

平成29年度 東大寺学園高等学校入学試験問題

数 学

—— 60分 —— (高校数学・2枚のうち1)

1 次の各問いに答えよ。(解答欄には答えのみ記入せよ。)

(1) $x=1+\frac{1}{\sqrt{2}}$, $y=1-\frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき, $4x^2y^2-x^2-y^2+4xy-2x+2y$ の値を求めよ。

(2) $-a^2+4b^2-4c^2-4ca+8b+4$ を因数分解せよ。

(3) a を定数とする. x, y についての連立方程式 $\begin{cases} (-a^2+7a-6)x+2y=4 \\ ax+y=a \end{cases}$ の解が存在しないとき, a の値を求めよ。

(4) 5つの文字 A, B, C, D, E を横一列に並べるとき, A と B が隣り合わない確率を求めよ。

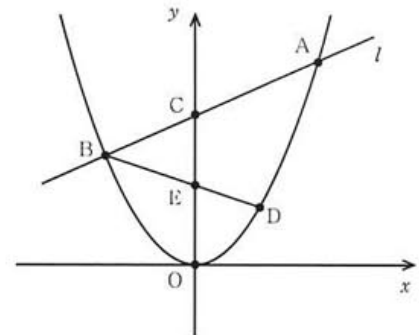
2 右図のように, 放物線 $C: y=ax^2$ と直線 $l: y=px+6$ が2点 A, B で交わっている。

ただし, $a>0, p>0$ とする. 直線 l は y 軸と点 C で交わり, 放物線 C 上の点 $D\left(3, \frac{9}{4}\right)$ と点 B を結んだ線分 BD と y 軸との交点 E は線分 OC の中点である. このとき, 次の問いに答えよ。

(1) a, p の値をそれぞれ求めよ。

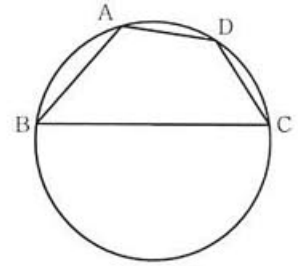
(2) 三角形 ACD と三角形 BDC の面積比を最も簡単な整数の比で表せ。

(3) 点 D を通る直線 m が四角形 ABOD の面積を2等分するとき, 直線 m の方程式を求めよ。



- 3 右図のように、 $AB=2$, $BC=4$, $CD=DA=\sqrt{2}$ の四角形 $ABCD$ が円に内接している。辺 BC の中点を M とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 線分 DM の長さを求めよ。
- (2) 線分 BD の長さを求めよ。
- (3) 四角形 $ABCD$ が内接している円の半径を求めよ。

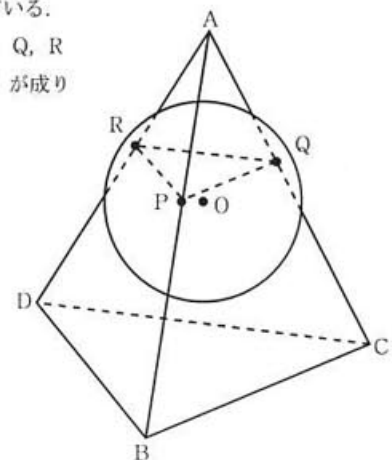


- 4 1 から 9 までの整数から異なる 3 つの整数 p, q, r を選ぶ。記号 $[p, q, r]$ は、選んだ p, q, r を並べてできる 3 桁の整数のうち一番大きな数と一番小さな数の差を表す。例えば、 $[4, 5, 3] = 543 - 345 = 198$ である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $([a, 1, 9] - [7, 4, 1]) \div 99$ の値を求めよ。
- (2) $[3, a, 2] + [a, 9, 7]$ の値が 693 になるときの a の値をすべて求めよ。
- (3) $[a, 1, b] - [9, b, a]$ の値で、一番大きい値と一番小さい値の差を求めよ。
- (4) $[a, b, c]$ のとりうる値の中で大きい方から 5 番目の値となる 3 つの数の組み合わせについて考える。その組み合わせのうち 3 つの数の和が 9 の倍数になる組み合わせをすべて求めよ。ただし、答えは大きい数から並べて (a, b, c) の形で答えよ。

- 5 右図のように、中心が O の球 C と底面 BCD が正三角形の正三角錐 $ABCD$ が重なっている。この球の半径は r で、 $AO = 2r$ である。3 辺 AB, AC, AD は、それぞれの辺上の点 P, Q, R で球面と接している。すなわち、 $AP = AQ = AR$, $\angle APO = \angle AQO = \angle ARO = 90^\circ$ が成り立っている。直線 AO と平面 PQR の交点を H とし、次の問いに答えよ。

- (1) 線分 OH の長さを r を用いて表せ。
- (2) 線分 PQ の長さを r を用いて表せ。
- (3) 3 点 A, P, Q を通る平面で球 C を切断したときの切断面の面積を r を用いて表せ。



解答

1 (1) $-2\sqrt{2}$ (2) $(a+2b+2c+2)(-a+2b-2c+2)$ (3) $a=3$ (4) $\frac{3}{5}$

2 (1) $a = \frac{1}{4}$, $p = \frac{1}{2}$ (2) $\triangle ACD : \triangle BDC = 3:2$ (3) $y = -\frac{13}{16}x + \frac{75}{16}$

3 (1) $DM = \sqrt{2}$ (2) $BD = \sqrt{10}$ (3) $\sqrt{5}$

4 (1) 2 (2) $a = 4, 5, 6$ (3) 990 (4) $(a, b, c) = (5, 3, 1), (8, 6, 4)$

5 (1) $OH = \frac{1}{2}r$ (2) $PQ = \frac{3}{2}r$ (3) $\frac{9}{13}\pi r^2$