数　学

注　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。**また，根号の中は最も小さい整数にしなさい。

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $\dfrac{(3\sqrt{2}-\sqrt{6})^2}{2}-\dfrac{2-6\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$ を計算せよ。

〔問2〕 連立方程式 $\begin{cases} 3x-4y+1=2(x-3y) \\ 0.25(-x+2y)-\dfrac{x-2y}{2}=\dfrac{9}{4} \end{cases}$ を解け。

〔問3〕 1，2，3，4，5，6，7，8 の数字が1つずつ書かれた8枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$，$\boxed{7}$，$\boxed{8}$ が袋の中に入っている。

この袋の中から1枚のカードを取り出して袋の中に戻す作業を2回繰り返す。

1回目，2回目に取り出したカードに書かれた数を順に m，n とするとき，$\dfrac{900}{\sqrt{mn}}$ が整数となる確率を求めよ。

ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問4〕 K高校の体育祭では，全校生徒を東軍と西軍の2つの軍に分けて応援合戦が行われる。

応援合戦の得点は，5人の審判がそれぞれ10点満点（整数）で採点し，最高点と最低点をつけた2人の点数を除いた3人の点数の平均値である。

例えば，5人の審判の点数が，点数の低いものから順に5，5，6，7，9であったとき，その軍の得点は $\dfrac{5+6+7}{3}=6$（点）となる。

次の表は，東軍と西軍に対する5人の審判A，B，C，D，Eの採点結果である。

	審判A	審判B	審判C	審判D	審判E
東軍	a	5	8	9	5
西軍	a	5	7	7	7

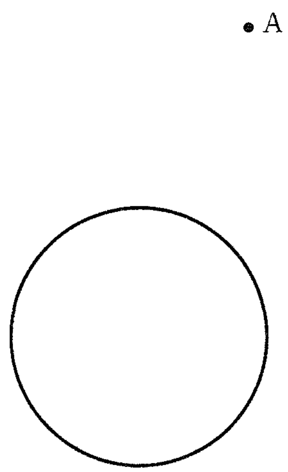
審判Aは東軍と西軍に同じ点数 a 点をつけ，点数 a は東軍の5つの点数の中央値であった。

東軍と西軍の応援合戦が引き分けとなるとき，a の値を求めよ。

〔問5〕 右の図は，円と円の外部の点Aを表している。

解答欄に示した図をもとにして，点Aから円への2本の接線を作図せよ。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



2 右の図１で，点Oは原点，曲線ℓは関数$y=\dfrac{a}{x}$（ただし，$a>0$）のグラフ，曲線mは関数$y=bx^2$（ただし，$b>0$）のグラフを表している。

点A，点Bはともに曲線ℓ上にあり，点Aのx座標は-2，点Bのx座標は4である。

点C，点Dはともに曲線m上にあり，点Cのx座標は-2，点Dのx座標は4である。

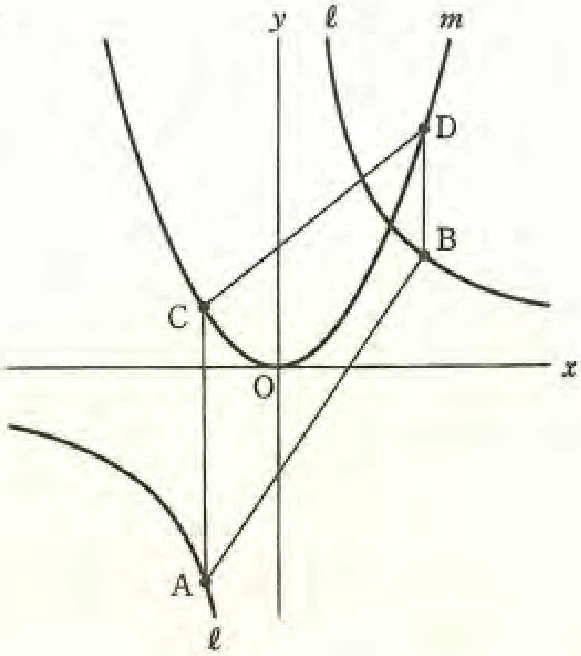
ただし，点Dのy座標は点Bのy座標より大きいものとする。

点Aと点B，点Bと点D，点Dと点C，点Cと点Aをそれぞれ結ぶ。

原点から点（1，0）までの距離，および原点から点（0，1）までの距離を1 cmとする。

次の各問に答えよ。

図１



〔問１〕 $a=4$とする。

四角形ABDCが平行四辺形となるとき，bの値を求めよ。

〔問２〕 **問題に誤りがあったため削除**

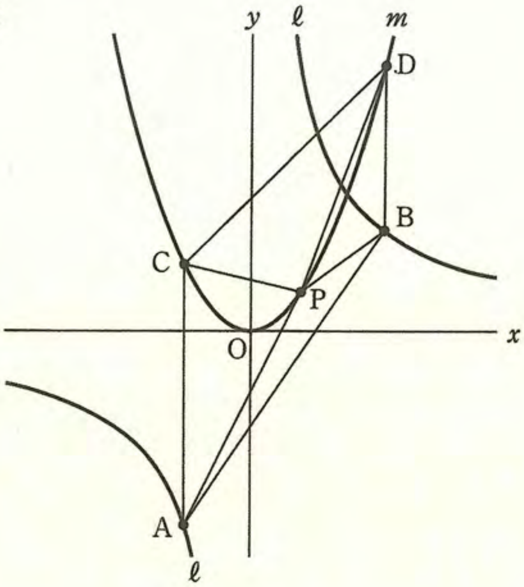
〔問 3〕　右の**図 2** は，**図 1** において，$a = 12$, $b = \frac{1}{2}$ とし，曲線 m 上に x 座標が p $(0 < p < 4)$ である点 P をとり，点 A と点 P，点 B と点 P，点 C と点 P，点 D と点 P をそれぞれ結んだ場合を表している。

△PCA の面積を S cm^2，△PBD の面積を T cm^2 とする。

△PDC の面積が $\frac{15}{2}$ cm^2 であるとき，$S : T$ を最も簡単な整数の比で表せ。

ただし，答えだけではなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や説明なども書け。

図 2



3 右の**図1**で，点Oは線分ABを直径とする半円の中心である。

点Pは $\overset{\frown}{AB}$ 上にある点で，点Aと点Bのいずれにも一致しない。

点Bと点Pを結ぶ。

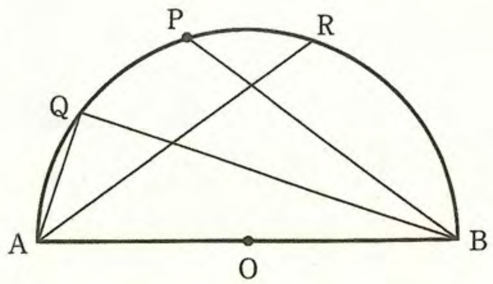
ただし，∠ABPは60°以下の角とする。

∠ABPの二等分線と $\overset{\frown}{AP}$ の交点をQとする。

点Aと点Qを結び，∠BAQの二等分線と $\overset{\frown}{BQ}$ の交点をRとする。

次の各問に答えよ。

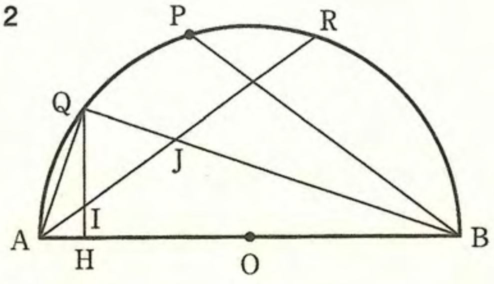
図1



〔問1〕 $\overset{\frown}{BR}:\overset{\frown}{RP}=2:1$ のとき，∠ABPの大きさは何度か。

〔問 2〕　右の**図 2** は，**図 1** において，点 Q から線分 AB に垂直な直線を引き，その交点を H，線分 AR と線分 QH の交点を I，線分 AR と線分 BQ の交点を J とした場合を表している。

図 2

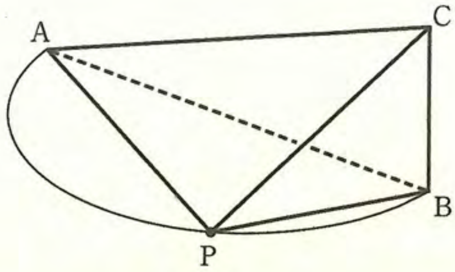


(1)　QI = QJ であることを証明せよ。

(2)　OA = 1 cm とする。
$\angle$ABP = 60° のとき，線分 IJ の長さは何 cm か。

4 右の**図1**に示した立体C－APBは，
AB＝4 cm，BC＝2 cm，$\angle$CBA＝$\angle$CBP＝90°
の三角すいである。
　ただし，点Pは2点A，Bを直径の両端とする半円の$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$上にある点で，点Aと点Bのいずれにも一致しない。
　次の各問に答えよ。

図1



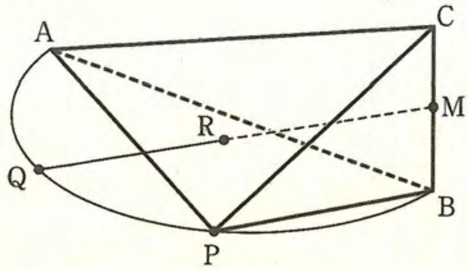
〔問1〕　△CPBの面積が△CABの面積の $\frac{1}{2}$ となるとき，三角すいC－APBの体積は何 cm^3 か。

〔問2〕　点Bから平面CAPに垂直な直線を引き，その交点をHとした場合を考える。
三角すいC－APBの体積が最も大きくなるとき，線分BHの長さは何cmか。
ただし，答えだけではなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や説明なども書け。

〔問 3〕 右の**図 2** は，**図 1** において，$\overset{\frown}{AP}:\overset{\frown}{PB}=2:1$，$\overset{\frown}{AP}$ 上にあり $\overset{\frown}{AQ}:\overset{\frown}{QP}=1:1$ である点を Q，辺 BC の中点を M とし，点 Q と点 M を結び，線分 QM と平面 CAP の交点を R とした場合を表している。

点 R と点 A，点 R と点 P，点 R と点 B をそれぞれ結んでできる三角すい R－APB の体積は何 cm^3 か。

図 2

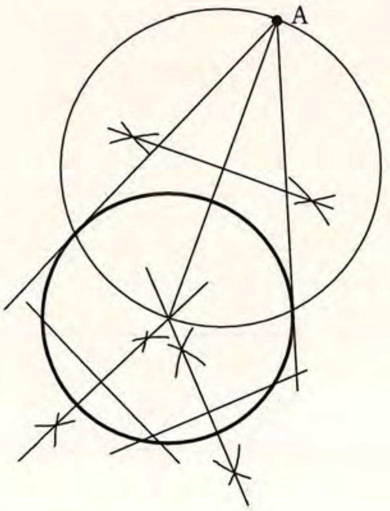


正答表（30－国）

数　　学

解　答　用　紙

1		点
［問 1］	$12-\sqrt{2}$	5
［問 2］	$x=-2,\quad y=\frac{1}{2}$	5
［問 3］	$\frac{5}{32}$	5
［問 4］	$a=8$	5
［問 5］解答例		5



2		点
［問 1］	$b=\frac{1}{4}$	7
［問 2］	受検者全員に一律８点を与える。	8
［問 3］解答例	【　途中の式や説明など　】	10

曲線 ℓ, m の式はそれぞれ $y=\frac{12}{x}$, $y=\frac{1}{2}x^2$

4 点 A, B, C, D の座標は

A$(-2,-6)$, B$(4,3)$, C$(-2,2)$, D$(4,8)$

したがって，直線 CD の式は　$y=x+4$

点 P の座標は $\mathrm{P}\left(p,\frac{1}{2}p^2\right)$ であり，線分 CD 上に

点 Q$(p,p+4)$ をとると，

$\mathrm{PQ}=(p+4)-\frac{1}{2}p^2=-\frac{1}{2}p^2+p+4$ となるから

$\triangle\mathrm{PDC}=\triangle\mathrm{PQC}+\triangle\mathrm{PQD}$

$=\frac{1}{2}\times\mathrm{PQ}\times(p+2)+\frac{1}{2}\times\mathrm{PQ}\times(4-p)$

$=3\mathrm{PQ}$

$=-\frac{3}{2}p^2+3p+12$

$\triangle\mathrm{PDC}=\frac{15}{2}$ より　$-\frac{3}{2}p^2+3p+12=\frac{15}{2}$

整理して　$p^2-2p-3=0$

すなわち　$(p+1)(p-3)=0$

$0<p<4$ であるから　$p=3$

よって　$\mathrm{P}\left(3,\frac{9}{2}\right)$

$S=\frac{1}{2}\times\{2-(-6)\}\times\{3-(-2)\}=20$

$T=\frac{1}{2}\times(8-3)\times(4-3)=\frac{5}{2}$

よって　$S:T=20:\frac{5}{2}$　すなわち　$S:T=8:1$

（答え）　$S:T=8:1$

3			点
[問 1]		36　度	7
[問 2] 解答例	(1)	【 証 明 】	10

$\angle BAR=\angle QAR=a°$ とおく。

$\triangle AHI$ において，$\angle AHI=90°$ であるから

$\angle AIH=90°-\angle HAI=90°-a°$

対頂角は等しいから　$\angle QIJ=\angle AIH$

よって　$\angle QIJ=90°-a°$　…①

AB は直径であるから $\angle AQB=90°$

したがって　$\angle AQJ=90°$

$\triangle AQJ$ において

$\angle QJA=\angle AQJ-\angle QAJ=90°-a°$　…②

①，②より

$\angle QIJ=\angle QJI$

よって，$\triangle QIJ$ において２つの角が等しいから

$QI=QJ$

[問 2]	(2)	$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ cm	8

4		点
[問 1]	$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ cm^3	7
[問 2] 解答例	【 途中の式や説明など 】	10

三角すい C−APB の体積が最も大きくなるのは，

$\triangle APB$ の面積が最大となるとき，すなわち，

$\triangle APB$ が $AP=BP$ の直角二等辺三角形

となるときである。

このとき　$AP=BP=2\sqrt{2}$　…①

$\triangle APB=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=4$

ゆえに，三角すい C−APB の体積 V は

$V=\dfrac{1}{3}\times\triangle APB\times BC=\dfrac{1}{3}\times4\times2=\dfrac{8}{3}$　…②

ここで，$\triangle ABC$，$\triangle CBP$ は直角三角形

であるから，三平方の定理より

$AC=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$CP=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

また，①より $AP=2\sqrt{2}$

$\triangle APC$ について，$AC^2=AP^2+CP^2$

が成り立つから，三平方の定理の逆より，

$\triangle APC$は$\angle APC=90°$ の直角三角形である。

ゆえに　$\triangle APC=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{3}=2\sqrt{6}$　…③

三角すい C−APB の体積 V は③から

$V=\dfrac{1}{3}\times\triangle APC\times BH=\dfrac{1}{3}\times2\sqrt{6}\times BH$

$=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}BH$　…④

②，④から　$\dfrac{2\sqrt{6}}{3}BH=\dfrac{8}{3}$

したがって　$BH=\dfrac{8}{2\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$ (cm)

(答え)　$\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$　cm

[問 3]	$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ cm^3	8

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4

受検番号	合計得点