

- (注意) 答えは指定された場所にかき、考え方や計算の過程がはっきりとわかるように心がけること(とくに指示がある場合を除く)。
解答する際にご利用した図はなるべくいねいにかくこと。
答えの根号の中ではできるだけ簡単な数にし、分母に根号がない形で表すこと。
円周率は π を用いること。

1

次の問いに答えよ。結果のみ、解答欄に書くこと。

- (1) 次の計算をせよ。 $3.14159 \times 7.55052 + 2.44948 \times 2.23606 + 0.90553 \times 2.44948$
- (2) $12a^3 - 4a^2c - 75ab^2 + 25b^3c$ を因数分解せよ。
- (3) 連立方程式
- $$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -5 \\ xy = 4 \end{cases}$$
- を解け。ただし、 $x > y$ とする。

2

関数 $y = x^2$ のグラフと、グラフ上の点 $A(-2, 4)$ を考える。

点 A を通る傾き 1 の直線をひき、これと関数 $y = x^2$ のグラフとの、点 A 以外の交点を点 B とする。
点 B を通る傾き -1 の直線をひき、これと関数 $y = x^2$ のグラフとの、点 B 以外の交点を点 C とする。
点 C を通る傾き 1 の直線をひき、これと関数 $y = x^2$ のグラフとの、点 C 以外の交点を点 D とする。
点 D を通る傾き -1 の直線をひき、これと関数 $y = x^2$ のグラフとの、点 D 以外の交点を点 E とする。
直線 AD と直線 BC との交点を点 P 、直線 BE と直線 AD 、直線 CD との交点をそれぞれ点 Q 、点 R とする。

- (1) 点 E の座標を求めよ。
- (2) 直線 AD 、 BE の式を求めよ。
- (3) $ER : RQ : QB$ を求めよ。
- (4) $\triangle ABP : \triangle EDQ$ を求めよ。

3

自然数 n について、1 から n までのすべての自然数の積を、 $n!$ で表すことにする。

また、 $n!$ を素因数分解したときの素数 2 の指数を $\langle n! \rangle$ で表す。

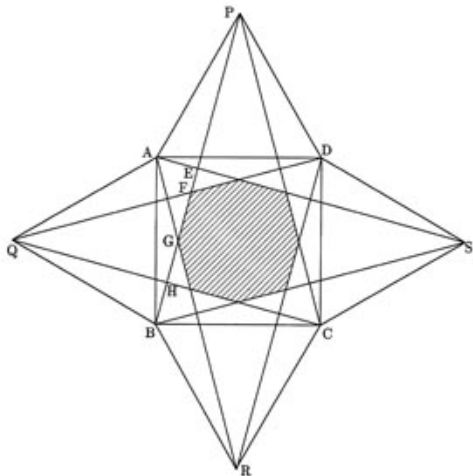
すなわち、自然数 $n!$ は 2 でちょうど $\langle n! \rangle$ 回わりきれれる。たとえば $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 2^3 \times 3 \times 5$ であるから、 $\langle 5! \rangle = 3$ である。

- (1) $\langle 6! \rangle$ 、 $\langle 8! \rangle$ 、 $\langle 9! \rangle$ をそれぞれ求めよ。
- (2) $\langle 212! \rangle$ を求めよ。
- (3) $\langle n! \rangle = 212$ をみたすすべての自然数 n を求めよ。
- (4) $\langle n! \rangle = n - 1$ をみたす自然数 n を 5 つ答えよ。

4

1 辺の長さが 2 の正方形を底面とし、4 つの側面がすべて正三角形である四角すいの展開図をかき、頂点を図のように線分で結んだ。

- (1) もとの四角すいの体積を求めよ。
- (2) 線分 EH の長さを求めよ。また $\angle PFQ$ 、 $\angle AGB$ を求めよ。
- (3) 斜線部の面積を求めよ。
- (4) 線分 AF 、 DF 、 PF について、次の (ア) (イ) (ウ) のうち、どれが正しいか答えよ。またその理由を簡潔に述べよ。
 (ア) $AF + DF > PF$ (イ) $AF + DF = PF$ (ウ) $AF + DF < PF$



解答

1 (1) 31.4159 (2) $(2a+5b)(2a-5b)(3a-c)$ (3) $x=-10+4\sqrt{6}$, $y=-10-4\sqrt{6}$

2 (1) $E(-6, 36)$ (2) 直線ADは $y=3x+10$ 直線BEは $y=-3x+18$

(3) $ER:RQ:QB=33:11:10$ (4) $\triangle ABP:\triangle EDQ=75:484$

3 (1) $\langle\langle 6! \rangle\rangle=4$ $\langle\langle 8! \rangle\rangle=7$ $\langle\langle 9! \rangle\rangle=7$ (2) $\langle\langle 212! \rangle\rangle=208$ (3) $n=216, 217$

(4) $n=2, 4, 8, 16, 32$ 等

4 (1) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ (2) $EH=\sqrt{2}$ $\angle PFQ=120^\circ$ $\angle AGB=150^\circ$ (3) $4-\frac{4\sqrt{3}}{3}$

(4) 正しいのは(イ)

(理由) PF上に $AF=LF$ となる点Lをとると, $\triangle AFL$ は正三角形で, $\triangle AFD \equiv \triangle ALP$
よって, $AF+DF=LF+PL=PF$