数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $\dfrac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-4)}{2}-\left(-\dfrac{3}{\sqrt{5}}\right)^3 \div \dfrac{2}{\sqrt{10}}$ を計算せよ。

〔問 2〕 2 次方程式 $(x-6)^2-7(x-8)-9=0$ を解け。

〔問 3〕 右の**図 1** のように，-1，1，3，5，7，9 の数が 1 つずつ書かれた 6 枚のカードが入っている袋 A と，0，2，4，6，8，10 の数が 1 つずつ書かれた 6 枚のカードが入っている袋 B がある。

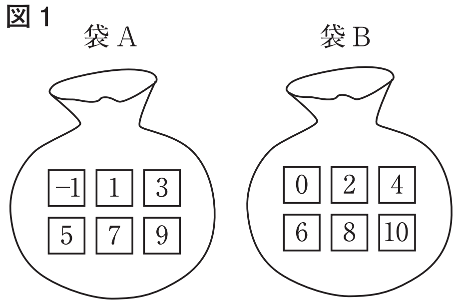
2 つの袋 A，B から同時にそれぞれ 1 枚のカードを取り出す。

このとき，袋 A から取り出したカードに書かれた数を a，袋 B から取り出したカードに書かれた数を b とする。

$(b-a)^2$ が 3 の倍数になる確率を求めよ。

ただし，2 つの袋 A，B それぞれにおいて，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

図 1



〔問 4〕 あるレストランの 6 日間の来客数を調べたところ，次のようになった。

	1 日目	2 日目	3 日目	4 日目	5 日目	6 日目
来客数（人）	61	82	56	A	71	63

後日，もう一度伝票で確認したところ，4 日目以外の，ある1日だけ来客数が 2 名誤っていた。正しい数値で計算した 6 日間の来客数の平均値は 65.5 人，中央値は 62.5 人であった。

A の値を答えよ。

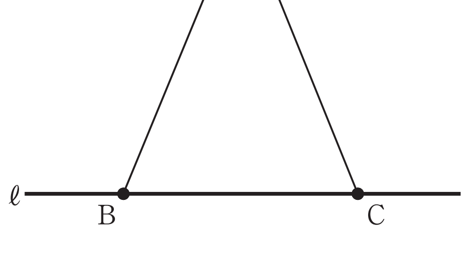
〔問 5〕 右の**図 2** で，△ABC は AB＝AC，∠BAC＝45° の二等辺三角形である。

2 つの頂点 B，C を通る直線を ℓ とする。

解答欄に示した図をもとにして，AB＝AC，∠BAC＝45° となる点 A を 1 つ定規とコンパスを用いて作図によって求め，頂点 A の位置を示す文字 A も書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図 2



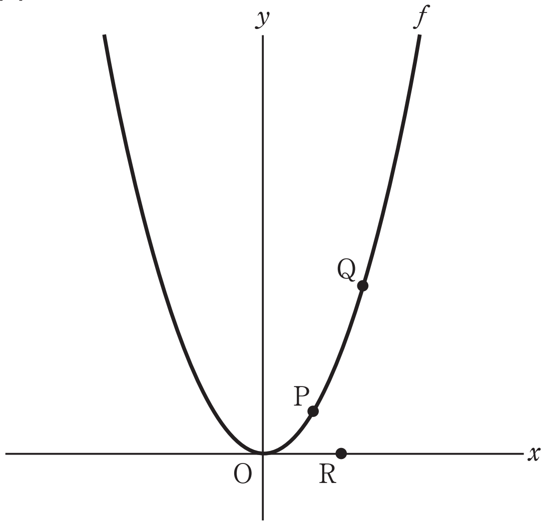
$\boxed{2}$ 右の**図１**で，点Ｏは原点，曲線 f は関数 $y=ax^2$（$a>0$）のグラフを表している。

２点Ｐ，Ｑは，ともに曲線 f 上にあり，点Ｒは x 軸上にある。

点Ｐの x 座標を t，点Ｑの x 座標を $t+2$，点Ｒの x 座標を $t+1$ とする。

次の各問に答えよ。

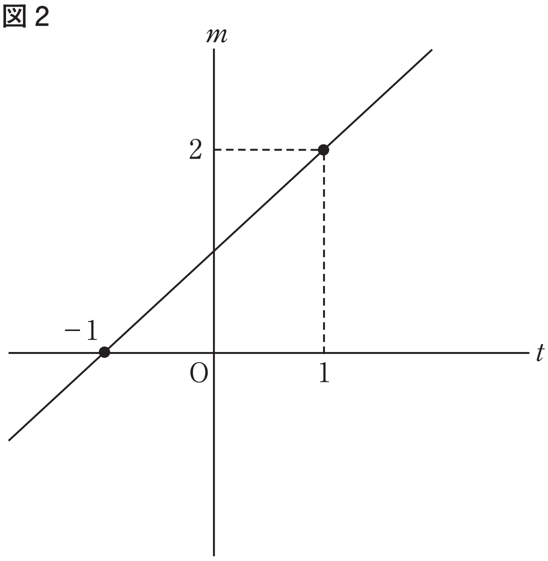
図１



〔問１〕 右の**図２**は，**図１**の曲線 f について，関数 $y=ax^2$ の x の値が点Ｐの x 座標 t から点Ｑの x 座標 $t+2$ まで増加したときの変化の割合を m とし，t と m の関係をグラフで表したものである。

a の値を求めよ。

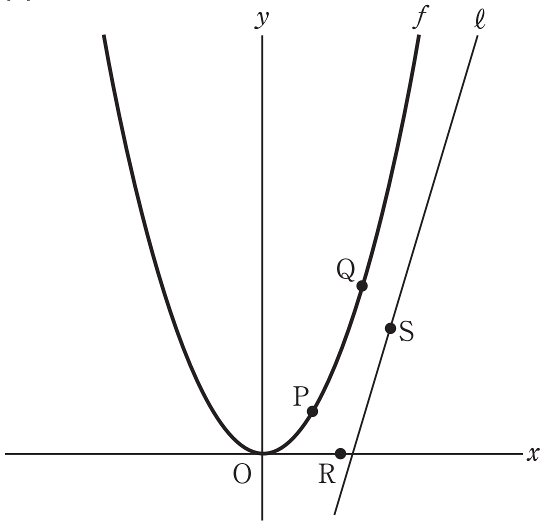
図２



〔問 2〕 右の**図 3** は，**図 1** において，点（2，0）を通る直線を ℓ とし，直線 ℓ 上の点で x 座標が $t+3$ である点を S とした場合を表している。

点 P が曲線 f 上を動くとき，四角形 PRSQ が常に平行四辺形となるような直線 ℓ の式を，a を用いて表せ。

図 3

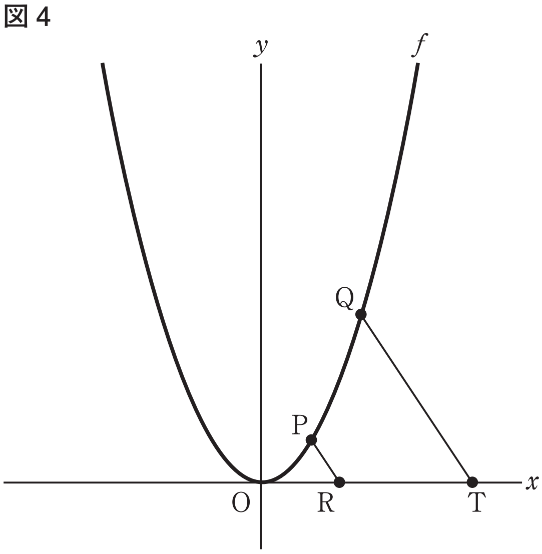


〔問 3〕 右の**図 4** は，**図 1** において，$t=2$ のとき，点 P と点 R を結び，PR $/\!/$ QT となるような点 T を x 軸上にとり，点 Q と点 T を結んだ場合を表している。

直線 $y=x$ が，線分 PR と交わり，台形 PRTQ の面積を二等分するとき，a の値を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図 4



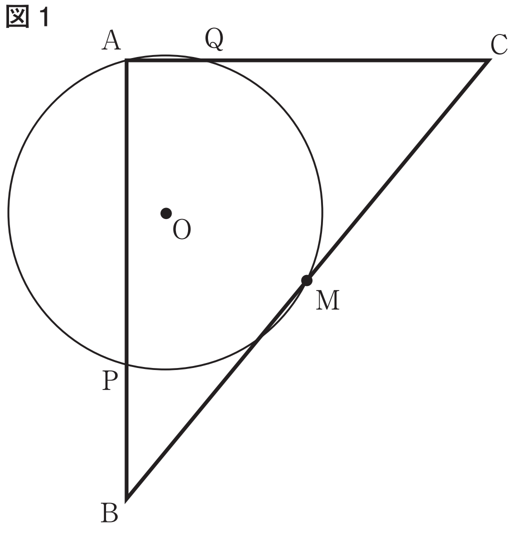
3 右の**図１**で，△ABCは∠A ＝ 90°，AB ≧ ACの直角三角形で，点Mは辺BCの中点である。

中心が△ABMの内部にあり，頂点Aと点Mを通る円を円Oとする。

円Oと辺AB，辺ACとの交点を，それぞれP，Qとする。

次の各問に答えよ。

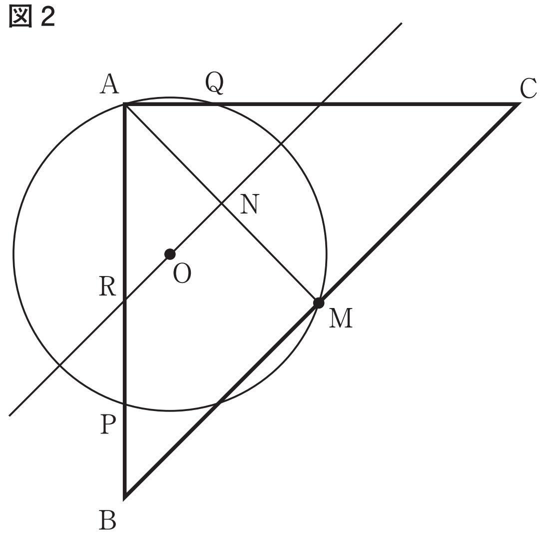
図１



〔問１〕 右の**図２**は，**図１**において，AB ＝ AC，線分AMの中点をN，線分AMの垂直二等分線を引き，辺ABとの交点をRとした場合を表している。

点Oが線分RNの中点にあり，AB ＝ 8 cmであるとき，円Oの半径は何cmか。

図２

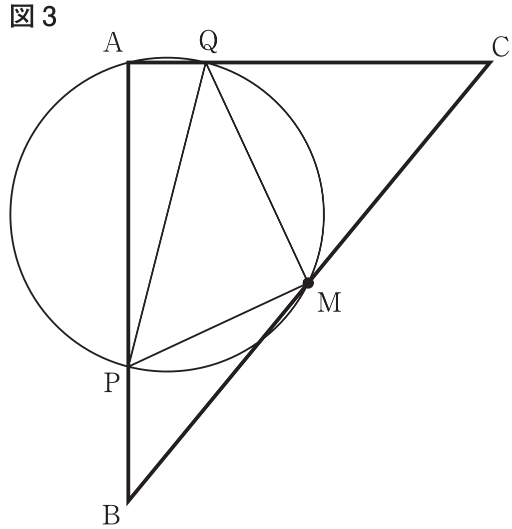


〔問 2〕 次の（1），（2）に答えよ。

（1）右の**図 3** は，**図 1** において，点 P と点 Q，点 P と点 M，点 Q と点 M をそれぞれ結んだ場合を表している。

△ABC ∽ △MQP であることを証明せよ。

図 3

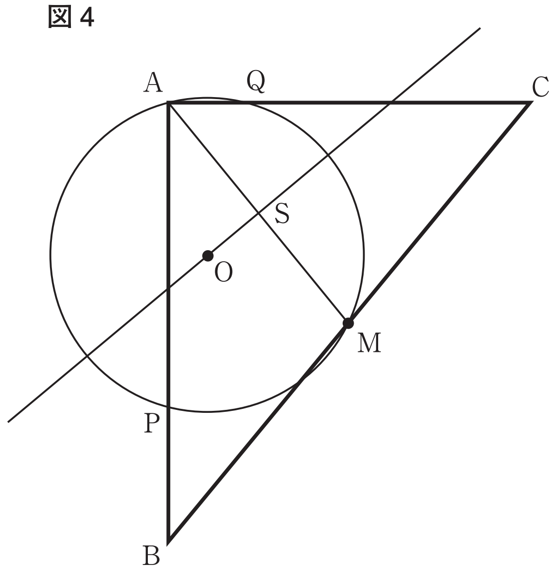


（2）右の**図 4** は，**図 1** において，線分 AM の中点を S とし，線分 AM の垂直二等分線を引いた場合を表している。

円 O の半径を r cm とする。

△ABC と△MQP の面積比が 15：4 のとき，線分 OS の長さを r を用いた式で表せ。

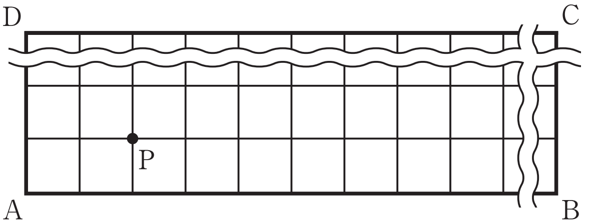
図 4



4 右の**図1**で，四角形 ABCD は長方形であり，辺 AB 上に，頂点 A から頂点 B まで 10 cm 間隔の目盛りを付け，すべての目盛りから辺 AB に垂直な直線を引き，これらを縦線と呼ぶ。辺 AD 上に，頂点 A から頂点 D まで 10 cm 間隔の目盛りを付け，すべての目盛りから辺 AD に垂直な直線を引き，これらを横線と呼ぶ。

自然数 p，q について，頂点 A から，右に p cm，上に q cm の点の位置を（p，q）と表す。例えば，右の**図1**の点 P は（20，10）と表される。

図1



この長方形 ABCD を花壇と考え，花を植えることのできる位置は，縦線と横線の交点とし，1つの交点に植える花の本数は1本とするとき，次の各問に答えよ。

ただし，長方形 ABCD の花壇の周上には，花は植えない。

〔問1〕 **図1**において，長方形 ABCD の花壇が AD = 50 cm，AB = 1 m である場合を考える。

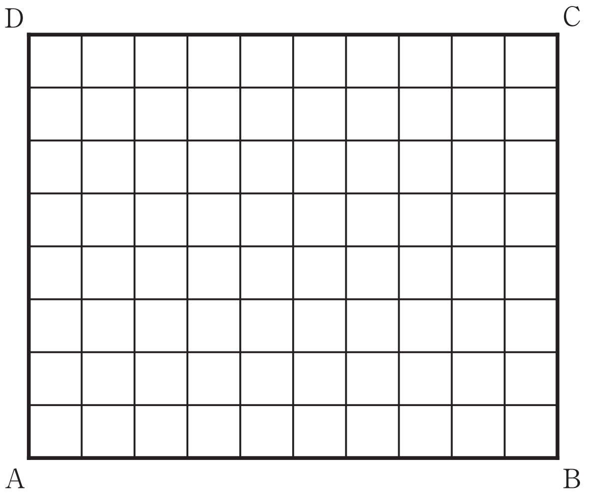
長方形 ABCD の花壇の対角線 AC 上に植えることができる花は何本か。

〔問2〕 右の**図2**は，**図1**において，長方形 ABCD の花壇が AD = 80 cm，AB = 1 m である場合を表している。

（50，40）の点を中心とする半径 x cm の円の内部および周上に植えることができる花の本数を y 本とする。

x と y の関係を表すグラフを，解答欄に示した図にかけ。ただし，$0 < x < 20$ とする。

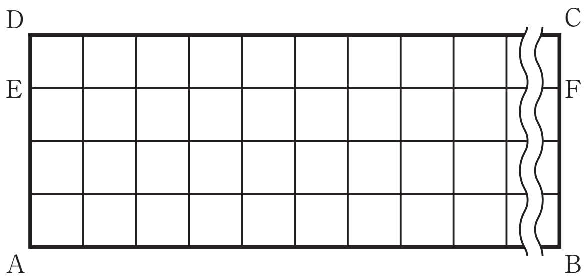
図2



〔問 3〕　右の**図 3** は，**図 1** において，長方形 ABCD の花壇が A D = 40 cm，A B = 10 m であり，辺 A D 上で，点 A からの距離が 30 cm の点を E，辺 B C 上で，点 B からの距離が 30 cm の点を F とした場合を表している。

図 3 の長方形 ABCD の花壇に，(10, 10) の点から，下の【植える位置（点）の順番】に従って，白，青，黄，赤の 4 色の花を，白，青，黄，赤の順に，花を植えることのできる点がなくなるまで繰り返し植える。

図 3



【植える位置（点）の順番】

(10, 10)→(10, 20)→(10, 30)→(20, 30)→(20, 20)→(20, 10)→
(30, 10)→(30, 20)→(30, 30)→(40, 30)→(40, 20)→(40, 10)→
(50, 10)→(50, 20)→(50, 30)→(60, 30)→(60, 20)→(60, 10)→ …の順に花を植える。

つまり，【植える位置（点）の順番】は，次の①，②，③で表される。

① k を 10 とする。
② $(k,\ 10) \to (k,\ 20) \to (k,\ 30) \to (k+10,\ 30) \to (k+10,\ 20) \to (k+10,\ 10)$ の順に植える。
③ ②の k で，$k+20$ を計算した結果を，新しい k の値として②に戻る。

線分 EF 上に植えられた赤の花を数える。点 E に最も近い赤の花を 1 本目とし，順に点 E に近い方から 2 本目，3 本目，…とする。t 本目の赤の花が $(n,\ 30)$ に植えられているとき，n を t を用いた式で表せ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

解　答　用　紙

数　　学

1

		点
〔問 1〕		
〔問 2〕		
〔問 3〕		
〔問 4〕	A＝	
〔問 5〕		

2

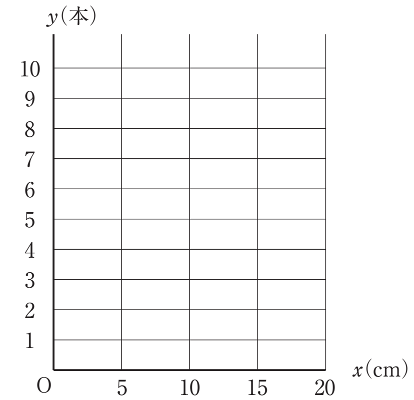
		点
〔問 1〕	$a=$	
〔問 2〕	$y=$	
〔問 3〕	【　途中の式や計算など　】	

（答え）　$a=$

3

			点
〔問 1〕		cm	
〔問 2〕	(1)	【　証　　明　】	
〔問 2〕	(2)	cm	

4

		点
〔問 1〕	本	
〔問 2〕		
〔問 3〕	【　途中の式や計算など　】	

（答え）　$n=$

※ ▭ の欄には，記入しないこと

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4

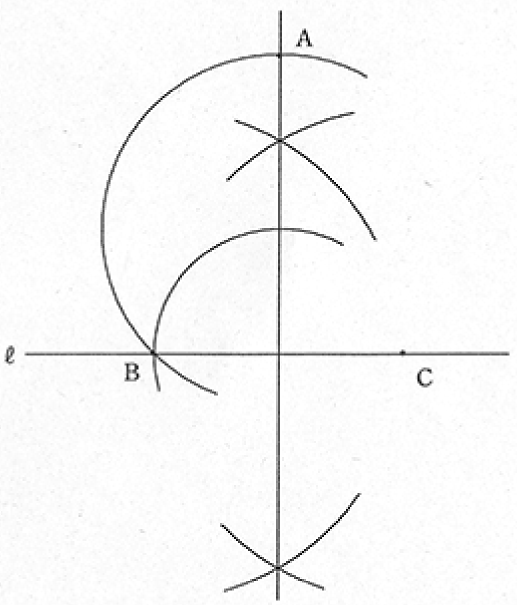
合　計　得　点

受　検　番　号

数　　　学

正答表

1		点
〔問 1〕	$3+\dfrac{\sqrt{2}}{5}$	5
〔問 2〕	$x=\quad\dfrac{19\pm\sqrt{29}}{2}$	5
〔問 3〕	$\dfrac{1}{3}$	5
〔問 4〕	A=　62	5
〔問 5〕 解答例		5



※ ▭の欄には、記入しないこと

2		点
〔問 1〕	$a=\quad\dfrac{1}{2}$	7
〔問 2〕	$y=\quad 4ax-8a$	8
〔問 3〕 解答例	【　途中の式や計算など　】	10

$t=2$のとき，点 P の座標は，$(2,4a)$，点 Q の座標は，$(4,16a)$，点 R の座標は，$(3,0)$ となる。

2 点 P，R を通る直線の傾きは $\dfrac{0-4a}{3-2}=-4a$

よって，2 点 Q，T を通る直線の傾きは，$-4a$

2 点 Q，T を通る直線の式は，$y=-4ax+32a$

$y=0$のとき，$x=8$ なので，点 T の座標は $(8,0)$

線分 PR の中点を U，点 P から x 軸に垂線を引き，

x 軸との交点を V，点 U から線分 PV に垂線を引き，

線分 PV との交点を W とすると，点 V の座標は $(2,0)$

$\triangle PWU \backsim \triangle PVR$で，相似比 1:2

よって，$PW=\dfrac{1}{2}PV$，$WU=\dfrac{1}{2}VR$ なので，点 U の座標は，

$\left(2+\dfrac{1}{2}(3-2), 4a-\dfrac{1}{2}(4a-0)\right)$ すなわち，$\left(\dfrac{5}{2}, 2a\right)$

同様にして，

線分 QT の中点を X とすると，点 X の座標は，$(6, 8a)$

線分 UX の中点を Y とすると，点 Y の座標は，$\left(\dfrac{17}{4}, 5a\right)$

直線 $y=x$ が，線分 PR と交わり，台形 PRTQ の面積を二等分するとき，　点 Y は $y=x$ 上にある。

したがって，$5a=\dfrac{17}{4}$ となるので，$a=\dfrac{17}{20}$

（答え）　$a=\quad\dfrac{17}{20}$

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4	合計得点	受検番号
25	25	25	25	100	

3		点
〔問 1〕	$\sqrt{10}$ cm	7
〔問 2〕解答例	(1)【 証 明 】	10

△ABC と △MQP において，

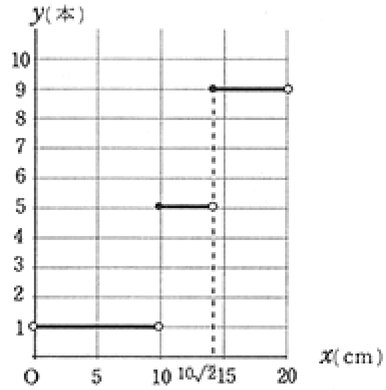
∠PAQ ＝∠BAC ＝ 90°
よって，線分 PQ は円 O の直径であるので，
半円の弧に対する円周角より，∠QMP ＝ 90°
つまり　∠BAC ＝∠QMP　……①

また∠BAC ＝ 90° より，線分 BC は3点 A , B , C を通る円の直径なので，点 M は3点 A , B , Cを通る円の中心である。
よって，AM ＝ CM　であり
∠ACM ＝∠CAM　……②
弧 QM に対する円周角は等しいので，
∠QAM ＝∠MPQ　……③

∠ACB ＝∠ACM，∠CAM ＝∠QAM　より
②，③　から　∠ACB ＝∠MPQ　……④

よって，①，④ から　2組の角がそれぞれ等しいので，　△ABC ∽ △MQP

〔問 2〕	(2)	$\frac{1}{4}r$ cm	8

4		点
〔問 1〕	4 本	7
〔問 2〕		8
〔問 3〕解答例	【 途中の式や計算など 】	10

【植える位置(点)の順番】の②から，
6つの点に花を植えることが繰り返されている。
4種類の色の花を植えるので，
6と4の最小公倍数の12，つまり12本の花を植えると同じ植え方を繰り返す。
従って，4列ごとに同じ植え方が繰り返されるので，
赤の花が線分 EF 上に植えられている点は，
40 cm ずつ離れている。…[1]
最初に赤の花を線分 EF 上に植える点は，
(20 , 30) である。…[2]
[1]，[2]より，
線分 EF 上に植えられた赤の花を数えるとき，
t 本目の赤の花が，(n , 30) に植えられているので，
$n = 20 + (t-1) \times 40 = 40t - 20$　と表せる。
したがって，$n = 40t - 20$ である。
ただし，AB ＝ 10 m なので，
線分 EF 上に植えることができる赤の花は 25 本。
よって，t の範囲は $1 \leqq t \leqq 25$ である。

（答え）　$n =$　$40t - 20$