

平成 30 年度 巣鴨高校入試問題

1. 次の各問いに答えよ.

(1) 連立方程式 
$$\begin{cases} (\sqrt{2} + 3)x + 6y = -2 \\ (3\sqrt{2} - 2)x - 4y = 16 \end{cases}$$
 を解け.

(2)  $\{(3+2\sqrt{2})^4 + (3-2\sqrt{2})^4\}^2 - \{(3+2\sqrt{2})^4 - (3-2\sqrt{2})^4\}^2$  を計算せよ.

(3)  $n$  を自然数とするとき, 1 から  $n$  までのすべての自然数の積を  $n!$  で表す.  
例えば,  $1! = 1$ ,  $2! = 1 \times 2$ ,  $3! = 1 \times 2 \times 3$ ,  $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4$  である.  
このとき,  $1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 18! + 19! + 20!$  を計算した結果の  
末尾 2 けたの数を求めよ. ただし, 末尾 2 けたの数とは, 1234 の場合は 34,  
108 の場合は 08, のことである.

2. 1 個のさいころを 3 回投げて,

1 回目に出た目の数字を, 百の位の数

2 回目に出た目の数字を, 十の位の数

3 回目に出た目の数字を, 一の位の数

として, 3 桁の自然数  $N$  をつくる. このとき, 次の各問いに答えよ.

(1)  $N$  の各位の数字がすべて異なるときの確率を求めよ.

(2)  $N$  の各位の数字の積が偶数になるときの確率を求めよ.

(3)  $N$  の各位の数字 3 つのうち, どの 2 つを選んでも最大公約数が 1 になるときの  
確率を求めよ.

3. 右図のように、放物線  $y = \frac{1}{4}x^2 \dots ①$  と

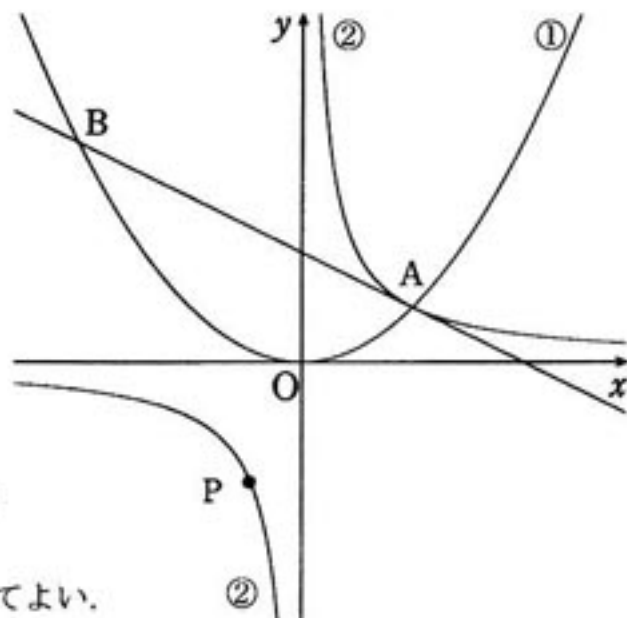
双曲線  $y = \frac{2}{x} \dots ②$  がある。この双曲線と

軸に平行でない直線が1点だけを共有するとき、双曲線と直線は接しているといい、この直線を双曲線の接線、共有する1点を接点という。

このとき、次の各問いに答えよ。

ただし、双曲線 ② 上の点  $(a, \frac{2}{a})$  を接点と

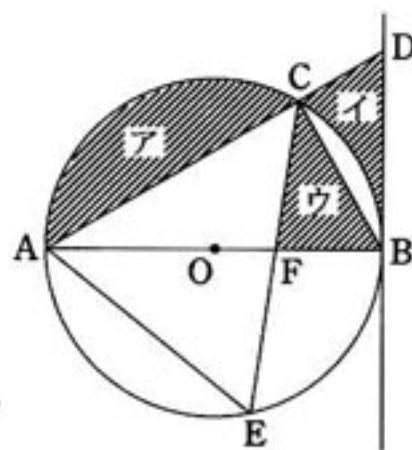
する接線の傾きは  $-\frac{2}{a^2}$  であることを用いてよい。



- (1) ① と ② の交点 A の座標を求めよ。
- (2) 点 A を接点とする双曲線 ② の接線と放物線 ① との交点を B とするとき、線分 AB の長さを求めよ。
- (3) 点 P が双曲線 ② 上の  $x < 0$  の部分を動くとき、 $\triangle ABP$  の面積の最小値を求めよ。

4. 右図のように、線分 AB を直径とする半径  $\sqrt{3}$  の円 O の周上に点 C をとり、点 B における円 O の接線と AC の延長との交点を D とする。

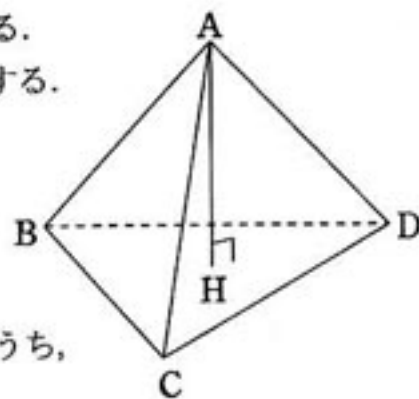
また、弧 AB (点 C を含まない方) 上に点 E をとると、 $\angle AEC = 60^\circ$  であった。AB と CE の交点を F とし、 $CF = a$  とするとき、次の各問いに答えよ。



- (1)  $\angle CDB$  の大きさを求めよ。
- (2)  $\triangle ABC$  と  $\triangle BCD$  の面積をそれぞれ  $S_1, S_2$  とするとき、面積比  $S_1 : S_2$  を求めよ。
- (3) 図の斜線部ア～ウの面積の和を  $S$  とする。

$S - \frac{\pi}{2} = \sqrt{3}$  をみたすときの  $a$  の値を求めよ。

5. 右図のように、1辺の長さが2の正四面体  $ABCD$  がある。  
頂点  $A$  から底面  $BCD$  へ垂線を下ろし、その交点を  $H$  とする。  
このとき、次の各問いに答えよ。



- (1) 線分  $AH$  の長さを求めよ。
- (2) 点  $H$  を中心とし、3辺  $AB, AC, AD$  に接する球の半径  $r$  を求めよ。
- (3) 線分  $AH$  を直径とする球の表面と辺  $AB, AC$  の交点のうち、 $A$  でない方をそれぞれ  $P, Q$  とする。  
このとき、面  $ABC$  上の線分  $AP, AQ$  および弧  $PQ$  で囲まれた平面図形の面積  $S$  を求めよ。

## 解答

**1** (1)  $x = 2\sqrt{-2}$ ,  $y = -1 - \sqrt{-2}$  (2) 4 (3) 13

**2** (1)  $\frac{5}{9}$  (2)  $\frac{7}{8}$  (3)  $\frac{8}{27}$

**3** (1)  $A(2, 1)$  (2)  $AB = 3\sqrt{-5}$  (3)  $\triangle ABP = 12$

**4** (1)  $\angle CDB = 60^\circ$  (2)  $S_1 : S_2 = 3 : 1$  (3)  $a = \frac{\sqrt{-21}}{3}$

**5** (1)  $AH = \frac{2\sqrt{-6}}{3}$  (2)  $r = \frac{2\sqrt{-2}}{3}$  (3)  $S = \frac{8\sqrt{-3}}{27} + \frac{16}{81}\pi$