

受験番号

数 学 (3枚のうちの1枚目)

【解答記入上の注意】

1, 3(1)(2)および6(1)は答えのみでよい。それ以外は途中の式や文章も記入すること。問題にかいてある図は必ずしも正しくはない。

1 次の 内に適する数または式を記入せよ。

(1) 3つのサイコロを同時に投げるとき、ちょうど2つの目が同じになる確率は

である。

(2) 連立方程式 $\begin{cases} 4x - y - z = 0 \\ 5x - 2y + 10z = 0 \end{cases}$ を満たす自然数 x, y, z で、それらの最小公

倍数が360であるようなものを求めると、

$x =$, $y =$, $z =$

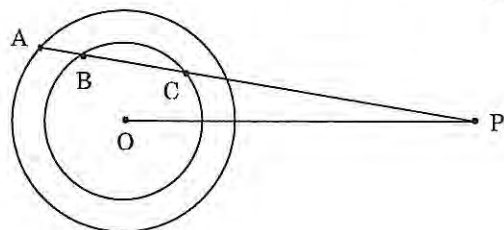
である。

(3) 数 x に対し、 x を越えない最大の整数を $[x]$ で表す。 $x - (x - [x])^2 = \frac{20}{9}$

を満たす数 x をすべて求めると、 である。

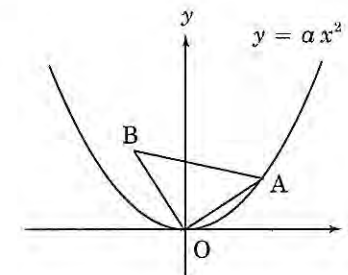
(4) 中心が O で半径が1の円と、中心が O で半径が $\sqrt{2}$ の円がある。円外の点 P を通る直線がこの2つの円と図のように交わり、交点 A, B, C を図のように定めると、

$AB : BC : CP = 1 : 3 : 5$ である。このとき、線分 OP の長さは である。



2 右図の $\triangle OAB$ は斜辺 AB の長さが $2\sqrt{5}$ の直角二等辺三角形である。頂点 A は、 x 座標が3で放物線 $y = ax^2$ 上にある。ただし、 $a > 0$ である。

(1) a の値を求めよ。



(2) 線分 AB を平行移動して、端点 A, B がともに放物線 $y = ax^2$ 上にあるようにする。端点 A, B を移動した点をそれぞれ C, D とする。点 C の座標を求めよ。

(3) (2)において、直線 CD と放物線 $y = \frac{19}{36}x^2$ との交点を E, F とする。 $\triangle ABE$ と $\triangle EFA$ の面積の比を求めよ。ただし、 E の x 座標は F の x 座標より小さいものとし、点 A, B は平行移動する前の直角二等辺三角形 OAB の頂点である。

数学 (3枚のうちの2枚目)

3 3つの容器 A, B, C がある。最初, 容器 A, B にはそれぞれ 100g の食塩水が入っていて, 容器 A, B の食塩水の濃度はそれぞれ $p\%$, $q\%$ である。容器 C は空である。

(操作) 容器 A から $100x$ (g), 容器 B から $100(1-x)$ (g) の食塩水を容器 C に移し, よくかき混ぜる。その後, 容器 C から $100x$ (g) の食塩水を容器 A に, 容器 C から $100(1-x)$ (g) の食塩水を容器 B に移し, それぞれの食塩水をよくかき混ぜる。
ただし, $0 < x \leq \frac{1}{2}$ とする。

(1) (操作) を 1 回行った後の容器 A, B の食塩水の濃度 (%) をそれぞれ, p, q, x を用いて表すと, A の食塩水の濃度は (%) であり, B の食塩水の濃度は (%) である。

(2) $q = 10$ とする。(操作) を 1 回行くと, 容器 A の食塩水の濃度は 4 % になった。このことを, $x^2 - x + 1 = t$ とおいて, p と t のみの関係式で表すと,

である。

(3) (2) のとき, さらに, もう 1 回 (操作) を行くと, 容器 B の食塩水の濃度は 8 % になった。このとき, p, x の値をそれぞれ求めよ。

4 A, B, C, D の 4 人が, a, b, c, d, e, f, g の 7 冊の本からそれぞれ 3 冊を選んで読む。ただし, どの 2 人についても共通に読む本が 1 冊だけあるようにする。

(1) A, B, C の 3 人について共通に読む本が 1 冊だけあり, D はその本を読まないような, 4 人の本の選び方は何通りあるか。

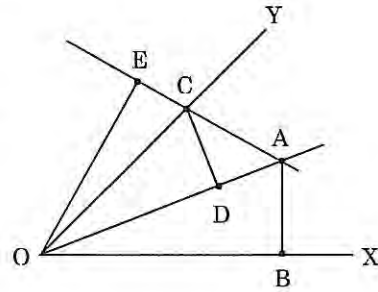
(2) 4 人のうちの 3 人についても共通に読む本がないような, 4 人の本の選び方は何通りあるか。

(3) 4 人の本の選び方は全部で何通りあるか。

受験番号

数学 (3枚のうちの3枚目)

5 右図のような鋭角 $\angle XOY$ の二等分線上に点 A がある。 A から半直線 OX に垂線 AB を下ろす。半直線 OY 上に、 O 以外の点 C をとり、 C から半直線 OA に垂線 CD を下ろす。さらに、 O から直線 AC に垂線 OE を下ろす。ただし、 $OC < OB$ とする。

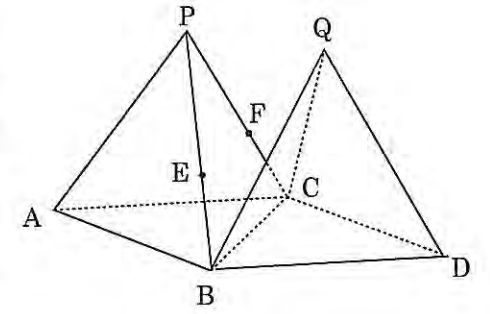


(1) $\angle BEC = \angle AOC$ が成り立つことを証明せよ。

(2) 3点 B, D, E は同一直線上にあることを証明せよ。

(3) 2直線 DC, OE の交点を F とする。 $\angle OBD = \angle OFC$ が成り立つことを証明せよ。

6 図のように、1辺の長さが1の正四面体 $PABC, QBCD$ があり、辺 BC を共有している。4点 A, B, C, D は同じ平面上にある。辺 PB 上に $PE:EB = 2:1$ を満たす点 E を、辺 PC 上に $PF:FC = 2:1$ を満たす点 F をとる。また、 A から3点 P, B, C を通る平面に引いた垂線を AG とする。なお、点 G は線分 EF の中点である。



(1) 線分 AG の長さは である。

(2) 直線 AG と辺 DQ の交点を H とする。線分 HD の長さを求めよ。

(3) 3点 A, E, F を通る平面で四面体 $QBCD$ を2つに分けるときの、点 Q を含む側の立体の体積は、四面体 $QBCD$ の体積の何倍であるか求めよ。

解答

1 (1) $\frac{5}{12}$ (2) $x=24$ $y=90$ $z=6$ (3) $x=\frac{7}{3}, \frac{8}{3}$ (4) $\sqrt{11}$

2 (1) $a=\frac{1}{9}$ (2) $C(-\frac{1}{4}, \frac{1}{144})$ (3) $76:1$

3 (1) Aは、 $p(1-x)+x\{px+q(1-x)\}$ Bは、 $qx+(1-x)\{px+q(1-x)\}$

(2) $t(p-10)+6=0$ (3) $p=\frac{14}{5}$ $x=\frac{3-\sqrt{3}}{6}$

4 (1) 5040 通り (2) 5040 通り (3) 25200 通り

5 省略

6 (1) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (2) $\frac{3}{5}$ (3) $\frac{32}{245}$