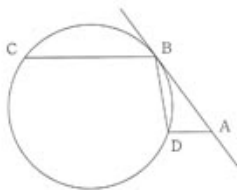


1 次の各問いに答えよ。(解答欄には答えのみ記入せよ。)

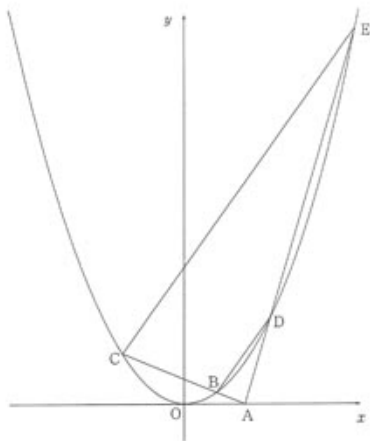
- (1)  $x=2\sqrt{2}-\sqrt{3}$ ,  $y=-\sqrt{2}+2\sqrt{3}$  のとき,  $2x^2+5xy+2y^2$  の値を求めよ。
- (2)  $4(a-b)(a+b)-(b-1)(5b-1)$  を因数分解せよ。
- (3) 10本のうち, 当たりが4本入っているくじがある。このくじから同時に2本引くとき, 少なくとも1本が当たりである確率を求めよ。
- (4) 図のように, 3点B, C, Dを通る円が直線ABとBで接しており,  $BC \parallel AD$ ,  $AD=4$ ,  $BD=6$ である。このとき, 線分BCの長さを求めよ。



2 原点をOとするxy平面上で, 点A(2, 0)を通る2本の直線が放物線  $y=\frac{1}{2}x^2$  と図のように4点B, C, D, Eで交わっている。

Bの座標は  $(1, \frac{1}{2})$  であり,  $BD \parallel CE$  とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) Cの座標を求めよ。
- (2) Dのx座標を求めよ。
- (3) 台形BDECの面積を求めよ。



- 3 自然数  $n$  に対して、 $n$  のすべての正の約数の個数を  $N$  とし、 $n$  のすべての正の約数の和を  $S$  とするとき、 $\langle n \rangle = \frac{S}{N}$  と定める。

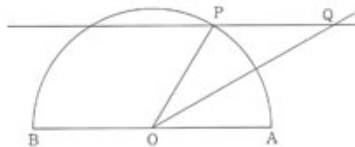
例えば、 $\langle 3 \rangle = \frac{1+3}{2} = 2$ 、 $\langle 4 \rangle = \frac{1+2+4}{3} = \frac{7}{3}$ 、 $\langle 5 \rangle = \frac{1+5}{2} = 3$ 、 $\langle 6 \rangle = \frac{1+2+3+6}{4} = 3$  である。

このとき、次の問いに答えよ。

- $a$  が素数であるとき、 $\langle a \rangle = 40$  を満たす  $a$  を求めよ。
- $b$  が素数であるとき、 $\langle b^3 \rangle = 19$  を満たす  $b$  を求めよ。
- $c, d$  が異なる 2 つの素数であるとき、 $\langle cd \rangle = 12$  を満たす  $c, d$  の組  $(c, d)$  をすべて求めよ。ただし、 $c < d$  とする。

- 4 図のように、点  $O$  を中心とし、長さが  $2a$  の線分  $AB$  を直径とする半円の弧  $AB$  上に  $A, B$  以外の点  $P$  がある。  $P$  を通り直線  $AB$  に平行な直線と、 $\angle AOP$  の二等分線との交点を  $Q$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

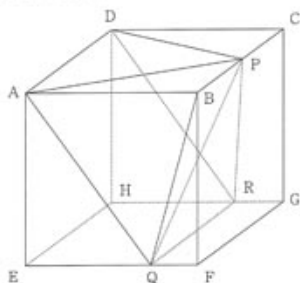
- $\angle AOP = 45^\circ$  のとき、四角形  $OAQP$  の面積を  $a$  を用いて表せ。
- $P$  が弧  $AB$  上を、 $\angle AOP = 10^\circ$  となる位置から  $\angle AOP = 130^\circ$  となる位置まで、反時計回りに動くとき、 $Q$  が動いてできる曲線の長さを  $a$  を用いて表せ。
- 線分  $OB$  の中点を  $M$  とする。  $P$  が弧  $AB$  上の  $A, B$  以外の部分を動くとき、 $\angle OMQ$  の大きさが最大になるときの線分  $MQ$  の長さを  $a$  を用いて表せ。



- 5 図のように、一辺の長さが 4 の立方体  $ABCD-EFGH$  の辺  $BC, EF$  上に、それぞれ  $BP=2, EQ=3$  となるように点  $P, Q$  をとる。さらに、3 点  $D, A, Q$  を含む平面と辺  $HG$  との交点を  $R$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- 四角形  $BQRP$  の面積  $S$  を求めよ。
- 立体  $P-AQRD$  の体積  $V$  を求めよ。
- 四角柱  $AQFB-DRGC$  に入り、3 つの面  $BFGC, ABCD, AQRD$  のすべてに接する球の半径を求めよ。

ただし、球と平面が接するとは、球と平面が 1 点のみを共有することである。このとき、球と平面が共有する点と球の中心を結ぶ線分は平面と垂直になっている。



## 解答

1 (1)  $9\sqrt{6}$  (2)  $(2a + 3b - 1)(2a - 3b + 1)$  (3)  $\frac{2}{3}$  (4)  $BC = 9$

2 (1)  $(-2, 2)$  (2)  $x = 3$  (3)  $\frac{75}{2}$

3 (1)  $a = 79$  (2)  $b = 7$  (3)  $(c, d) = (3, 11), (5, 7)$

4 (1)  $\frac{\sqrt{2}}{2} a^2$  (2)  $\frac{2}{3} \pi a$  (3)  $MQ = \frac{\sqrt{5}}{2} a$

5 (1)  $S = 3\sqrt{17}$  (2)  $V = \frac{64}{3}$  (3)  $\frac{4}{3}$