H1 数　学　（問題）　（60分）

（注意）答案は指定された場所にかき，考え方や計算の過程がはっきりとわかるように心がけること（とくに指示がある場合を除く）。
解答する際に利用した図はなるべくていねいにかくこと。
答えの根号の中はできるだけ簡単にし，分母に根号がない形で表すこと。
円周率は π を用いること。

1

次の文章の空欄にあてはまる値，数式を答えよ。結果のみを解答欄に書くこと。

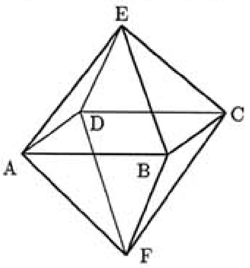
(1) 連立方程式

$$\begin{cases} (3-x):(y+1)=5:2 \\ 3y+2z=1 \\ 5x+2y+z=1 \end{cases}$$

を解くと，$x=\boxed{\text{あ}}$，$y=\boxed{\text{い}}$，$z=\boxed{\text{う}}$ である。

(2) 関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフと関数 $y=-\frac{1}{2}x-3$ のグラフの交点を A，B とするとき，原点 O と 2 点 A, B を頂点とする三角形 OAB の面積は $\boxed{\text{え}}$ である。また，線分 AB と y 軸の交点を C とするとき，C を通り三角形 OAB の面積を 2 等分する直線の式は $y=\boxed{\text{お}}$ である。

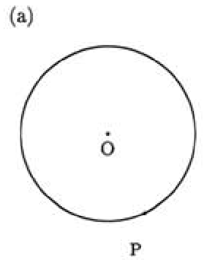
(3) 図のような正八面体がある。点 A から 点 B まで正八面体の辺を通って移動するとき，同じ頂点を 2 回通らない移動の仕方を考える。このうち，点 A を出発して最初に点 D を通るような移動の仕方は $\boxed{\text{か}}$ 通りあり，最初に点 E を通るような移動の仕方は $\boxed{\text{き}}$ 通りある。そして，点 A から点 B への移動の仕方は全部で $\boxed{\text{く}}$ 通りある。

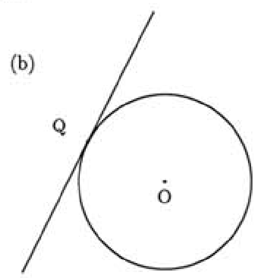


(4) 40 人のクラスで 3 問からなる試験を行った。問題Aは配点が 5 点，問題Bは配点が 7 点，問題Cは配点が 3 点であり，各問題の得点は満点か 0 点のいずれかである。問題Aの正解者は 28 名，問題Bの正解者は 22 名，問題Cの正解者は，全員，問題AとBを両方正解していた。また，問題Cの正解者数は問題AとBを両方正解した生徒のうちのちょうど 4 割だった。
この試験の得点分布の平均値として考えられる数値をすべてあげると，$\boxed{\text{け}}$ となり，このうち最も高い平均値の場合について考えると，得点分布の中央値は $\boxed{\text{こ}}$ である。

2

(1) 次の (a),(b) に指示された直線と三角形を解答用紙の解答欄にそれぞれ作図せよ。ただし，作図に用いてよいのはコンパスと直定規のみである。また解答欄には，作図に用いた跡を消さずに残すこと。
(a) 中心を O とする円と，その円周上の点 P があたえられたときに，点 P を通る，円の接線
(b) 中心を O とする円と，その円周上の点 Q を通る接線があたえられたときに，その円に外接する正三角形，つまり 3 辺がそれぞれ円に接するような正三角形のうち点 Q がその辺上にあるもの





(2) (1)(b) の図と，『円に外接する多角形の周の長さは円周の長さよりも大きい』という事実とからわかる，円周率 π の値の範囲を不等式で表せ。

3

半径 3 の 3 つの球 P , Q , R と 半径 1 の球 S が互いに外接している。球 P と 球 Q の接点を A , 球 Q と 球 R の接点を B , 球 R と 球 P の接点を C , 球 S と 球 P の接点を D , 球 S と 球 Q の接点を E , 球 S と 球 R の接点を F とする。このとき次の問いに答えよ。

(1) 三角形 DEF の面積を求めよ。

(2) 6 つの接点を頂点とする八面体 ABCDEF の体積を求めよ。

4

下図のように，1 辺の長さが $\sqrt{2}$ の立方体 ABCD-EFGH がある。最初，2 点 P , Q はそれぞれ点 H , 点 C にあって，そこから秒速 1 で立方体の各面の対角線上を次のように動く。

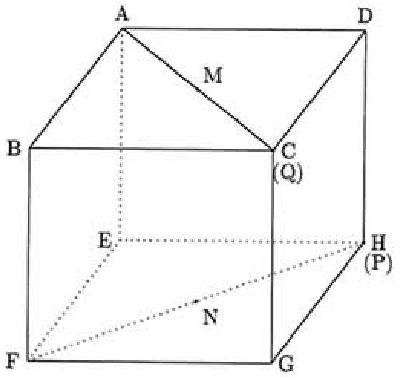
点 P : 点 H → 点 C → 点 A → 点 F
点 Q : 点 C → 点 F → 点 H → 点 A

点 P , Q はそれぞれ点 F , 点 A に着いたら止まるものとする。このとき次の問いに答えよ。

(1) $0 \leqq t \leqq 2$ とするとき，点 P , Q が動き始めてから t 秒後の PQ^2 の値を t を用いて表せ。

(2) 対角線 AC , FH の中点をそれぞれ M , N とする。$2 \leqq t \leqq 4$ とするとき，点 P , Q が動き始めてから t 秒後の PN^2 と PQ^2 の値をそれぞれ t を用いて表せ。

(3) 点 P , Q が動き始めてから止まるまでの間で，点 P , Q が動き始めてから s 秒後に PQ = AB となった。このとき s として考えられる値の個数とその総和を求めよ。

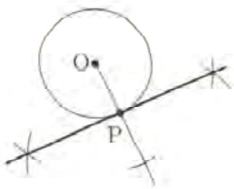


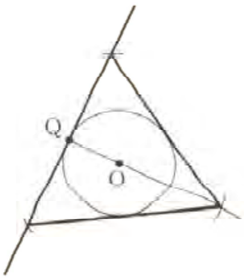
解答

1　(1)　あ　$\dfrac{1}{12}$　　い　$\dfrac{1}{6}$　　う　$\dfrac{1}{4}$　　(2)　え　$\dfrac{15}{2}$　　お　$\dfrac{9}{2}x-3$

(3)　か　9　　き　8　　く　26　　(4)　け　7.65　　こ　9.5

2　(1)　(a)　　　　　　　　(b)　　　　　　　　(2)　$\pi<3\sqrt{3}$





3　(1)　$\dfrac{9}{16}\sqrt{3}$　　(2)　$\dfrac{81}{32}\sqrt{3}$

4　(1)　$PQ^2=3t^2-6t+4$　　(2)　$PN^2=t^2-6t+11$，$PQ^2=2t^2-12t+20$

(3)　ｓの個数は 5個，ｓの総和は 15