受験番号

2017 年度　大阪星光学院高等学校　入学試験問題

数　　学

（その１）

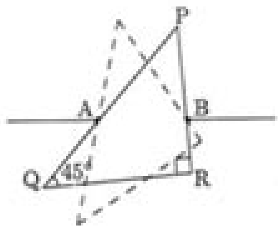
次の $\boxed{\quad}$ の中に正しい答えを入れなさい．

【１】（１） 次の式を因数分解しなさい．　$x^2y-2x^2-y+2=$ $\boxed{\quad}$

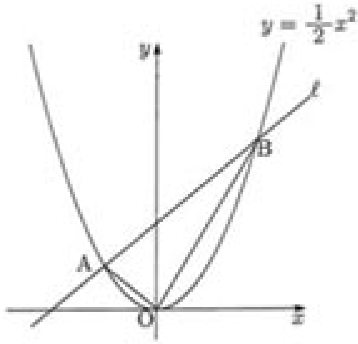
（２） 1から9までの9個の整数の中から3個選ぶとき，どの2つの差も絶対値が3以上となるような選び方は $\boxed{\quad}$ 通りある．

（３） a, bは定数で，$a>0$とする．2つの関数 $y=ax^2$ と $y=bx+b+1$ は，xの変域が $-1 \leqq x \leqq 3$ のとき y の変域が同じである．このとき，$a=$ $\boxed{\quad}$ ，$b=$ $\boxed{\quad}$ である．

（４） 右の図のように，直線に開いたすき間ABに三角定規PQRを入れる．2点A，Bがそれぞれ辺PQ，PRに当たるようにしながら，点PがAに重なるときからBに重なるときまで，直線の上方を動いたとき，Pの描いた曲線の長さは 12π cm となった．このとき，ABの長さは $\boxed{\quad}$ cm である．ただし，三角定規はすき間を通り抜けない大きさである．



【２】 右の図のように，傾き1の直線ℓが放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と2点A，Bで交わっていて，Aのx座標は-1である．



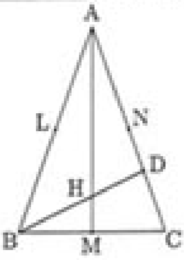
（１） 直線ℓの式は $y=$ $\boxed{\quad}$ である．

（２） △OAB の面積は $\boxed{\quad}$ である．

（３） 放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ 上に点Pをとる．ただし，Pのx座標は負とする．△PAB の面積が △OAB の面積の2倍になるとき，Pの座標は $\left(\boxed{\quad}, \boxed{\quad}\right)$ である．

数　学

【3】 右の図のような AB = AC = 6，BC = 4 である二等辺三角形 ABC がある．辺 BC の中点を M とし，頂点 B から辺 AC に垂線 BD を引く．また，線分 AM と BD の交点を H とする．



（1） ∠AMB = 　　　 度であり，△ABC の面積は 　　　 である．

（2） BD の長さは 　　　 である．

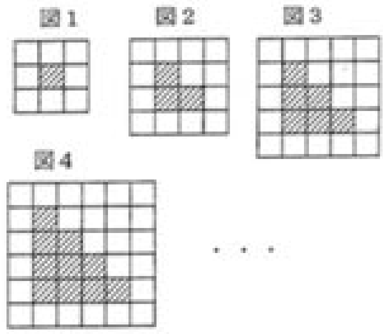
（3） HM の長さを求めよ．求め方と答えを書きなさい．

(求め方)

(答)

（4） 辺 AB，AC の中点をそれぞれ L，N とする．この △ABC を線分 ML，LN，NM で折って四面体をつくる．底面を △LMN としたときのこの四面体の高さは 　　　 であり，体積は 　　　 である．

【4】 右の図のように，図１，図２，… と順に同じ大きさの白と黒の正方形のタイルをある規則で並べて図形をつくっていく．



（1） 図５では，黒のタイルは 　　　 枚である．

（2） 黒のタイルが 91 枚である図では，白のタイルは 　　　 枚である．

（3） 白のタイルと黒のタイルの枚数差が 52 枚である図では，白のタイルは 　　　 枚である．

【5】 右の図１の直方体の８つの頂点を図２のように切り取る．すなわち，各頂点から r cm 離れた辺上の３点を通る平面で切る．このとき，切り取られたもとの直方体の頂点を含む立体の体積の総和を V cm^3 とする．

（1） $r = 3$ のとき，$V =$ 　　　 である．

（2） $r = 6$ のとき，$V =$ 　　　 である．

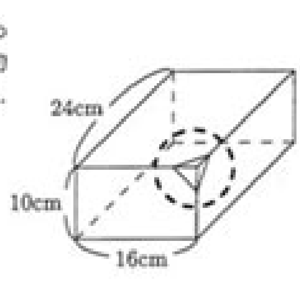


図１

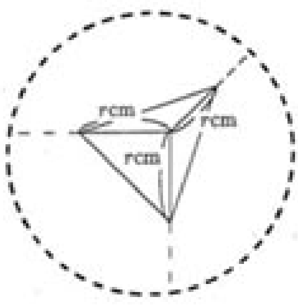


図２

受験番号

2017 年度　大阪星光学院高等学校　入学試験問題

数　学

（その１）

次の $\boxed{}$ の中に正しい答えを入れなさい．

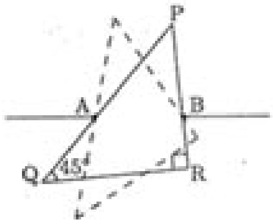
【１】（１）次の式を因数分解しなさい．　$x^2y-2x^2-y+2=$ $\boxed{(x+1)(x-1)(y-2)}$

32

（２）１から９までの９個の整数の中から３個選ぶとき，どの２つの差も絶対値が３以上となるような選び方は $\boxed{10}$ 通りある．

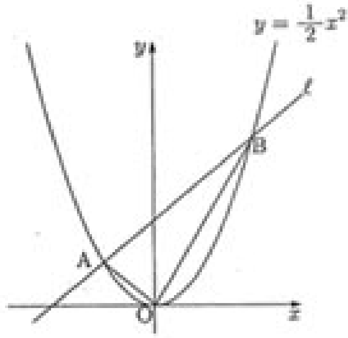
（３）a, b は定数で，$a>0$ とする．２つの関数 $y=ax^2$ と $y=bx+b+1$ は，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 3$ のとき y の変域が同じである．このとき，$a=$ $\boxed{\frac{1}{9}}$，$b=$ $\boxed{-\frac{1}{4}}$ である．

（４）右の図のように，直線に開いたすき間 AB に三角定規 PQR を入れる．２点 A，B がそれぞれ辺 PQ，PR に当たるようにしながら，点 P が A に重なるときから B に重なるときまで，直線の上方を動いたとき，P の描いた曲線の長さは 12π cm となった．このとき，AB の長さは $\boxed{8\sqrt{2}}$ cm である．ただし，三角定規はすき間を通り抜けない大きさである．



21

【２】右の図のように，傾き１の直線 ℓ が放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と２点 A，B で交わっていて，A の x 座標は -1 である．



（１）直線 ℓ の式は $y=$ $\boxed{x+\frac{3}{2}}$ である．

（２）△OAB の面積は $\boxed{3}$ である．

（３）放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ 上に点 P をとる．ただし，P の x 座標は負とする．△PAB の面積が △OAB の面積の２倍になるとき，P の座標は $\left(\boxed{1-\sqrt{10}},\ \boxed{\frac{11}{2}-\sqrt{10}}\right)$ である．

受験番号

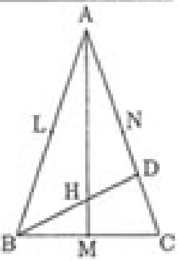
2017 年度　大阪星光学院高等学校　入学試験問題

数　学

（その２）

32

【３】 右の図のような AB = AC = 6，BC = 4 である二等辺三角形 ABC がある．辺 BC の中点を M とし，頂点 B から辺 AC に垂線 BD を引く．また，線分 AM と BD の交点を H とする．



（1） ∠AMB = $\boxed{90}$ 度であり，△ABC の面積は $\boxed{8\sqrt{2}}$ である．

（2） BD の長さは $\boxed{\frac{8}{3}\sqrt{2}}$ である．

（3） HM の長さを求めよ．求め方と答えを書きなさい．

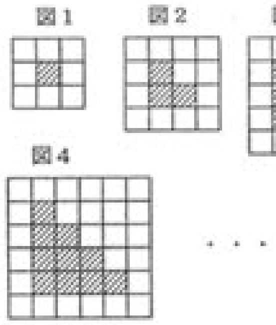
（求め方）
△BMH と △BDC において
$\angle BMH = \angle BDC = 90^\circ$，$\angle MBH = \angle DBC$（共通）
よって △BMH ∽ △BDC（2組の角がそれぞれ等しい）
∴ BM : HM = BD : CD　… ①
$BM = 2$，$BD = \frac{8}{3}\sqrt{2}$，$CD = \sqrt{4^2 - \left(\frac{8}{3}\sqrt{2}\right)^2} = 4\sqrt{1-\frac{8}{9}} = \frac{4}{3}$ だから ① は
$2 : HM = 2\sqrt{2} : 1$　∴ $HM = 2 \times \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

（答） $\frac{\sqrt{2}}{2}$

（4） 辺 AB，AC の中点をそれぞれ L，N とする．この △ABC を線分 ML，LN，NM で折って四面体をつくる．底面を △LMN としたときのこの四面体の高さは $\boxed{\frac{\sqrt{14}}{2}}$ であり，体積は $\boxed{\frac{2}{3}\sqrt{7}}$ である．

21

【４】 右の図のように，図１，図２，… と順に同じ大きさの白と黒の正方形のタイルをある規則で並べて図形をつくっていく．



（1） 図５では，黒のタイルは $\boxed{15}$ 枚である．

（2） 黒のタイルが 91 枚である図では，白のタイルは $\boxed{134}$ 枚である．

（3） 白のタイルと黒のタイルの枚数差が 52 枚である図では，

白のタイルは $\boxed{188}$ 枚である．

14

【５】 右の図１の直方体の８つの頂点を図２のように切り取る．すなわち，各頂点から r cm 離れた辺上の３点を通る平面で切る．このとき，切り取られたもとの直方体の頂点を含む立体の体積の総和を V cm^3 とする．

（1） $r = 3$ のとき，$V = \boxed{36}$ である．

（2） $r = 6$ のとき，$V = \boxed{\frac{860}{3}}$ である．

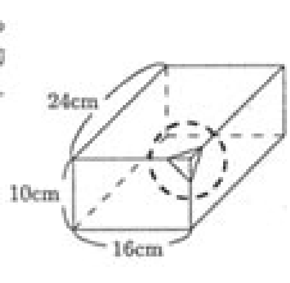


図１

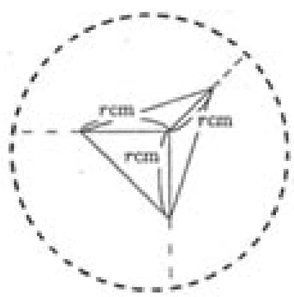


図２