数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは午前11時00分です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，解答用紙だけを提出しなさい。

5　答えに根号が含まれるときは，根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。また，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　受検番号を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

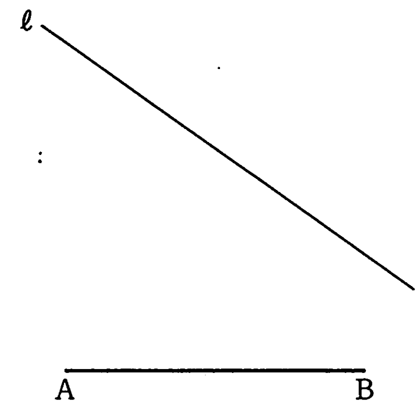
〔問１〕 $\frac{5}{\sqrt{6}}\left\{\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{\sqrt{2}}+(-\sqrt{2})^3\right\}$ を計算せよ。

〔問２〕 ２次方程式 $x(x-1)+(x+1)(x+2)=3$ を解け。

〔問３〕 a, bを，それぞれ１ではない１けたの自然数とする。
2019がaで割り切れ，そのときの商にbを加えた値が，$(a+b)$の倍数となるようなa, bの値の組(a, b)は全部で何通りあるか。

〔問４〕 1，2，4の数字が１つずつ書かれた３枚のカードが入っている箱Ａと，1，2，3，5，5の数字が１つずつ書かれた５枚のカードが入っている箱Ｂがある。
２つの箱Ａ，Ｂから同時にそれぞれ１枚のカードを取り出す。
このとき，取り出したカードに書かれた２つの数の平均値が自然数となる確率を求めよ。
ただし，２つの箱Ａ，Ｂそれぞれにおいて，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問５〕 右の図で，直線ℓは線分ABと平行でなく交わらない位置にある。
解答欄に示した図をもとにして，頂点Ｐが直線ℓ上にあり，線分ABを底辺とし，高さが線分ABの長さと等しい△ABPを定規とコンパスを用いて作図せよ。
また，頂点Ｐの位置を示す文字Ｐも書け。
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



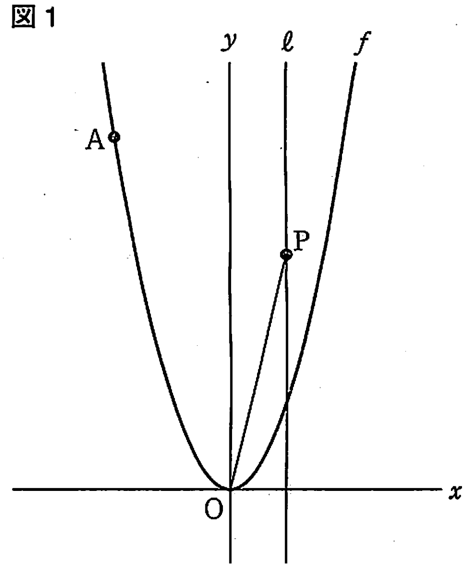
2 右の図1で，点Oは原点，曲線fは関数$y = x^2$のグラフ，直線ℓは$x = 2$のグラフを表している。

曲線f上にある点をAとし，直線ℓ上にあり，y座標がp $(p>4)$である点をPとする。

点Oと点Pを結ぶ。

原点から点(1，0)までの距離，および原点から点(0，1)までの距離をそれぞれ1cmとして，次の各問に答えよ。

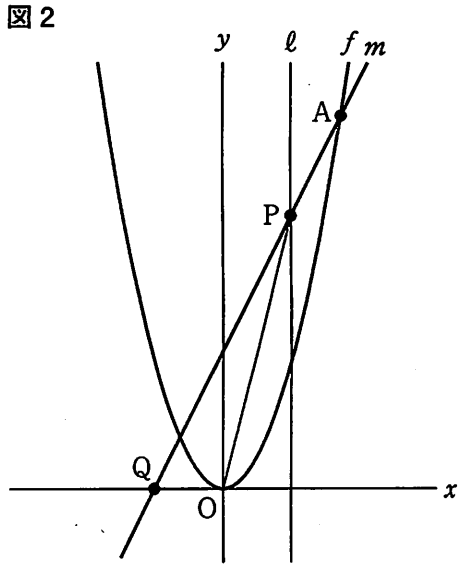
図1



〔問1〕 点Aのx座標が-3，$\mathrm{OP} = 2\sqrt{10}$ cmのとき，直線APの式を求めよ。

〔問2〕　右の**図2**は，**図1**において，点Pを通り，傾きが2である直線を m とし，直線 m と曲線 f の交点のうち，x 座標が正の数である点を A，直線 m と x 軸との交点を Q とした場合を表している。
次の (1)，(2) に答えよ。

図2



(1)　QP : PA ＝ 7 : 2 のとき，p の値を求めよ。

(2)　△OPQ の面積が 8 cm^2 のとき，点 A の座標を求めよ。
ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

3 右の図１で，点Oは線分ABを直径とする半径が2 cmの半円の中心である。

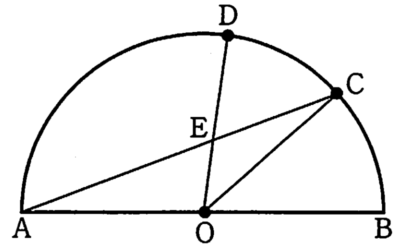
2点C，Dは$\overset{\frown}{AB}$上にあり，点Aと点Bのいずれにも一致しない。

∠BODは90°より小さい角であり，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$である。

点Aと点C，点Oと点C，点Oと点Dをそれぞれ結び，線分ACと線分ODの交点をEとする。

次の各問に答えよ。

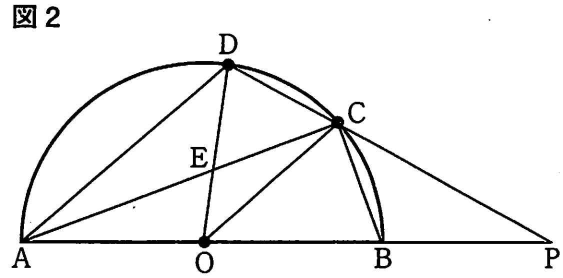
図1



〔問1〕　図1において，∠AED = 123°であるとき，∠BOCの大きさは何度か。

〔問2〕　右の図2は，図1において，直線ABと直線DCの交点をPとし，点Aと点D，点Bと点Cをそれぞれ結んだ場合を表している。

図2



次の3つの条件

ア　AD = 3 cm

イ　PC : CB = 2 : 1

ウ　△APCと△OCDの面積の比が3 : 1

のうち，いずれか1つの条件を用いて，線分BPの長さは何cmか求めよ。

ただし，解答欄に示したア，イ，ウのうち，用いた1つの条件を丸で囲み，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。直線の平行や垂直を用いるときはその根拠を示し，図形の相似や合同を用いるときは，その証明を書け。

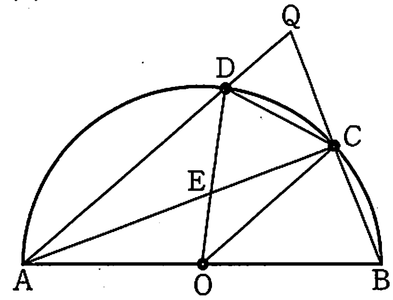
どの条件を用いても，線分BPの長さは同じ値となる。

〔問３〕　右の図３は，図１において，点Ｃと点Ｄを結び，直線ADと直線BCの交点をＱとした場合を表している。

AC＝$\sqrt{14}$ cmのとき，

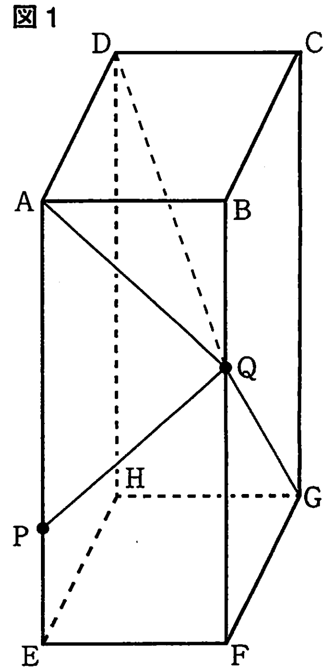
△CQDの面積は何cm^{2}か。

図３



4 右の図１に示した立体 ABCD－EFGH は，
AB = 3 cm，AD = 4 cm，AE = 7 cm の直方体である。
辺 AE 上に点 P を，辺 BF 上に点 Q をとり，
頂点 A と点 Q，点 Q と頂点 G，点 P と点 Q，
点 Q と頂点 D をそれぞれ結ぶ。
次の各問に答えよ。

図１



〔問１〕 AP = 5 cm，AQ＋QG の長さが最も短くなるとき，
次の（1），（2）に答えよ。

（1） 線分 DQ の長さは何 cm か。

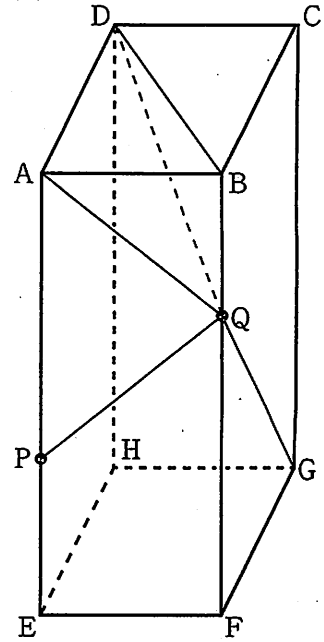
（2） 直方体 ABCD－EFGH を 3 点 P，Q，G を通る平面で分けたとき，
頂点 F を含む立体の体積は何 cm^3 か。

〔問２〕　右の図２は，図１において，AQ = PQ とし，頂点 B と頂点 D を結んだ場合を表している。

△APQ と△QFG の面積が等しくなるとき，四角形 PEFQ と△QBD の面積の比を最も簡単な整数の比で表せ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

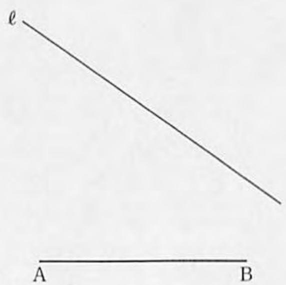
図２



解答用紙　　　数　学　　　(31ー青)

1

		点
〔問1〕		
〔問2〕		
〔問3〕	通り	
〔問4〕		
〔問5〕		



2

			点
〔問1〕		$y=$	
〔問2〕	(1)		
	(2)	【 途中の式や計算など 】	

(答え)　(　　　,　　　)

3

		点
〔問1〕	度	
〔問2〕	【 用いた1つの条件 】 ア　イ　ウ	

【 途中の式や計算，証明など 】

(答え)　cm

〔問3〕	cm^2	

4

			点
〔問1〕	(1)	cm	
	(2)	cm^3	
〔問2〕	【 途中の式や計算など 】		

(答え)　(四角形 PEFQ の面積)：(△QBD の面積) ＝　　：

小計1	小計2	小計3	小計4

受検番号	合計得点

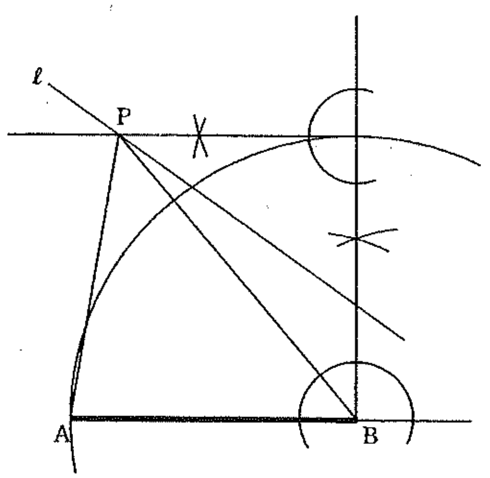
※ □ の欄には，記入しないこと

正答表　数学

1

		点
[問 1]	5	5
[問 2]	$\dfrac{-1\pm\sqrt{3}}{2}$	5
[問 3]	2　通り	5
[問 4]	$\dfrac{2}{5}$	5
[問 5]		5

〔解答例〕



2

			点
[問 1]		$y=-\dfrac{3}{5}x+\dfrac{36}{5}$	7
[問 2]	(1)	7, 28	8
	(2)	【 途中の式や計算など 】	10

〔解答例〕

直線 m の式を，$y=2x+n$ …① とおく。

①が P$(2,\ p)$ を通るから，

$p=4+n$ 　より　$n=p-4$

したがって，直線 m の式は，

$y=2x+p-4$ …②

$y=0$ のとき，$x=\dfrac{4-p}{2}$ であるから，Q$\left(\dfrac{4-p}{2},\ 0\right)$

△OPQ の面積が 8 cm² より，

$\dfrac{1}{2}\times\left(0-\dfrac{4-p}{2}\right)\times p=8$

整理して，$p^2-4p-32=0$

$(p+4)(p-8)=0$

$p>4$ より，　$p=8$

これを②に代入して，直線 m の式は，

$y=2x+4$ …③

また，点 A は曲線 f 上の点であるから，A$(a,\ a^2)$ とおく。

点 A は直線 m 上の点でもあるから，③に代入して，

$a^2=2a+4$

$a=\dfrac{2\pm2\sqrt{5}}{2}=1\pm\sqrt{5}$

点 A の x 座標は点 P の x 座標より大きいので，

$a>2$ より，$a=1+\sqrt{5}$

y 座標は，$a^2=(1+\sqrt{5})^2=6+2\sqrt{5}$

よって，点 A の座標は，$(1+\sqrt{5},\ 6+2\sqrt{5})$

(答え)　$(1+\sqrt{5},\ 6+2\sqrt{5})$

3

		点
[問 1]	38　度	7
[問 2]	【 用いた 1 つの条件 】 ア　イ　ウ	10

【 途中の式や計算，証明など 】

〔解答例〕

条件アを選んだ場合の解答例

$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$ であるから，

$\angle BAC=\angle CAD$ …①

円の半径なので，OA=OC

△OAC は二等辺三角形であるから，

$\angle OAC=\angle BAC=\angle OCA$ …②

①，②より $\angle CAD=\angle OCA$

錯角が等しいので，OC$/\!/$AD

OC$/\!/$AD と，AD=3 cm，OC=2 cm より，

AD : OC=AP : OP=3 : 2

BP=x cm とすると，

$(x+4):(x+2)=3:2$

これを解いて，$x=2$

(答え)　2　cm

		点
[問 3]	$\dfrac{\sqrt{7}}{4}$　cm²	8

4

			点
[問 1]	(1)	$\sqrt{34}$　cm	7
	(2)	14　cm³	8
[問 2]		【 途中の式や計算など 】	10

〔解答例〕

△APQ は，AQ=PQ の二等辺三角形だから，

AP=x とすると，BQ=$\dfrac{x}{2}$　したがって，QF=$7-\dfrac{x}{2}$

△APQ と△QFG の面積が等しいから，

$\dfrac{1}{2}\times x\times3=\dfrac{1}{2}\times4\times\left(7-\dfrac{x}{2}\right)$

これを解いて，$x=\dfrac{28}{5}$　よって　AP=$\dfrac{28}{5}$

これより，　BQ=$\dfrac{14}{5}$

PE=$7-\dfrac{28}{5}=\dfrac{7}{5}$

QF=$7-\dfrac{14}{5}=\dfrac{21}{5}$

BD は長方形ABCD の対角線より，BD=5

したがって，四角形 PEFQ の面積は，

$\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{7}{5}+\dfrac{21}{5}\right)\times3=\dfrac{42}{5}$

△QBD の面積は，$\dfrac{1}{2}\times5\times\dfrac{14}{5}=7$

よって，四角形 PEFQ と△QBD の面積比は，

$\dfrac{42}{5}:7=6:5$

(答え)(四角形PEFQの面積):(△QBDの面積)= 6 : 5

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4	受検番号	合計得点

※ ▭ の欄には、記入しないこと