

平成 29 年度

本郷高等学校  
一般入学試験問題

# 数 学

(50分)

## 注 意

「始め」の合図があるまで開いてはいけません。

「始め」の合図があったら、次の注意を守って考査を受けなさい。

1. 解答は全部解答用紙に書き、解答用紙だけ提出しなさい。
2. 途中計算はどこに書いてもよい。  
解答らんに答だけははっきりと書くこと。
3. 解答らんを間違えて書くと誤答になるから注意しなさい。
4. 分数はすべて仮分数で答えなさい。帯分数で答えると減点します。
5. 計算機の使用は禁止します。

1 次の問いに答えよ。

(1)  $\frac{ab + bc + ca}{3} = \frac{1}{m}$  を  $a$  について解け。

(2)  $3(a + b)^2 + a + b - 4$  を因数分解せよ。

(3)  $\left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6} + \sqrt{3}}{2}\right)^2$  を計算せよ。

(4)  $2\sqrt{13}$  の少数部分を  $a$  とするとき、 $a^2 + 14a + 6$  の値を求めよ。

(5) 関数  $y = ax^2$  において、 $x$  の変域が  $-3 < x < b$  のとき、  
 $y$  の変域が  $12 < y < 27$  である。このとき、 $a$ 、 $b$  の値を求めよ。

2 二次方程式  $x^2 + 4x - 9 = 0$  の解を  $x = a, b$  ( $a < b$ ),  
 $x^2 - 4x - 11 = 0$  の解を  $x = c, d$  ( $c < d$ ) とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $b$  の値を求めよ。

(2)  $(a + c)(b + d)(a + d)(b + c)$  の値を求めよ。

3 3直線  $x + y - 3 = 0 \cdots \textcircled{1}$ ,  $x - a y - 15 = 0 \cdots \textcircled{2}$ ,  $a x + y - 5 = 0 \cdots \textcircled{3}$   
で作られる三角形の2つの頂点の座標が  $(1, 2)$  と  $(6, -3)$  であるとき、  
次の問いに答えよ。

- (1) 三角形のもう1つの頂点の座標を求めよ。
- (2) (1)で求めた点を通り、この三角形の面積を二等分する直線の方程式を求めよ。

4  $a, b, c, d$ は1, 3, 5, 7のいずれかの数字ですべて異なるものとする。  
このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $(a + b)(c + d)$ の最小値を求めよ。

(2)  $a^2 + b^2 + 2ab + bc + ca + bd + cd + da$ の最大値を求めよ。

5 表面が白、裏面が赤のカードが1枚、表面が赤、裏面が青のカードが1枚、両面とも白のカードが1枚、合計3枚のカードを袋に入れて、よくかき混ぜた。この袋からカードを2枚取り出し、どちらかの面を上にしてテーブルに並べるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 2枚とも赤が上になっている確率を求めよ。
- (2) 上になっている2枚の色が異なる確率を求めよ。

6 半径が  $R$  cm (ただし、 $5 < R < 10$ ) の円柱の容器に水が満たされていて、半径  $5$  cm の球がこの容器に  $2$  つ入っている。  $2$  つの球は容器の側面と、互いの球に接し、下側の球は底面に接している。上側の球の上端に水面があり、球を一つ取り除くと、水面は  $\frac{125}{48}$  cm 下降したという。このとき、次の問いに答えよ。ただし、円周率を  $\pi$  とする。

(1)  $R$  の値を求めよ。

(2) もとの (球が  $2$  つ入っていた状態、球を取り除く前) 水面の高さは何 cm か。

7 放物線  $y = \frac{1}{2}x^2$  上の異なる2点 A, B ( $x$  座標はともに正) を中心とした円があり、それぞれ  $C(A)$ ,  $C(B)$  とする。 $C(A)$  は、 $x$  軸、 $y$  軸に接していて、直線  $l$  を  $x$  軸に平行な  $C(A)$  の接線とする。さらに  $C(B)$  は  $y$  軸と直線  $l$  に接する。ただし、直線  $l$  は  $x$  軸とは異なる直線である。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 点 A の座標を求めよ。

(2)  $C(A)$ ,  $C(B)$  の共通接線のうち、座標軸に平行でなく、かつ傾きが正の共通接線を直線  $m$  とする。このとき、直線  $m$  と  $y$  軸との交点の  $y$  座標を求めよ。



# 平成 29 年度 本郷高等学校 一般入試問題解答例

[解答正解者〇〇〇名/受験者 278 名 △は許容解答者 (正解に含まず)]

## 数 学

---

- ① (1)  $a = \frac{3-bcm}{m(b+c)}$  [176 / 278 △ 19] (2)  $(a+b-1)(3a+3b+4)$  [188 / 278 △ 5] (各 5 点)  
.....  
(3)  $2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$  [191 / 278 △ 1] (4) 9 [180 / 278] (各 6 点)  
.....  
(5)  $a=3, b=-2$  [157 / 278 △ 48]
- ② (1)  $-2+\sqrt{13}$  [247 / 278 △ 6] (2) 4 [128 / 278] (各 6 点)  
.....
- ③ (1)  $(3, -4)$  [120 / 278] (2)  $y=7x-25$  [77 / 278] (各 6 点)  
.....
- ④ (1) 48 [238 / 278] (2) 195 [113 / 278] (各 6 点)  
.....
- ⑤ (1)  $\frac{1}{12}$  [127 / 278] (2)  $\frac{3}{4}$  [113 / 278 △ 1] (各 6 点)  
.....
- ⑥ (1) 8 [129 / 278] (2) 18 [40 / 278] (各 6 点)  
.....
- ⑦ (1)  $(2, 2)$  [218 / 278 △ 1] (2) -4 [50 / 278 △ 2] (各 6 点)