0
|
立

数

学

数　　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，根号の中は最も小さい整数にしなさい。

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $x=1+2\sqrt{3}$，$y=-1+\sqrt{3}$ のとき，$x^2-xy-2y^2$ の値を求めよ。

〔問 2〕 連立方程式 $\begin{cases} \dfrac{x+y}{3}=\dfrac{1+y}{2} \\ 3x-2y=1 \end{cases}$ を解け。

〔問 3〕 $\sqrt{2018-2n}$ が整数となるような自然数 n の個数を求めよ。

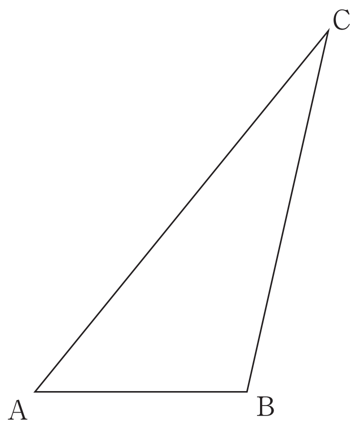
〔問 4〕 10 から 99 までの 2 けたの整数から 1 つの整数を選んだとき，十の位の数よりも，一の位の数の方が大きい確率を求めよ。

ただし，10 から 99 までのどの 2 けたの整数を選ぶことも同様に確からしいものとする。

〔問 5〕 右の図のように，△ABC がある。

解答欄に示した図をもとにして，∠ADB＝∠ACB および AD = BD を満たす点 D を 1 つ，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点 D の位置を示す文字 D も書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



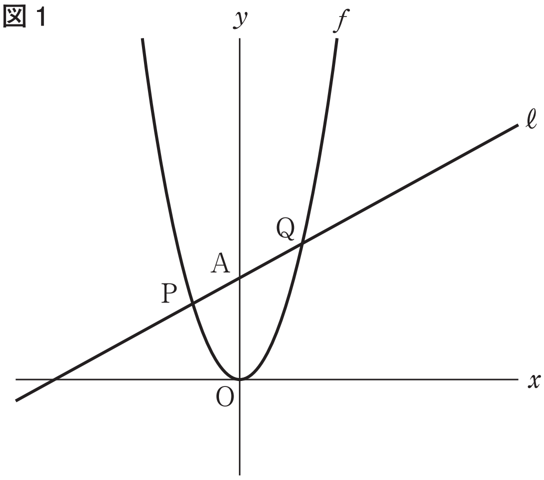
2 右の**図 1** で，点 O は原点，
曲線 f は関数 $y=ax^2$（$a>0$）のグラフ，

直線 ℓ は関数 $y=\dfrac{1}{2}x+b$ のグラフを表している。

直線 ℓ と y 軸との交点を A，曲線 f と直線 ℓ との交点を x 座標の小さい方からそれぞれ P，Q とする。

次の各問に答えよ。

図 1



〔問 1〕 点 P の座標が $\left(-3,\ \dfrac{9}{4}\right)$ のとき，点 Q の座標を求めよ。

〔問 2〕 $a=3$，PA：AQ＝4：5 のとき，b の値を求めよ。

〔問3〕 右の**図2**は，**図1**において，$a=3$，

点P，点Qのx座標をそれぞれ$-\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{2}{3}$

として点Oと点Pを結び，

2点O，Qを通る直線をm，

点（0，c）を通りx軸に平行な直線をn，

直線nと直線ℓとの交点をR，

直線nと直線mとの交点をS

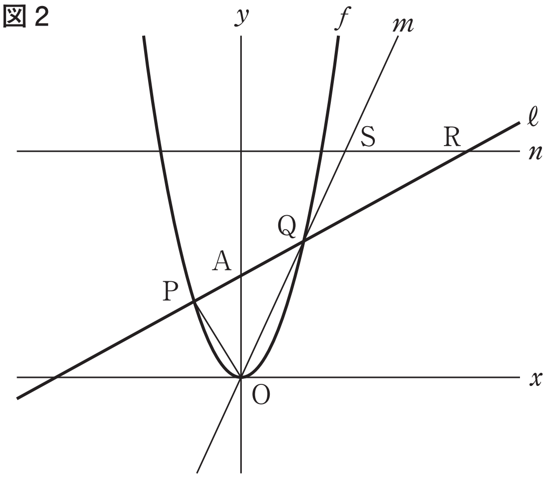
とした場合を表している。

ただし，cの値は，点Qのy座標より大きい。

△OQPの面積と△QRSの面積が等しいとき，cの値を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図2



3　右の**図 1** で，四角形 ABCD は∠DAB＝60°のひし形である。

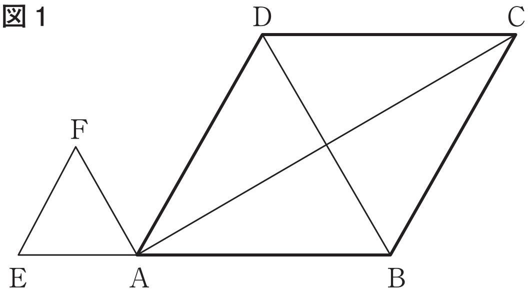
頂点 A と頂点 C，頂点 B と頂点 D をそれぞれ結ぶ。

線分 AB を頂点 A の方向に延ばした直線上に点 E をとり，点 E を通り辺 AD に平行な直線と点 A を通り線分 BD に平行な直線との交点を F とする。

ただし，線分 AE の長さは辺 AB の長さより短い。

次の各問に答えよ。

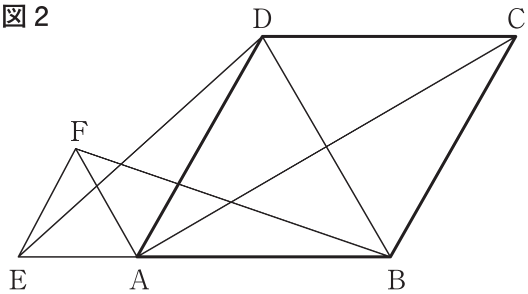
図 1



〔問 1〕　右の**図 2** は，**図 1** において，頂点 B と点 F，頂点 D と点 E をそれぞれ結んだ場合を表している。

∠ABF＝∠ADE であることを証明せよ。

図 2

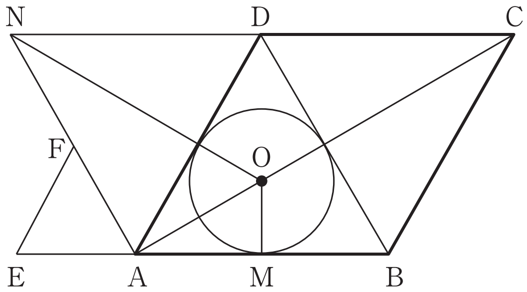


〔問 2〕　四角形 ABCD の面積が $32\sqrt{3}$ cm^2 のとき，
次の ⑴，⑵ に答えよ。

⑴　線分 AC の長さは何 cm か。

⑵　右の**図 3** は，**図 1** において，
辺 AB の中点を M とし，
辺 AB と辺 AD に接する円の中心を O，
線分 CD を頂点 D の方向に延ばした直線と
線分 AF を点 F の方向に延ばした直線との
交点を N とし，点 O と点 M，点 O と点 N
をそれぞれ結んだ場合を表している。
　ただし，円 O と辺 AB は点 M で接している。
　四角形 AMON の面積は何 cm^2 か。

図 3



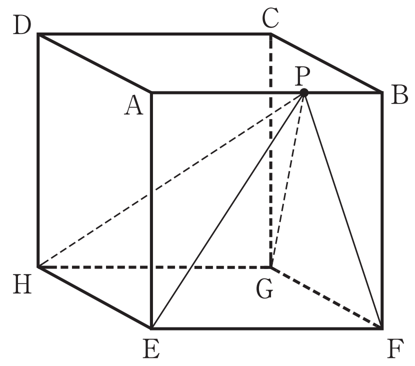
4 右の**図1**に示した立体ABCD－EFGHは，1辺の長さが6cmの立方体である。

点Pは，正方形ABCDの辺上を動く点である。

点Pと頂点E，点Pと頂点F，点Pと頂点G，点Pと頂点Hをそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図1



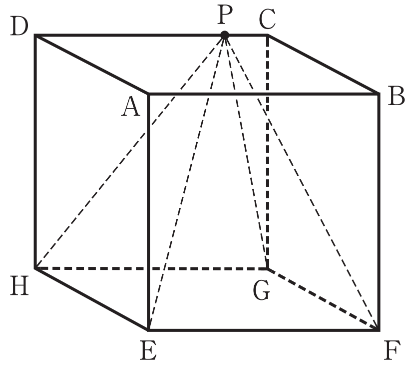
〔問1〕 点Pが辺AB上にあり，AP：PB＝2：1を満たすとき，四角すいP－EFGHの辺の中で，最も長い辺の長さは何cmか。

〔問 2〕　右の**図 2** は，**図 1** において，点 P が辺 CD 上にある場合を表している。

点 P が辺 CD 上にあるとき，四角すい P − EFGH の側面積が最も小さくなる場合の四角すい P − EFGH の側面積は何 cm^2 か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図 2



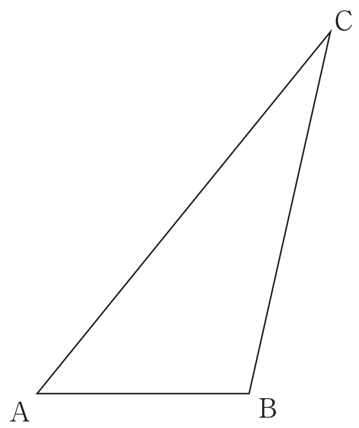
〔問 3〕　点 P が正方形 ABCD の辺上を動くとき，四角すい P − EFGH は，底面 EFGH を固定したまま，形を変えながら立方体 ABCD − EFGH の中を動いていく。

点 P が正方形 ABCD の辺上を 1 周する間に，四角すい P − EFGH が通過する部分の体積は何 cm^3 か。

解　答　用　紙　　**数　　学**　　(30ー立)

1

		点
〔問 1〕		
〔問 2〕	$x =$ 　　, $y =$	
〔問 3〕	個	
〔問 4〕		
〔問 5〕		



2

		点
〔問 1〕	(　　,　　)	
〔問 2〕	$b =$	
〔問 3〕	【 途中の式や計算など 】	

（答え）　$c =$

3

			点
〔問 1〕	【 証　明 】		
〔問 2〕	(1)	cm	
	(2)	cm^2	

4

		点
〔問 1〕	cm	
〔問 2〕	【 途中の式や計算など 】	

（答え）　cm^2

〔問 3〕	cm^3	

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4

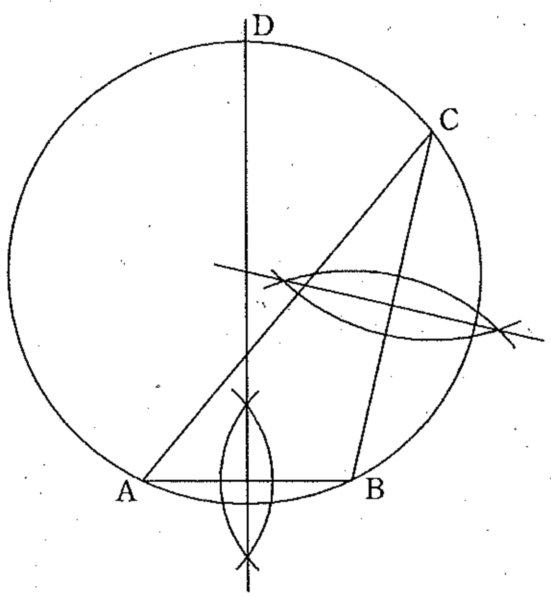
合　計　得　点

受　検　番　号

※ の欄には，記入しないこと

1

		点
〔問 1〕	$9\sqrt{3}$	5
〔問 2〕	$x=$ 5 , $y=$ 7	5
〔問 3〕	23 個	5
〔問 4〕	$\frac{2}{5}$	5
〔問 5〕 解答例		7



2

		点
〔問 1〕	$\left(5, \frac{25}{4}\right)$	7
〔問 2〕	$b=\frac{5}{3}$	7
〔問 3〕 解答例	【 途中の式や計算など 】	11

点Qは曲線 f 上にあるから，

点Qの y 座標は $3\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{3}$

よって，点Qの座標は $\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$ である。

点Qは直線 ℓ 上にあるから，

$x=\frac{2}{3}$，$y=\frac{4}{3}$ を $y=\frac{1}{2}x+b$ に代入して，

$\frac{4}{3}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}+b$

よって，$b=1$ となり，直線 ℓ の式は $y=\frac{1}{2}x+1$ である。

点Rは直線 ℓ 上にあり，y 座標が c であるから，

点Rの x 座標は $c=\frac{1}{2}x+1$ を解いて $x=2c-2$

よって，点Rの座標は $(2c-2, c)$ である。

また，直線 m の式は，原点とQ $\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$ を通ることから，$y=2x$ である。

点Sは直線 m 上にあり，y 座標が c であるから，

点Sの x 座標は $c=2x$ を解いて $x=\frac{1}{2}c$

よって，点Sの座標は $\left(\frac{1}{2}c, c\right)$ である。

点Aの y 座標が1，点Pの x 座標が $-\frac{1}{2}$ であるから，

$\triangle OQP=\frac{1}{2}\times1\times\left\{\frac{2}{3}-\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}=\frac{7}{12}$

$\triangle QRS=\frac{1}{2}\times\left(2c-2-\frac{1}{2}c\right)\times\left(c-\frac{4}{3}\right)$

$=\frac{3}{4}c^2-2c+\frac{4}{3}$

$\triangle OQP$ と $\triangle QRS$ の面積が等しいので，

$\frac{7}{12}=\frac{3}{4}c^2-2c+\frac{4}{3}$　整理すると　$3c^2-8c+3=0$

よって，　$c=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times3\times3}}{2\times3}=\frac{4\pm\sqrt{7}}{3}$

c の値は，点Qの y 座標 $\frac{4}{3}$ より大きいので，

$c=\frac{4+\sqrt{7}}{3}$

(答え)　$c=\frac{4+\sqrt{7}}{3}$

3

		点
〔問 1〕 解答例	【 証 明 】	10

四角形ABCDはひし形であるから，

AB = AD = BC = DC ……①

よって，△ABDはAB = ADの二等辺三角形である。

したがって，∠ABD = ∠ADB

また，∠DAB = 60° であるから，

∠ABD = ∠ADB = $\frac{1}{2}$(180° − 60°) = 60°

よって，EF∥AD，∠DAB = 60° より，∠FEA = 60°

AF∥BD，∠ABD = 60° より，∠EAF = 60°

∠FEA = ∠EAF = 60° であるから，∠AFE = 60°

したがって，△FEAは正三角形である。……②

△ABF と △ADE において，

①より，　AB = AD ……③

②より，　AF = AE ……④

また，　∠FAB = 180° − ∠EAF = 120°

∠EAD = 180° − ∠DAB = 120°

よって，　∠FAB = ∠EAD ……⑤

③，④，⑤より，対応する2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△ABF ≡ △ADE

したがって，∠ABF = ∠ADE

				点
〔問 2〕	(1)	$8\sqrt{3}$	cm	7
	(2)	$\frac{40\sqrt{3}}{3}$	cm²	7

4

		点
〔問 1〕	$2\sqrt{22}$ cm	7
〔問 2〕 解答例	【 途中の式や計算など 】	10

点Pが辺CD上にあるとき，

$\triangle PEF=\frac{1}{2}\times EF\times CF=\frac{1}{2}\times6\times6\sqrt{2}=18\sqrt{2}$

$\triangle PGH=\frac{1}{2}\times GH\times CG=\frac{1}{2}\times6\times6=18$

$\triangle PFG+\triangle PHE=\frac{1}{2}\times FG\times PG+\frac{1}{2}\times HE\times PH$

$=\frac{1}{2}\times6\times PG+\frac{1}{2}\times6\times PH$

$=3(PG+PH)$

したがって，四角すいP−EFGHの側面積は，

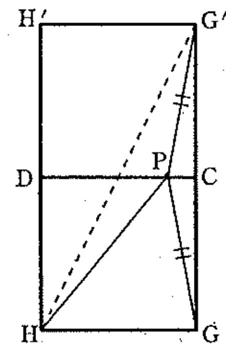
$18+18\sqrt{2}+3(PG+PH)$

ここで，右図のように，正方形CDHGと合同な正方形CDH′G′ をかくと，PG=PG′ であるから，

PG+PH=PG′+PH

PG′+PHの値が最も小さくなるのは，3点H，P，G′ が一直線上にあるときで，

このとき，



$PG'+PH=HG'=\sqrt{HG^2+GG'^2}$

$=\sqrt{6^2+12^2}$

$=6\sqrt{5}$

よって，側面積が最も小さくなる場合の側面積の値は，

$18+18\sqrt{2}+3\times6\sqrt{5}=18(1+\sqrt{2}+\sqrt{5})$ (cm²)

(答え)　$18(1+\sqrt{2}+\sqrt{5})$ cm²

		点
〔問 3〕	180 cm³	7

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4	合計得点	受検番号

※ ▒ の欄には，記入しないこと