数　　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，７ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は 50 分で，終わりは**午前 11 時 00 分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。**また，根号の中は最も小さい整数にしなさい。

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $\dfrac{\sqrt{6}+3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ を計算せよ。

〔問 2〕 連立方程式 $\begin{cases} 3x+4y=6 \\ \dfrac{3x+y+1}{4}=0.25x+y-3 \end{cases}$ を解け。

〔問 3〕 関数 $y=ax^2$ で，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域は $-2 \leqq y \leqq 0$ である。
このとき，a の値を求めよ。

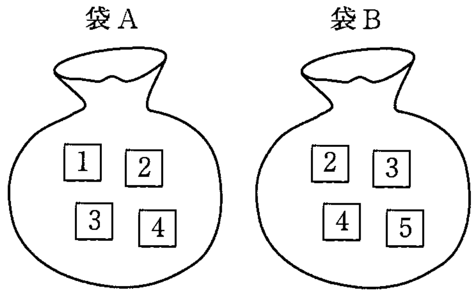
〔問 4〕 右の**図 1** のように，1，2，3，4 の数字が 1 つずつ書かれた 4 枚のカードが入っている袋 A と，2，3，4，5 の数字が 1 つずつ書かれた 4 枚のカードが入っている袋 B がある。

2 つの袋 A，B から同時にそれぞれ 1 枚のカードを取り出す。

このとき，取り出したカードに書かれた 2 つの数の和を 3 で割った余りが 2 となる確率を求めよ。

ただし，2 つの袋 A，B それぞれにおいて，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

図 1

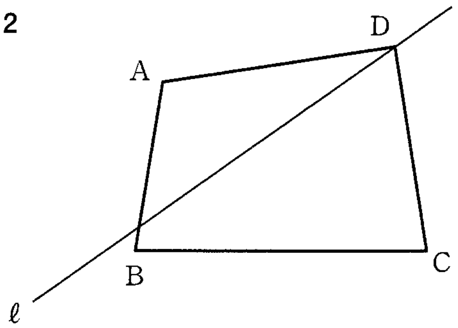


〔問 5〕 右の**図 2** の四角形 ABCD で，頂点 D を通る直線 ℓ を折り目として 1 回折り返すと，頂点 A が辺 BC と重なった。

解答欄に示した図をもとにして，折り目となる直線 ℓ を定規とコンパスを用いて作図せよ。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

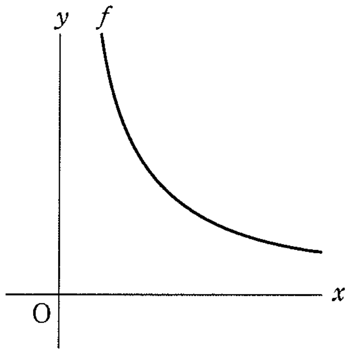
図 2



2 右の**図1**で，点Oは原点，曲線fは関数$y=\dfrac{k}{x}$（ただし，$k>0$）の$x>0$の部分のグラフを表している。

次の各問に答えよ。

図1

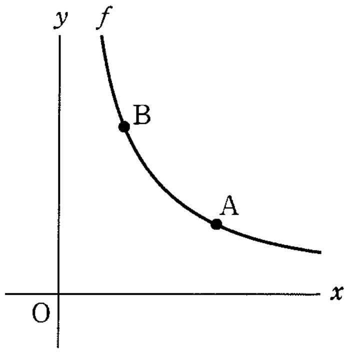


〔問1〕 kは1桁の正の整数とする。曲線f上にある点$(1, k)$のように，x座標とy座標がともに正の整数である点が$(1, k)$以外に1つだけであるようなkの値は何通りあるか。

〔問2〕 右の**図2**は，**図1**において，曲線f上にありx座標がy座標より大きい点をA，曲線f上にありx座標が点Aのx座標より小さい点をBとした場合を表している。

次の(1)，(2)に答えよ。

図2



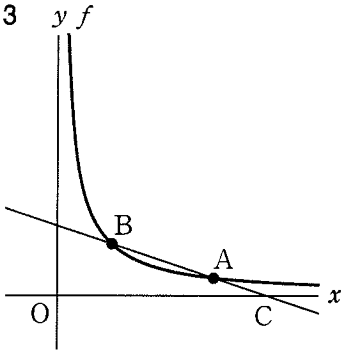
(1) 右の**図3**は，**図2**において，2点A，Bを通る直線とx軸との交点をCとした場合を表している。

点Aのy座標が$\frac{2}{3}$，点Bのx座標が2，

BA：AC＝2：1であるとき，2点A，Bを通る直線の式を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図3

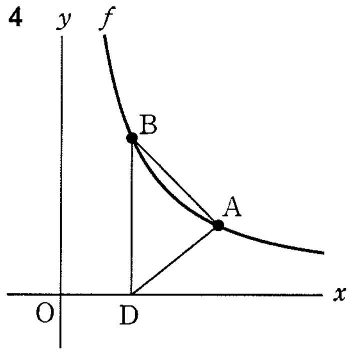


(2) $k=6$とする。右の**図4**は，**図2**において，点Bを通りy軸に平行な直線と，x軸との交点をDとし，点Aと点B，点Aと点Dを結んだ場合を表している。

点Aのx座標と点Bのy座標が等しく，△ABDの面積が3 cm^{2}であるとき，点Aの座標を求めよ。

ただし，原点から点（1，0）までの距離，および点（0，1）までの距離をそれぞれ1 cmとする。

図4



3 右の図で，円Oは線分ABを直径とする円である。

点Bを通る円Oの接線上に，点Bと異なる点Cをとる。

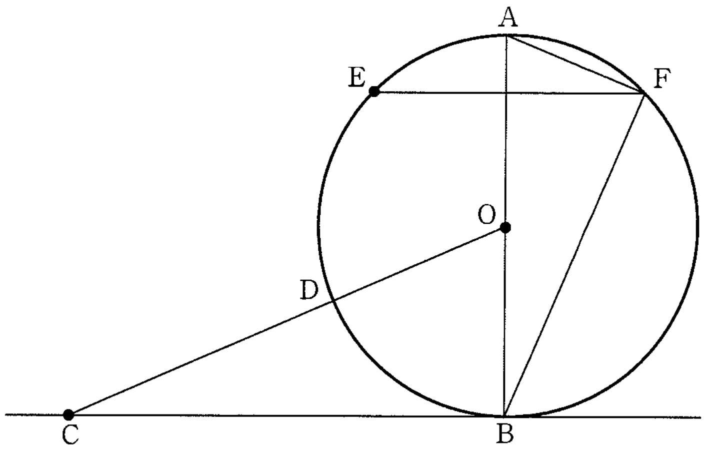
点Oと点Cを結び，線分OCと，円Oの交点をDとする。

点Dを含む$\overset{\frown}{AB}$上に，点Bと異なる点Eを，$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{DE}$となるようにとる。

点Eを通り接線BCに平行な直線と，円Oとの交点のうち，点Eと異なる点をFとする。

点Aと点F，点Bと点Fをそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。



〔問1〕 点Aを含む$\overset{\frown}{EF}$と，点Aを含まない$\overset{\frown}{FB}$の長さの比が6：7のとき，∠OCBの大きさは何度か。

〔問 2〕　次の (1), (2) に答えよ。

(1)　$\triangle OCB \backsim \triangle ABF$ であることを証明せよ。

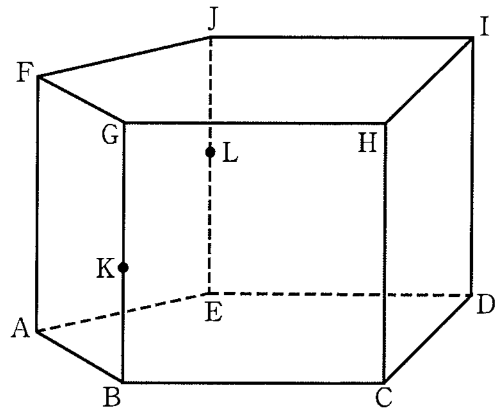
(2)　$\triangle OCB$ と $\triangle ABF$ の相似比が $3:2$ で，$\triangle OCB$ の面積が $9\sqrt{2}\,cm^2$ のとき，円 O の直径は何 cm か。

4 右の**図1**に示した立体 ABCDE－FGHIJ は，
AB＝AE＝5 cm，BC＝ED＝8 cm，
CD＝6 cm，∠BCD＝∠CDE＝90°，
AF＝6 cm で，側面がすべて長方形の五角柱
である。

辺 BG，辺 EJ 上の点をそれぞれ K，L とする。

次の各問に答えよ。

図1

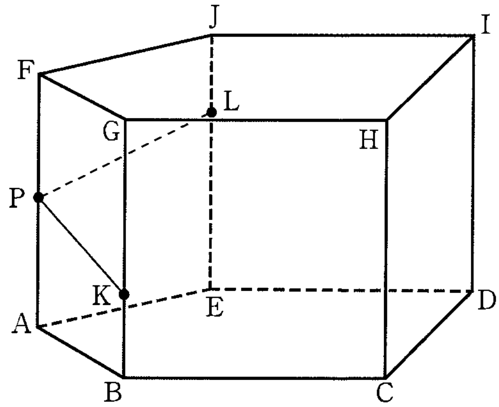


〔問1〕 右の**図2**は**図1**において，辺 AF 上の点を P とし，点 P と点 K，点 P と点 L をそれぞれ結んだ場合を表している。

BK＝JL＝1 cm，ℓ ＝PK＋PL とする。

ℓ が最も小さくなるとき，ℓ は何 cm か。

図2

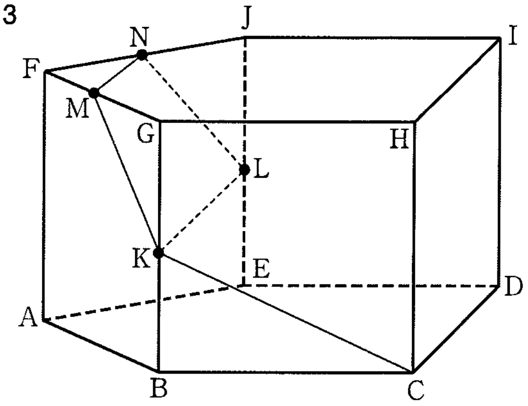


〔問 2〕　右の**図 3** は**図 1** において，辺 FG，辺 FJ 上の点をそれぞれ M，N とし，MG = NJ，GK = JL である場合を表している。

KC : BC = 13 : 12，GK : GM = 4 : 5 のとき，四角形 KLNM の面積は何 cm^2 か。

ただし，答えだけではなく，答えを求める過程がわかるように，図や途中の式などもかけ。

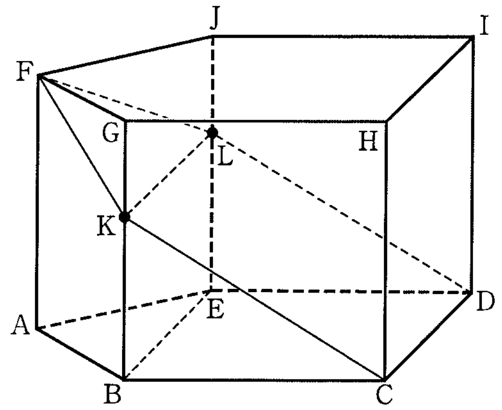
図 3



〔問 3〕　右の**図 4** は**図 1** において，5 点 F，K，C，D，L が同じ平面上にある場合を表している。

6 点 A，B，E，F，K，L を頂点とする立体 AF − BELK の体積は何 cm^3 か。

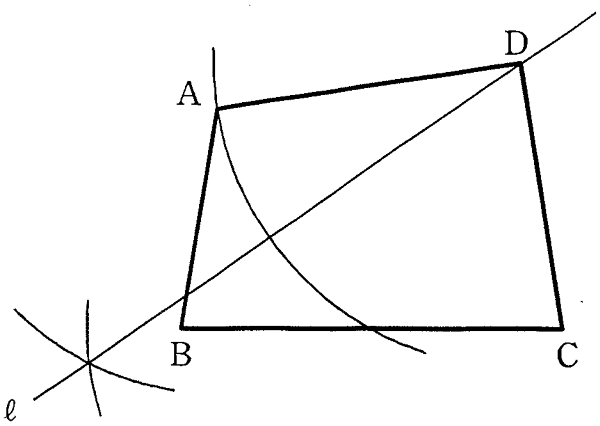
図 4



正答表　数学（29 ー 国）
解　答　用　紙

数　　学

1		点
[問 1]	$5+\sqrt{3}$	5
[問 2]	$x=-2,\ y=3$	5
[問 3]	$a=-\frac{1}{2}$	5
[問 4]	$\frac{5}{16}$	5
[問 5] 解答例		5



※ 　の欄には、記入しないこと

2			点
[問 1]	4 通り		7
[問 2] 解答例	(1)	【 途中の式や計算など 】	10

点Bの x 座標が 2 であるから，

y 座標は $\frac{k}{2}$

点Aの y 座標は $\frac{2}{3}$ であり，

BA : AC = 2 : 1 であるから，

BC : AC = 3 : 1

よって，$\frac{k}{2}:\frac{2}{3}=3:1$

これを解いて，$k=4$

したがって，B(2, 2)

曲線 f の式は $y=\frac{4}{x}$ となる。

点Aの x 座標は $\frac{2}{3}=\frac{4}{x}$ より，$x=6$

よって，A$\left(6,\frac{2}{3}\right)$

したがって，2 点 A，B を通る直線の式は

$y=-\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}$

（答え）　$y=-\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}$

[問 2]	(2)	$(2\sqrt{3},\sqrt{3})$	8

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4

合計得点

受検番号

3			点
[問 1]	27 度		7
[問 2] 解答例	(1)	【 証 明 】	10

△OCB と △ABF において，
直線 BC は円 O の接線であるから，
$\angle CBO=90^\circ$
線分 AB は円 O の直径であるから，
$\angle BFA=90^\circ$
よって，　$\angle CBO=\angle BFA$ ……①
また，$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{DE}$ より，
$\angle BOC=\angle BOD=\frac{1}{2}\angle BOE$ ……②
円周角の定理より，
$\angle BFE=\frac{1}{2}\angle BOE$ ……③
②，③より，
$\angle BOC=\angle BFE$ ……④
線分 AB と線分 EF の交点を G とすると，
$EF /\!/ CB$，$\angle CBO=90^\circ$ より，$\angle BGF=90^\circ$
△OCB と △FBG において，
$\angle OCB=90^\circ-\angle BOC$ ……⑤
$\angle FBG=90^\circ-\angle BFG=90^\circ-\angle BFE$ ……⑥
④，⑤，⑥ より，
$\angle OCB=\angle FBG=\angle ABF$ ……⑦
①，⑦より，２組の角がそれぞれ等しいから
△OCB ∽ △ABF

[問 2]	(2)	6 cm	8

4		点
[問 1]	$2\sqrt{29}$ cm	7
[問 2] 解答例	【 図や途中の式など 】	10

KC : BC=13 : 12 であるから，$KC=\frac{13}{12}BC=\frac{13\times8}{12}=\frac{26}{3}$

よって，$KB=\sqrt{\left(\frac{26}{3}\right)^2-8^2}=\frac{\sqrt{50\times2}}{3}=\frac{10}{3}$

したがって，$GK=GB-KB=6-\frac{10}{3}=\frac{8}{3}$

さらに，GK : GM=4 : 5 から $GM=\frac{5}{4}GK=\frac{10}{3}$

したがって，$FM=FG-GM=5-\frac{10}{3}=\frac{5}{3}$

下の【図１】において MN∥GJ であるから，
MN : GJ=FM : FG

よって，$MN : GJ=\frac{5}{3} : 5=1 : 3$

したがって，GJ=6 より MN=2
面積を求める四角形 KLNM は下の【図２】の台形となる。
M から線分 KG に垂線 MQ を引く。

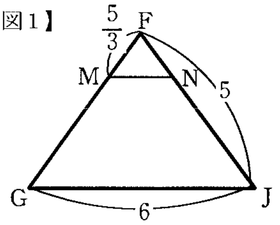
$MK=\sqrt{GK^2+GM^2}=\sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^2+\left(\frac{10}{3}\right)^2}$，KQ=2

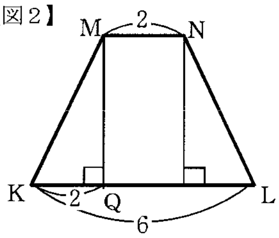
であるから，

$$MQ=\sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^2+\left(\frac{10}{3}\right)^2-2^2}=\frac{\sqrt{64+100-36}}{3}=\frac{8\sqrt{2}}{3}$$

ゆえに，四角形 KLNM の面積は

$$\frac{1}{2}\times(2+6)\times\frac{8\sqrt{2}}{3}=\frac{32\sqrt{2}}{3}\ \text{cm}^2$$

【図１】


【図２】


（答え）　$\frac{32\sqrt{2}}{3}$ cm^2

[問 3]	56 cm^3	8