数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。**また，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1　次の各問に答えよ。

〔問 1〕　$\dfrac{1}{\sqrt{15}}(5+\sqrt{5})-\dfrac{1}{2}\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$　を計算せよ。

〔問 2〕　次の 2 つの式を同時に満たす x，y の値の組を求めよ。

$$\begin{cases} \dfrac{x-y}{3}+\dfrac{2}{5}(y-2)=0.2(1-3y) \\ (3-2x):y=5:2 \end{cases}$$

〔問 3〕　y は x に反比例し，比例定数を a（$a>0$）とする。

x の変域 $1 \leqq x \leqq 6$ に対する y の変域を求めようとしたところ，比例定数を a^2 と間違えて計算してしまい，y の変域は $\dfrac{3}{2} \leqq y \leqq 9$ となってしまった。

正しい y の変域を求めよ。

〔問 4〕　1，3，5，7 の数字が 1 つずつ書かれた 4 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{3}$，$\boxed{5}$，$\boxed{7}$ が A の袋に，2，4，6 の数字が 1 つずつ書かれた 3 枚のカード $\boxed{2}$，$\boxed{4}$，$\boxed{6}$ が B の袋に入っている。

それぞれの袋からカードを 2 枚ずつ取り出す。

このとき，A の袋に残っている 2 枚のカードと，B から取り出した 2 枚のカード，合計 4 枚のカードに書かれている数の和が 4 の倍数となる確率を求めよ。

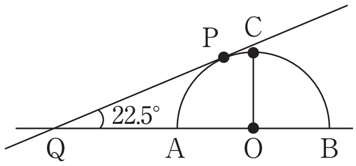
ただし，2 つの袋 A，B においてどのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問 5〕　右の図で，点 C は線分 AB を直径とする半円 O の弧 AB 上の点であり，AB ⊥ OC とする。

弧 AC 上に，点 A，点 C のいずれにも一致しない点 P をとり，点 P を接点とする半円の接線が直線 AB と交わる点を Q とする。

解答欄に示した図をもとにして，∠ PQO = 22.5° となる点 P を，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点 P の位置を示す文字 P も書け。

ただし，作図に用いた線は残しておくこと。



2 右の**図1**で，点Oは原点，曲線fは関数$y = ax^2$（$a > 0$）のグラフ，曲線gは関数$y = bx^2$（$b < 0$）のグラフを表している。

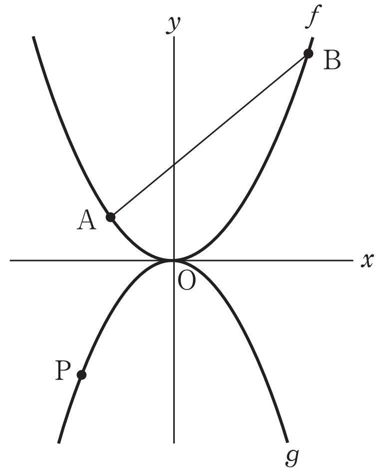
点A，点Bはともに曲線f上にあり，点Aのx座標は-2，点Bのx座標は4である。

点Pは曲線g上にあり，x座標はt（$t < 0$）である。

点Aと点Bを結ぶ。

次の各問に答えよ。

図1

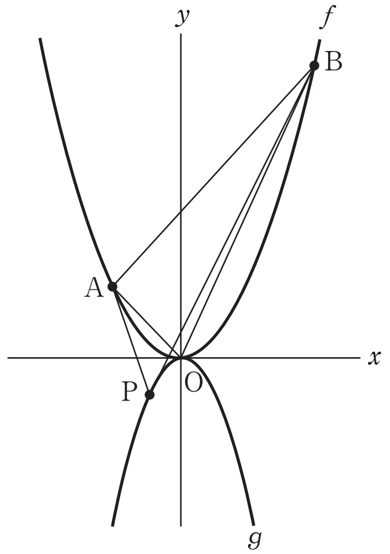


〔問1〕 $a = 1$，$b = -2$とする。

右の**図2**は，**図1**において，点Aと点O，点Oと点B，点Aと点P，点Pと点Bをそれぞれ結んだ場合を表している。

△ABPの面積が△ABOの面積と等しくなるようなtの値を求めよ。

図2



〔問 2〕 $a=\dfrac{1}{2}$，$b=-1$，$t=-2$ とする。

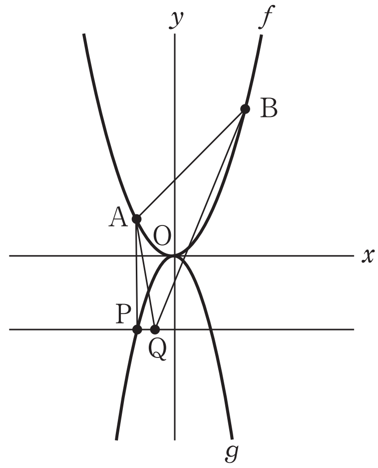
右の**図 3** は，**図 1** において，点 P を通り x 軸と平行な直線上に点 Q をとり，点 A と点 P，点 A と点 Q，点 B と点 Q をそれぞれ結んだ場合を表している。

$\ell=\mathrm{AQ}+\mathrm{QB}$ とする。

ℓ が最も小さくなるとき，△APQ の面積は△AQB の面積の何倍か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図 3

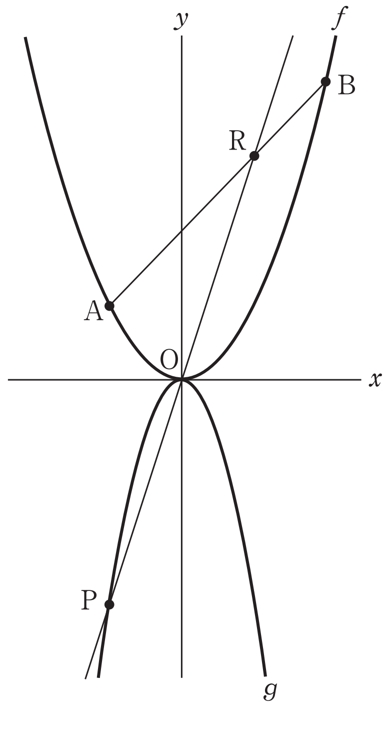


〔問 3〕 $a=1$，$2b=3t$ とする。

右の**図 4** は，**図 1** において，2 点 O，P を通る直線と線分 AB が交点をもち，その交点を点 R とした場合を表している。

点 P と点 R のいずれにおいても x 座標と y 座標がともに整数であるとき点 P の座標を求めよ。

図 4

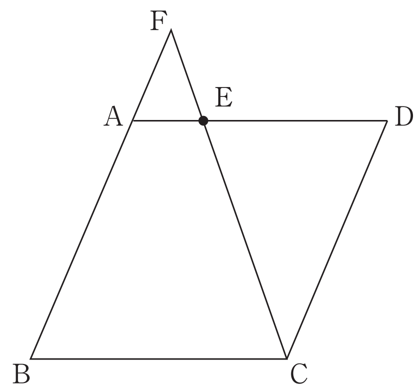


3 右の**図 1** で，四角形 ABCD は，∠ ABC が 60° より大きく 90° より小さいひし形を表している。

辺 AD 上に頂点 A，頂点 D とは異なる点 E をとり，線分 AB を A の方向に延ばした直線と，線分 CE を E の方向に延ばした直線の交点を F とする。

次の各問に答えよ。

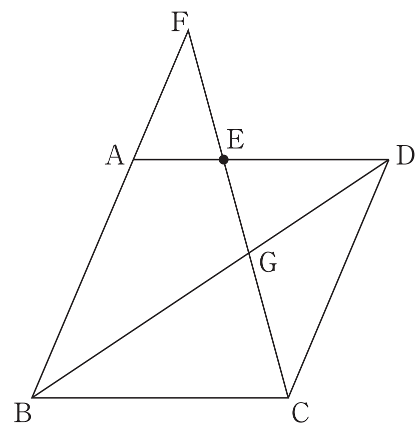
図 1



〔問 1〕　右の**図 2** は，**図 1** において，線分 BD と線分 CE の交点を G とした場合を表している。

AE : ED = 2 : 3 のとき，線分 FE の長さと線分 EG の長さの比を最も簡単な整数の比で表せ。

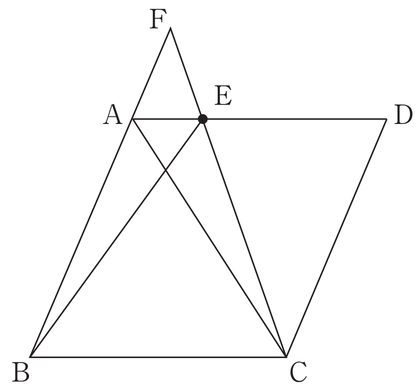
図 2



〔問 2〕　右の**図 3** は，**図 1** において，頂点 A と頂点 C，頂点 B と点 E をそれぞれ結んだ場合を表している。

FA = FE のとき，次の(1)，(2)に答えよ。

図 3



(1)　△BCE ≡ △CDA であることを証明せよ。

(2)　∠ ABE = 12° のとき，∠ ECD の大きさは何度か。

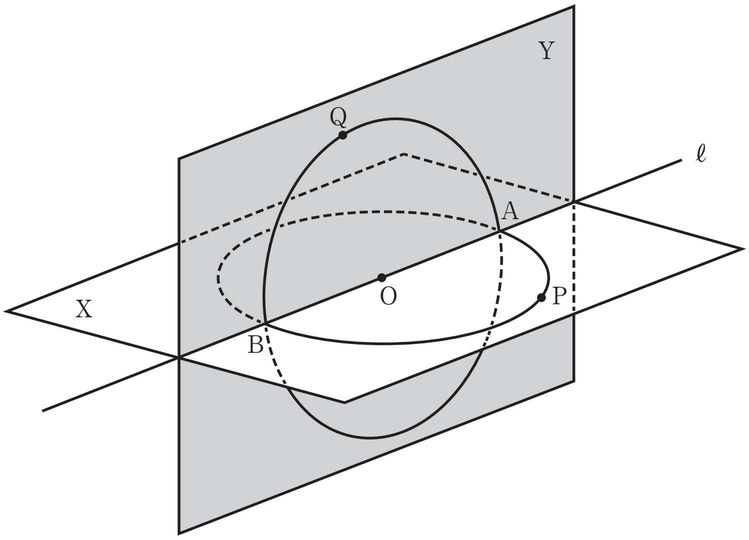
4 下の**図 1** において，平面 X と平面 Y は垂直に交わっており，その交線を ℓ とする。

また，点 O は ℓ 上にあり，点 P は平面 X 上で点 O を中心とする半径 r cm の円周上を動き，点 Q は平面 Y 上で点 O を中心とする半径 r cm の円周上を動く。

点 P と点 Q が動く 2 つの円周の交点を A，B とする。

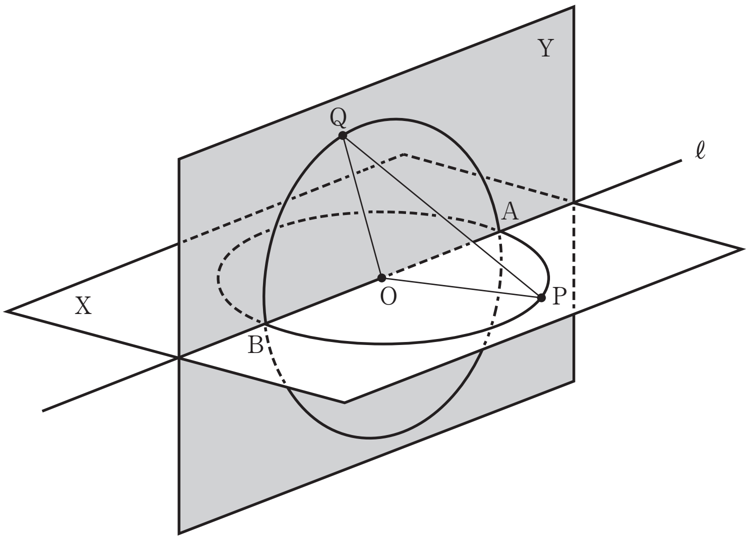
次の各問に答えよ。

図 1



〔問 1〕 下の**図 2** は，**図 1** において点 P と点 O，点 Q と点 O，点 P と点 Q を結んだ場合を表している。次の(1)，(2)に答えよ。

図 2



(1) $\angle$ POQ = 45° になるとき，△OPQ の面積は何 cm^2 か。
r を用いた式で書け。

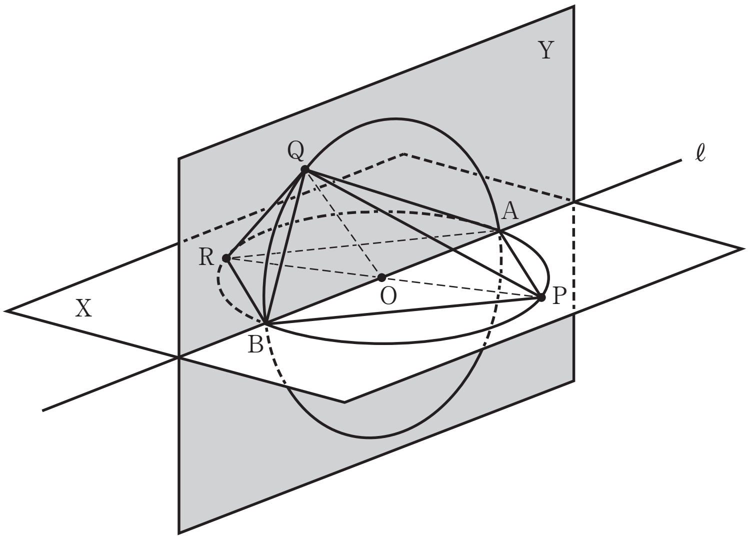
(2) $\angle$ AOP = $\angle$ BOQ = 30° のとき，線分 PQ の長さは何 cm か。
r を用いた式で書け。
ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

〔問 2〕　下の**図 3** は, **図 1** において, 点 O について点 P と点対称な位置を動く点を R とし, 点 P と点 A, 点 P と点 B, 点 P と点 Q, 点 Q と点 A, 点 Q と点 B, 点 Q と点 R, 点 R と点 A, 点 R と点 B, 点 R と点 P, 点 O と点 Q をそれぞれ結んだ場合を表している。

$\angle \mathrm{AOP} = \angle \mathrm{BOQ} = 60^\circ$ のとき, 立体 Q − APBR の体積は何 cm^3 か。

r を用いた式で書け。

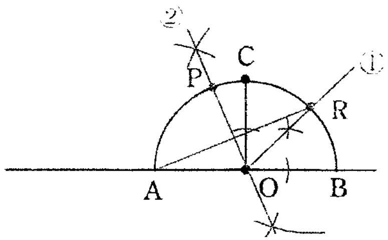
図 3



解 答 用 紙　　　　数 学　　　　※ □ の欄には、記入しないこと

1

		点
[問 1]	$\frac{\sqrt{15}-2}{3}$	5
[問 2]	$x=-1,\ y=2$	5
[問 3]	$\frac{1}{2}\leqq y\leqq 3$	5
[問 4]	$\frac{4}{9}$	5
[問 5]		5



2

		点
[問 1]	$t=-1$	7
[問 2]	【 途中の式や計算など 】	10

$a=\frac{1}{2}$より点A$(-2,\ 2)$，点B$(4,\ 8)$，

$b=-1,\ t=-2$より点P$(-2,\ -4)$である。

ここで，直線$y=-4$に関して点Aと

対称な点をCとすると，C$(-2,\ -10)$。

直線BCの式は，$y=3x-4$であるから，

条件より点Q$(0,\ -4)$とわかる。

よって，$\triangle APQ=\frac{1}{2}PQ\times AP=\frac{1}{2}\times2\times6=6$

また，直線ABの式は，$y=x+4$であるから，

直線ABとy軸との交点をDとおくと

$$\triangle AQB=\frac{1}{2}\times DQ\times\{4-(-2)\}=24$$

したがって，

$\triangle$APQの面積は$\triangle$AQBの面積の$\frac{1}{4}$倍である。

（答え）　$\frac{1}{4}$

[問 3]	$(-2,-12)$	8

3

			点
[問 1]		16:9	7
[問 2]	(1)	【 証 明 】	10

FA=FEより，$\triangle$AEFは二等辺三角形

したがって，$\angle FAE=\angle FEA$

AD//BCより，$\angle FAE=\angle FBC$，$\angle FEA=\angle FCB$

ゆえに，$\angle FBC=\angle FCB$ …①

よって，$\triangle$FBCは二等辺三角形

FB=FCとなるから，AB=EC…②

ここで，四角形ABCDは，ひし形だから，

AB=AD…③

BC=CD…④

$\angle ABC=\angle CDA$…⑤

よって，②，③より，EC=AD…⑥

①，⑤より，$\angle BCE=\angle CDA$ …⑦

④，⑥，⑦より，$\triangle$BCEと$\triangle$CDAにおいて，

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい，

よって，$\triangle BCE\equiv\triangle CDA$

[問 2]	(2)	44 度	8

4

			点
[問 1]	(1)	$\frac{\sqrt{2}}{4}r^2$ cm^2	7
[問 1]	(2)	【 途中の式や計算など 】	10

点Pから交線ℓへおろした垂線と、

交線ℓとの交点をCとする。

点Qから交線ℓへおろした垂線と、

交線ℓとの交点をDとする。

平面X上の$\triangle$DPCについて

$\angle AOP=30°$、$OP=r$より

$CP=\frac{1}{2}r$、$CD=\sqrt{3}r$

三平方の定理より

$DP^2=CP^2+DC^2$

$\quad=\left(\frac{1}{2}r\right)^2+(\sqrt{3}r)^2$ … ①

平面Y上の$\triangle$DOQについて

$\angle BOQ=30°$より

$DQ=\frac{1}{2}r$ … ②

$\triangle$DPQについて三平方の定理より

$PQ^2=DQ^2+DP^2$ … ③

①②③より

$PQ^2=\left(\frac{1}{2}r\right)^2+\left(\frac{1}{2}r\right)^2+(\sqrt{3}r)^2$

$PQ>0$より　$PQ=\frac{\sqrt{14}}{2}r$

（答え）　$\frac{\sqrt{14}}{2}r$　cm

[問 2]	$\frac{1}{2}r^3cm^3$	8

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4	受検番号	合計得点