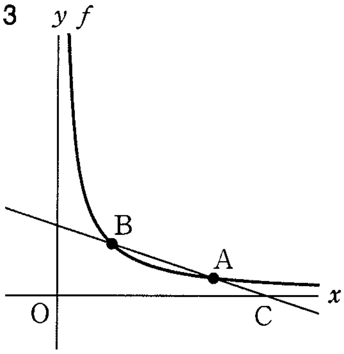
(1) 右の**図3**は，**図2**において，2点A，Bを通る直線とx軸との交点をCとした場合を表している。

点Aのy座標が$\frac{2}{3}$，点Bのx座標が2，

BA：AC＝2：1であるとき，2点A，Bを通る直線の式を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図3

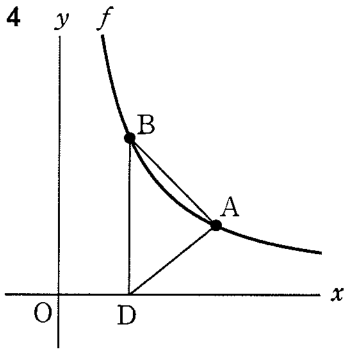


(2) $k=6$とする。右の**図4**は，**図2**において，点Bを通りy軸に平行な直線と，x軸との交点をDとし，点Aと点B，点Aと点Dを結んだ場合を表している。

点Aのx座標と点Bのy座標が等しく，△ABDの面積が3 cm^{2}であるとき，点Aの座標を求めよ。

ただし，原点から点（1,0）までの距離，および点（0,1）までの距離をそれぞれ1 cmとする。

図4



3 右の図で，円 O は線分 AB を直径とする円である。

点 B を通る円 O の接線上に，点 B と異なる点 C をとる。

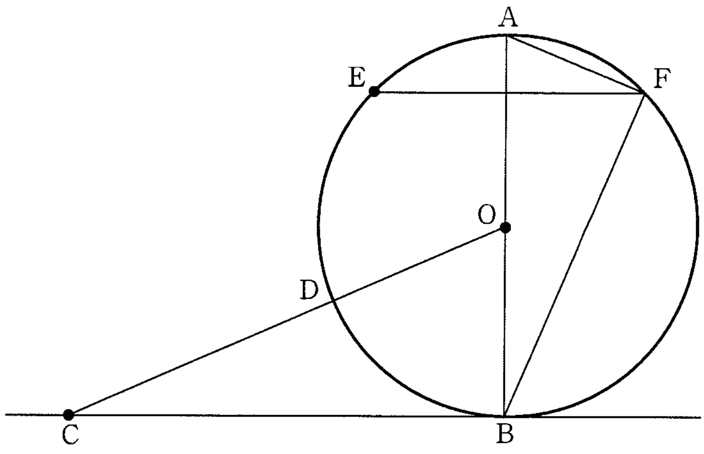
点 O と点 C を結び，線分 OC と，円 O の交点を D とする。

点 D を含む $\overset{\frown}{AB}$ 上に，点 B と異なる点 E を，$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{DE}$ となるようにとる。

点 E を通り接線 BC に平行な直線と，円 O との交点のうち，点 E と異なる点を F とする。

点 A と点 F，点 B と点 F をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。



〔問 1〕 点 A を含む $\overset{\frown}{EF}$ と，点 A を含まない $\overset{\frown}{FB}$ の長さの比が 6：7 のとき，∠OCB の大きさは何度か。

〔問 2〕　次の (1), (2) に答えよ。

(1)　$\triangle$OCB $\backsim$ $\triangle$ABF であることを証明せよ。

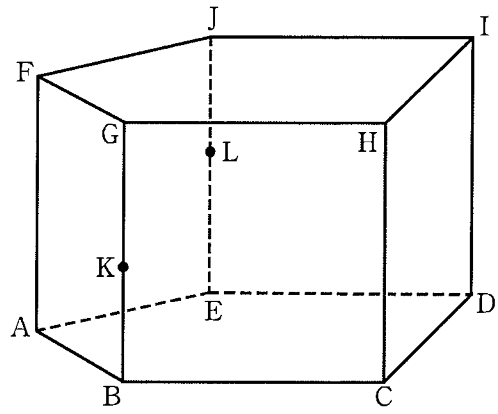
(2)　$\triangle$OCB と$\triangle$ABF の相似比が 3：2 で，$\triangle$OCB の面積が $9\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ のとき，円 O の直径は何 cm か。

4 右の**図１**に示した立体 ABCDE − FGHIJ は，
AB = AE = 5 cm，BC = ED = 8 cm，
CD = 6 cm，∠BCD = ∠CDE = 90°，
AF = 6 cm で，側面がすべて長方形の五角柱である。

辺 BG，辺 EJ 上の点をそれぞれK，Lとする。

次の各問に答えよ。

図１

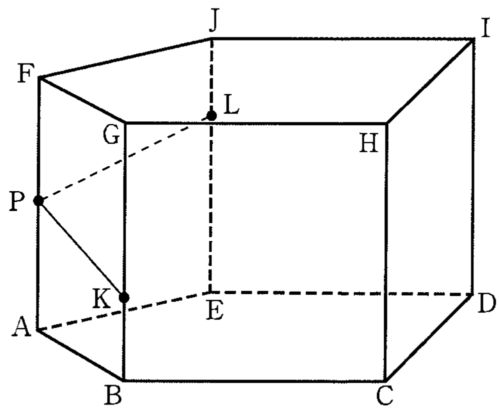


〔問１〕 右の**図２**は**図１**において，辺 AF 上の点をＰとし，点Ｐと点Ｋ，点Ｐと点Ｌをそれぞれ結んだ場合を表している。

BK = JL = 1 cm，ℓ = PK + PL とする。

ℓ が最も小さくなるとき，ℓ は何 cm か。

図２

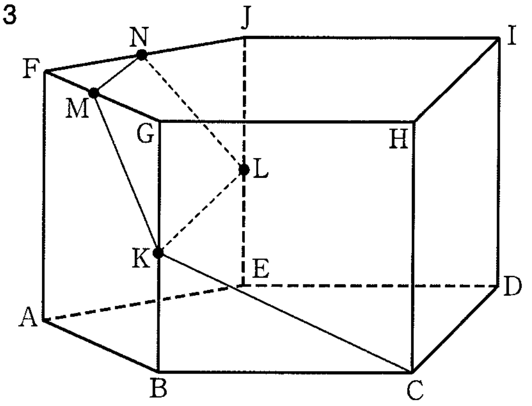


〔問 2〕　右の**図 3** は**図 1** において，辺 FG，辺 FJ 上の点をそれぞれ M，N とし，MG = NJ，GK = JL である場合を表している。

KC：BC = 13：12，GK：GM = 4：5 のとき，四角形 KLNM の面積は何 cm^2 か。

ただし，答えだけではなく，答えを求める過程がわかるように，図や途中の式などもかけ。

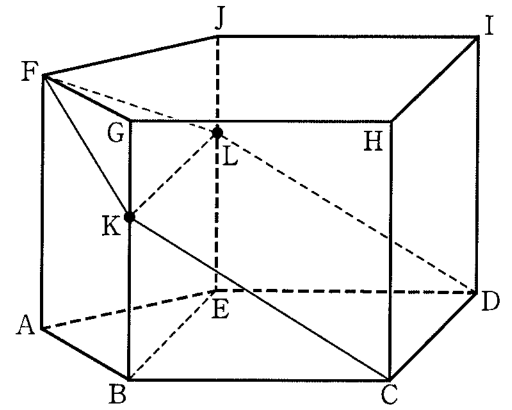
図 3



〔問 3〕　右の**図 4** は**図 1** において，5 点 F，K，C，D，L が同じ平面上にある場合を表している。

6 点 A，B，E，F，K，L を頂点とする立体 AF − BELK の体積は何 cm^3 か。

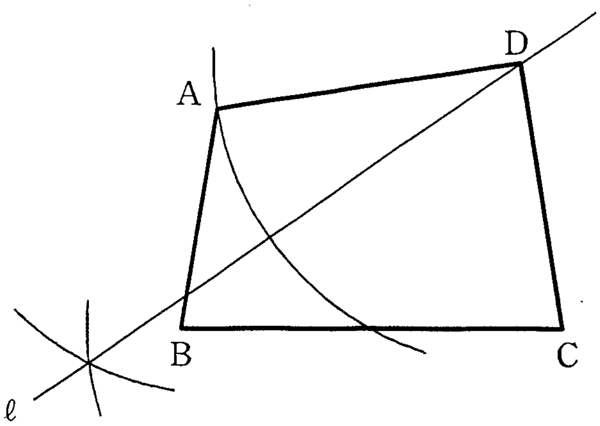
図 4



正答表　数学（29 ー 国）
解　答　用　紙

数　　学

1		点
［問 1］	$5+\sqrt{3}$	5
［問 2］	$x=-2,\ y=3$	5
［問 3］	$a=-\frac{1}{2}$	5
［問 4］	$\frac{5}{16}$	5
［問 5］解答例		5



※ ［網掛け］の欄には、記入しないこと

2			点
［問 1］		4　通り	7
［問 2］解答例	(1)	【　途中の式や計算など　】	10

点Bの x 座標が 2 であるから，

y 座標は $\frac{k}{2}$

点Aの y 座標は $\frac{2}{3}$ であり，

BA : AC = 2 : 1 であるから，

BC : AC = 3 : 1

よって，$\frac{k}{2} : \frac{2}{3} = 3 : 1$

これを解いて，$k=4$

したがって，B(2, 2)

曲線 f の式は $y=\frac{4}{x}$ となる。

点Aの x 座標は $\frac{2}{3}=\frac{4}{x}$ より，$x=6$

よって，$A\left(6, \frac{2}{3}\right)$

したがって，2 点 A，B を通る直線の式は

$y=-\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}$

（答え）　$y=-\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}$

［問 2］	(2)	$(2\sqrt{3}, \sqrt{3})$	8

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4

合計得点

受検番号

3			点
［問 1］	27 度		7
［問 2］解答例	(1)	【 証 明 】	10

$\triangle OCB$ と $\triangle ABF$ において，

直線 BC は円 O の接線であるから，

$\angle CBO=90^\circ$

線分 AB は円 O の直径であるから，

$\angle BFA=90^\circ$

よって，　$\angle CBO=\angle BFA$ ……①

また，$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{DE}$ より，

$\angle BOC=\angle BOD=\frac{1}{2}\angle BOE$ ……②

円周角の定理より，

$\angle BFE=\frac{1}{2}\angle BOE$ ……③

②，③より，

$\angle BOC=\angle BFE$ ……④

線分 AB と線分 EF の交点を G とすると，

$EF /\!/ CB$，$\angle CBO=90^\circ$ より，$\angle BGF=90^\circ$

$\triangle OCB$ と $\triangle FBG$ において，

$\angle OCB=90^\circ-\angle BOC$ ……⑤

$\angle FBG=90^\circ-\angle BFG=90^\circ-\angle BFE$ ……⑥

④，⑤，⑥より，

$\angle OCB=\angle FBG=\angle ABF$ ……⑦

①，⑦より，２組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle OCB \backsim \triangle ABF$

［問 2］	(2)	6 cm	8

4		点
［問 1］	$2\sqrt{29}$ cm	7
［問 2］解答例	【 図や途中の式など 】	10

KC : BC=13 : 12 であるから，$KC=\frac{13}{12}BC=\frac{13\times 8}{12}=\frac{26}{3}$

よって，$KB=\sqrt{\left(\frac{26}{3}\right)^2-8^2}=\frac{\sqrt{50\times 2}}{3}=\frac{10}{3}$

したがって，$GK=GB-KB=6-\frac{10}{3}=\frac{8}{3}$

さらに，GK : GM=4 : 5 から $GM=\frac{5}{4}GK=\frac{10}{3}$

したがって，$FM=FG-GM=5-\frac{10}{3}=\frac{5}{3}$

下の【図１】において $MN /\!/ GJ$ であるから，

MN : GJ=FM : FG

よって，$MN : GJ=\frac{5}{3} : 5=1 : 3$

したがって，GJ=6 より MN=2

面積を求める四角形 KLNM は下の【図２】の台形となる。

M から線分 KG に垂線 MQ を引く。

$MK=\sqrt{GK^2+GM^2}=\sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^2+\left(\frac{10}{3}\right)^2}$，KQ=2

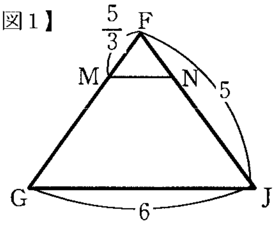
であるから，

$$MQ=\sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^2+\left(\frac{10}{3}\right)^2-2^2}$$
$$=\frac{\sqrt{64+100-36}}{3}=\frac{8\sqrt{2}}{3}$$

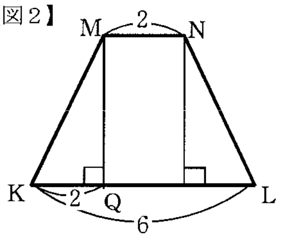
ゆえに，四角形 KLNM の面積は

$$\frac{1}{2}\times(2+6)\times\frac{8\sqrt{2}}{3}=\frac{32\sqrt{2}}{3}\ \text{cm}^2$$

【図１】



【図２】



（答え）　$\frac{32\sqrt{2}}{3}$ cm^2

［問 3］	56 cm^3	8