

受検番号	第	番
------	---	---

平成31年度学力検査問題

数 学 [学校選択問題] (10時35分～11時25分)
(50分間)

注 意

1 解答用紙について

- (1) 解答用紙は1枚で、問題用紙にはさんであります。
- (2) 係の先生の指示に従って、所定の欄2か所に受検番号を書きなさい。
- (3) 答えはすべて解答用紙のきめられたところに、はっきりと書きなさい。
- (4) 解答用紙は切りはなしてはいけません。
- (5) 解答用紙の※印は集計のためのもので、解答には関係ありません。

2 問題用紙について

- (1) 表紙の所定の欄に受検番号を書きなさい。
- (2) 問題は全部で5問あり、表紙を除いて6ページです。

3 別紙について

- (1) 別紙が1枚あり、問題用紙にはさんであります。
- (2) 所定の欄に受検番号を書きなさい。
- (3) この別紙は、計算したり、図をかいたりする場合に使ってかまいません。

4 解答について

答えに根号を含む場合は、根号をつけたままで答えなさい。

- 印刷のはっきりしないところは、手をあげて係の先生に聞きなさい。

1 次の各問に答えなさい。(44点)

(1) $(-a)^3 \div 2a^4 \times \left(\frac{1}{2}a\right)^2$ を計算しなさい。(4点)

(2) $\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{6} + \sqrt{\frac{2}{3}}$ を計算しなさい。(4点)

(3) 2次方程式 $2x(x+3)=(x+3)^2$ を解きなさい。(4点)

(4) 2つの数の組 (a, b) , (c, d) について、「*」の記号は、

$$(a, b) * (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$$

のように計算するものとします。次の①, ②に答えなさい。

① $(1, -2) * (3, 1)$ を計算しなさい。(4点)

② $(x, y) * (2, 3) = (-17, 7)$ のとき, x, y の値を求めなさい。(4点)

(5) 下の図1のような, 1組の三角定規があります。この1組の三角定規を, 図2のように, 頂点Aと頂点Dが重なるように置き, 辺BCと辺EFとの交点をGとします。

$\angle BAE = 25^\circ$ のとき, $\angle CGF$ の大きさ x を求めなさい。(4点)

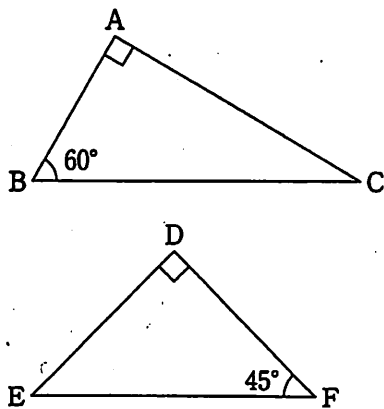


図1

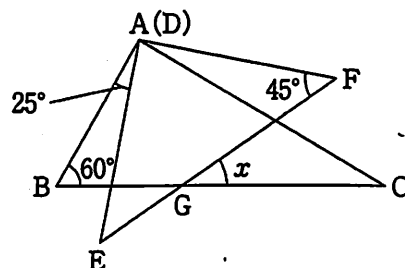


図2

(6) 関数 $y = x^2$ について述べた次のア～オの中から、正しいものをすべて選び、その記号を書きなさい。(5点)

- ア この関数のグラフは、点 (3, 6) を通る。
- イ この関数のグラフは放物線で、 y 軸について対称である。
- ウ x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ のときの y の変域は $1 \leq y \leq 4$ である。
- エ x の値が2から4まで増加するときの変化の割合は6である。
- オ $x < 0$ の範囲では、 x の値が増加するとき、 y の値は増加する。

(7) 白色のペットボトルキャップが入っている袋があります。

この袋の中に、同じ大きさのオレンジ色のキャップを50個入れてよく混ぜ、無作為に30個を抽出しました。抽出したキャップのうち、オレンジ色のキャップは6個でした。はじめにこの袋の中に入っていたと考えられる白色のキャップは、およそ何個と推測されるか求めなさい。(5点)



(8) 次は、先生、Aさん、Bさんの会話です。これを読んで、下の①、②に答えなさい。

先生「縦20 cm、横50 cmの長方形の赤い布と縦20 cm、横30 cmの長方形の白い布を使って、縦20 cm、横5 mのゴールテープを作ろうと思います。」

Aさん「どのように作るのですか。」

先生「布は切らずに、ゴールテープの縦の長さは20 cmにそろえて、横は布と布を5 cmずつ重ねて縫い合わせます。」

Aさん「赤い布と白い布は何枚あるのですか。」

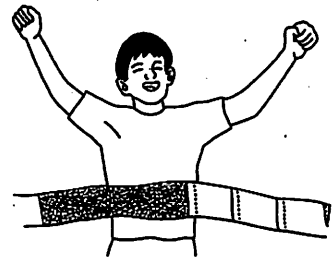
先生「どちらもたくさんあります。」

Bさん「Aさん、赤い布と白い布は横の長さが違うけれど、ちょうど5 mにできるのかな。」

Aさん「赤い布だけなら、枚使って5 mにできるよ。」

Bさん「赤い布と白い布の両方を使って、ちょうど5 mになる枚数の組はあるのかな。」

Aさん「どうだろう。考えてみよう。」



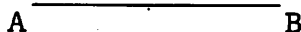
① にあてはまる数を書きなさい。(4点)

② 赤い布と白い布の両方を使って、ちょうど5 mになる赤い布と白い布の枚数の組を、赤い布を x 枚、白い布を y 枚として、途中の説明も書いてすべて求めなさい。(6点)

2 次の各問に答えなさい。(11点)

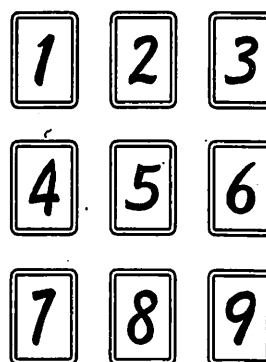
(1) 下の図のように、線分 AB があります。∠CAB = 105° となる半直線 AC をコンパスと定規を使って1つ作図しなさい。

ただし、作図するためにかいた線は、消さないでおきなさい。(5点)

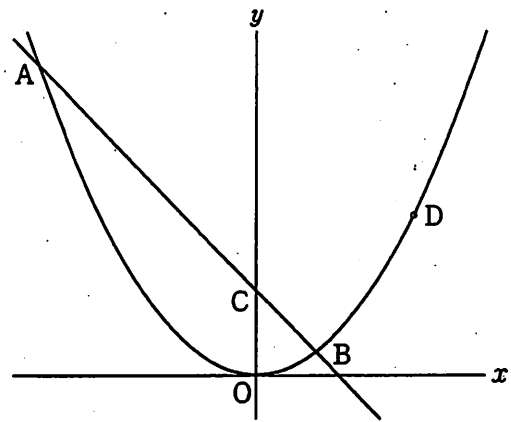


(2) 下の図のように、1 から 9 までの数字がそれぞれ1つずつ書かれた9枚のカードがあります。

この9枚のカードから3枚を同時に取り出すとき、3枚のカードの数字の和が3で割り切れる場合は全部で何通りあるか求めなさい。(6点)



3 右の図において、曲線は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフで、直線は関数 $y = ax + 2$ ($a < 0$) のグラフです。直線と曲線との交点のうち x 座標が負である点を A、正である点を B とし、直線と y 軸との交点を C とします。また、曲線上に x 座標が 3 である点 D をとります。



このとき、次の各問に答えなさい。(10点)

(1) $\triangle OCD$ の面積を求めなさい。

ただし、座標軸の単位の長さを 1 cm とします。

(4点)

(2) $\triangle ADC$ の面積が、 $\triangle CDB$ の面積の 4 倍になるとき、 a の値を求めなさい。(6点)

- 4 右の図1のように、線分ABを直径とする半円Oの \widehat{AB} 上に点Pをとります。また、線分AP上に $AM:MP=2:1$ となる点Mをとり、線分BMをひきます。

$AB=6\text{ cm}$, $\angle ABP=60^\circ$ のとき、次の各問に答えなさい。(17点)

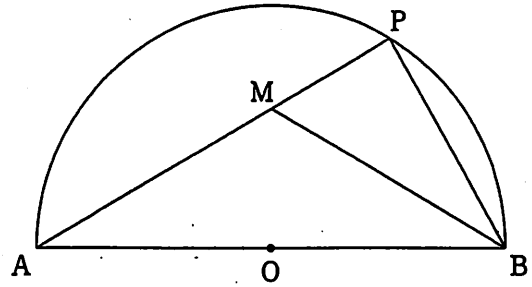


図1

- (1) 線分PMの長さを求めなさい。(5点)

- (2) 右の図2のように、線分BMを延長し、 \widehat{AP} との交点をQとします。また、線分OPをひき、線分BQとの交点をRとします。このとき、次の①、②に答えなさい。

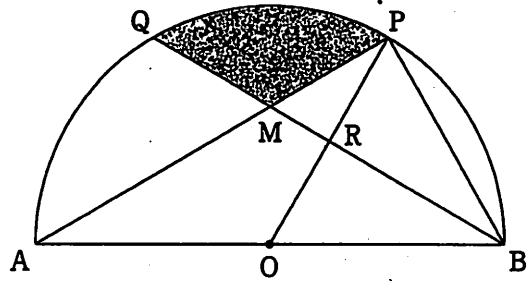


図2

- ① 半円Oを、線分BQを折り目として折ったとき、点Pは点Oと重なります。その理由を説明しなさい。(6点)

- ② 図2のかげ()をつけた部分の面積を求めなさい。

ただし、円周率は π とします。(6点)

5 右の図1のような、正方形 ABCD を底面とし、
 $OA = OB = OC = OD$ の正四角錐 OABCD が
 あります。頂点 O から底面の正方形 ABCD に
 垂線をひき、底面の正方形 ABCD との交点を H
 とします。

このとき、次の各問に答えなさい。(18点)

(1) $\triangle OHA$ と $\triangle OHB$ が合同であることを証明
 しなさい。(6点)

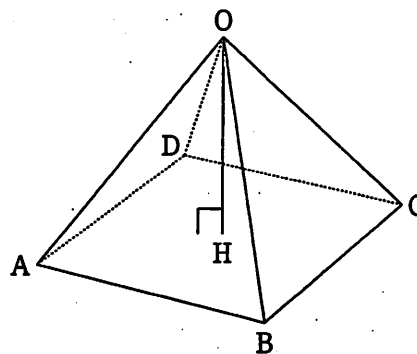


図1

(2) 底面の正方形 ABCD の1辺の長さが6 cm, $OA = OB = OC = OD = 6$ cm のとき、次の

①, ②に答えなさい。

① 線分 OH の長さを求めなさい。(5点)

② 右の図2のように、正四角錐 OABCD
 を3点 O, B, D を通る平面で切って、
 三角錐 OBCD の辺 OB 上に $OP = 2$ cm
 となる点 P, 辺 OD 上に $OQ = 4$ cm と
 なる点 Q をとります。辺 OC 上に点 R
 をとり、 $PR + RQ$ の長さが最も短く
 なるとき、三角錐 OPRQ の体積を途中
 の説明も書いて求めなさい。その際、
 解答用紙の図を用いて説明してもよい
 ものとします。(7点)

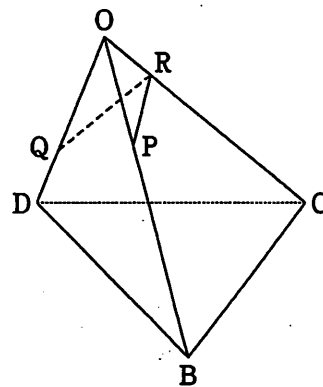


図2

(以上で問題は終わりです。)

数学 (学校選択問題) 解答用紙 (1)

1

(1) □	(2) □	(3) □
		$x =$
(4)① □	(4)② □	(5) □
()	$x =$. $y =$	度
(6) □	(7) □	(8)① □
	およそ 個	枚
(8)② □		
(説明)		
答え		

2

(1) □	(2) □
	通り
A ————— B	

3

(1) □	(2) □
cm^2	$a =$

1~3の計

--

受験番号	第	番
------	---	---



数学 (学校選択問題) 解答用紙 (2)

4

(1) □
PM = cm
(2)① □
(説明)
(2)② □
cm^2

5

(1) □	
(説明)	
(2)① □	(2)② □
OH = cm	
(説明)	
	答え cm^2

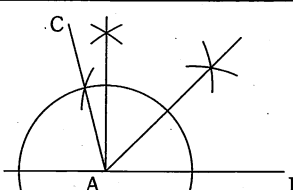
1~3の計

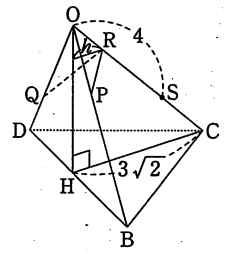
--

得点		※
----	--	---

受験番号	第	番
------	---	---

平成 31 年度 採点の手引 (数学 [学校選択問題])

問題	正 答	配 点	採点上の注意
1	(1) $-\frac{a}{8}$	4	4 4
	(2) $\frac{5}{6}$	4	
	(3) $x = \pm 3$	4	
	(4) ① (5, -5)	4	
		② $x = -1, y = 5$	
	(5) 40 (度)	4	
	(6) イ, エ	5	
(7) (およそ) 200 (個)	5		
(8)	① 11 (枚)	4	内容に応じて部分点を認める。
	② (説明) (例) 赤い布と白い布を 5 cm ずつ重ねるので、 $45x + 25y + 5 = 500$ この式を満たす x, y の値の組は、 x に 10 までの自然数を代入して、 $(x, y) = (1, 18), (6, 9)$ (答え) 赤い布 1 枚と白い布 18 枚、 赤い布 6 枚と白い布 9 枚	6	
2	(1) (例) 	5	1 1
	(2) 30 (通り)	6	
3	(1) 3 (cm ²)	4	1 0
	(2) $a = -\frac{3}{2}$	6	

問題	正 答	配 点	採点上の注意
4	(1) (PM =) $\sqrt{3}$ (cm)	5	内容に応じて部分点を認める。
	(2) ① (説明) (例) $\triangle OBP$ は、 $\angle OBP = 60^\circ, OB = OP$ だから、正三角形である。 また、 $\triangle PBM$ は 3 辺の長さの比が $1 : 2 : \sqrt{3}$ の直角三角形だから、 $\angle PBM = 30^\circ$ したがって、線分 BQ は線分 OP の 垂直二等分線となるので、点 P は点 O と 重なる。 ② $\frac{3\pi - 3\sqrt{3}}{2}$ (cm ²)	6	
5	(1) (証明) (例) $\triangle OHA$ と $\triangle OHB$ において、 仮定から、 OA = OB ① $\angle OHA = \angle OHB = 90^\circ$ ② OH は共通 ③ ①, ②, ③ から、 $\triangle OHA$ と $\triangle OHB$ は 直角三角形で、斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい ので、 $\triangle OHA \equiv \triangle OHB$	6	要点をおさえ、論理の筋道がおとっているものは、正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
	① (OH =) $3\sqrt{2}$ (cm)	5	
5	(2) ② (説明) (例) 辺 OC 上に OS = 4 cm となる点 S とする。 三角錐 OBCD の展開図において、 OR : SR = OP : SQ = 1 : 2 よって、 $OR = \frac{4}{3}$ また、点 R から $\triangle OPQ$ にひいた 垂線の長さを h と すると、 $\frac{4}{3} : h = 6 : 3\sqrt{2}$ $h = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ したがって、三角錐 OPRQ の体積 V は、 $V = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{8\sqrt{2}}{9}$ (答え) $\frac{8\sqrt{2}}{9}$ (cm ³)	7	1 8 要点をおさえ、論理の筋道がおとっているものは、正答とする。 また、図に示すことで、説明の一部を省略したのも、正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
	(1) 	6	
配 点 合 計		1 0 0	