受験番号

平成２９年度　灘高等学校　入学試験問題

数　学　（３枚のうちの１枚目）

［解答記入上の注意］

1，3(1)(2)および 6(1)は答えのみでよい。それ以外は途中の式や文章も記入すること。問題にかいてある図は必ずしも正しくはない。

1　次の □ 内に適する数または式を記入せよ。

(1) 3つのサイコロを同時に投げるとき，ちょうど2つの目が同じになる確率は □ である。

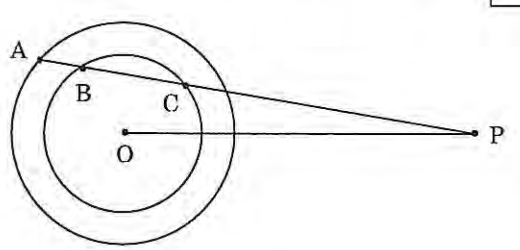
(2) 連立方程式 $\begin{cases} 4x - y - z = 0 \\ 5x - 2y + 10z = 0 \end{cases}$ を満たす自然数 x，y，z で，それらの最小公倍数が 360 であるようなものを求めると，

$x =$ □，$y =$ □，$z =$ □

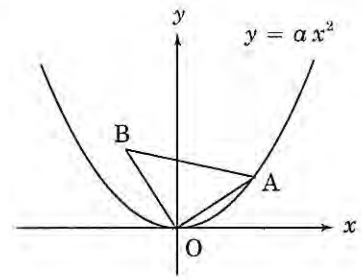
である。

(3) 数 x に対し，x を越えない最大の整数を $[x]$ で表す。 $x - (x - [x])^2 = \dfrac{20}{9}$ を満たす数 x をすべて求めると，□ である。

(4) 中心がOで半径が1の円と，中心がOで半径が $\sqrt{2}$ の円がある。円外の点Pを通る直線がこの2つの円と図のように交わり，交点A，B，Cを図のように定めると，AB : BC : CP = 1 : 3 : 5 である。このとき，線分OPの長さは □ である。



2　右図の△OABは斜辺ABの長さが $2\sqrt{5}$ の直角二等辺三角形である。頂点Aは，x 座標が3で放物線 $y = ax^2$ 上にある。ただし，$a > 0$ である。



(1) a の値を求めよ。

(2) 線分ABを平行移動して，端点A，Bがともに放物線 $y = ax^2$ 上にあるようにする。端点A，Bを移動した点をそれぞれC，Dとする。点Cの座標を求めよ。

(3) (2)において，直線CDと放物線 $y = \dfrac{19}{36}x^2$ との交点をE，Fとする。 △ABEと△EFAの面積の比を求めよ。ただし，Eの x 座標はFの x 座標より小さいものとし，点A，Bは平行移動する前の直角二等辺三角形OABの頂点である。

受験番号

平成２９年度　灘高等学校　入学試験問題

数　学　（３枚のうちの２枚目）

[3] ３つの容器 A，B，C がある。最初，容器 A，B にはそれぞれ 100g の食塩水が入っていて，容器 A，B の食塩水の濃度はそれぞれ p %，q % である。容器 C は空である。

（操作）容器 A から $100x$ (g)，容器 B から $100(1-x)$ (g) の食塩水を容器 C に移し，よくかき混ぜる。その後，容器 C から $100x$ (g) の食塩水を容器 A に，容器 C から $100(1-x)$ (g) の食塩水を容器 B に移し，それぞれの食塩水をよくかき混ぜる。
ただし，$0 < x \leqq \dfrac{1}{2}$ とする。

(1) （操作）を１回行った後の容器 A，B の食塩水の濃度（%）をそれぞれ，p，q，x を用いて表すと，A の食塩水の濃度は $\boxed{}$ (%) であり，B の食塩水の濃度は $\boxed{}$ (%) である。

(2) $q = 10$ とする。（操作）を１回行うと，容器 A の食塩水の濃度は４ % になった。このことを，$x^2 - x + 1 = t$ とおいて，p と t のみの関係式で表すと，

$\boxed{}$ である。

(3) (2)のとき，さらに，もう１回（操作）を行うと，容器 B の食塩水の濃度は８ % になった。このとき，p，x の値をそれぞれ求めよ。

[4] A，B，C，D の４人が，a，b，c，d，e，f，g の７冊の本からそれぞれ３冊を選んで読む。ただし，どの２人についても共通に読む本が１冊だけあるようにする。

(1) A，B，C の３人について共通に読む本が１冊だけあり，D はその本を読まないような，４人の本の選び方は何通りあるか。

(2) ４人のうちどの３人についても共通に読む本がないような，４人の本の選び方は何通りあるか。

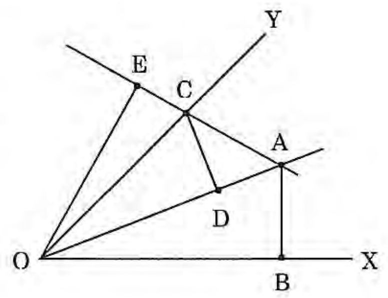
(3) ４人の本の選び方は全部で何通りあるか。

受験番号

平成２９年度　灘高等学校　入学試験問題

数　学　（３枚のうちの３枚目）

5 右図のような鋭角 ∠XOY の二等分線上に点 A がある。A から半直線 OX に垂線 AB を下ろす。半直線 OY 上に，O 以外の点 C をとり，C から半直線 OA に垂線 CD を下ろす。さらに，O から直線 AC に垂線 OE を下ろす。ただし，OC < OB とする。

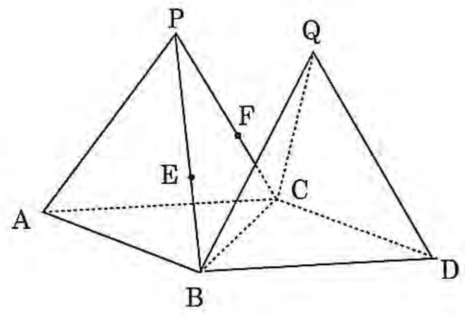


(1) ∠BEC = ∠AOC が成り立つことを証明せよ。

(2) 3 点 B，D，E は同一直線上にあることを証明せよ。

(3) 2 直線 DC，OE の交点を F とする。∠OBD = ∠OFC が成り立つことを証明せよ。

6 図のように，1 辺の長さが 1 の正四面体 PABC，QBCD があり，辺 BC を共有している。4 点 A，B，C，D は同じ平面上にある。辺 PB 上に PE : EB = 2 : 1 を満たす点 E を，辺 PC 上に PF : FC = 2 : 1 を満たす点 F をとる。また，A から 3 点 P，B，C を通る平面に引いた垂線を AG とする。なお，点 G は線分 EF の中点である。



(1) 線分 AG の長さは $\boxed{}$ である。

(2) 直線 AG と辺 DQ の交点を H とする。線分 HD の長さを求めよ。

(3) 3 点 A，E，F を通る平面で四面体 QBCD を 2 つに分けるとき，点 Q を含む側の立体の体積は，四面体 QBCD の体積の何倍であるか求めよ。