

# 数 学

注 意

- 1 問題は **1** から **4** までで、5 ページにわたって印刷してあります。
- 2 検査時間は 50 分で、終わりは午前 11 時 00 分です。
- 3 声を出して読むではいけません。
- 4 計算が必要なときは、この問題用紙の余白を利用しなさい。
- 5 解答は全て解答用紙に明確に記入し、**解答用紙だけを提出しなさい。**
- 6 答えに根号が含まれるときは、**根号を付けたまま、分母に根号を含まない形で表しなさい。**また、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- 7 答えに分数が含まれるときは、**それ以上約分できない形で表しなさい。**
- 8 解答を直すときは、きれいに消してから、新しい解答を書きなさい。
- 9 **受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕  $\frac{\sqrt{5}(\sqrt{10}+3)}{5} - \frac{3+\sqrt{20}}{\sqrt{5}} + 2$  を計算せよ。

〔問2〕 二次方程式  $(x-3)^2 = (4x-5)(x-1)$  を解け。

〔問3〕 1から6までの目が出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げる。

大きいさいころの出た目の数を  $a$ 、小さいさいころの出た目の数を  $b$  とするとき、 $\sqrt{3a+b}$  が整数となる確率を求めよ。

ただし、大小2つのさいころはともに、1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問4〕 下の表は、あるクラスで実施した小テストについて、得点が4点である人数  $x$  人を含めた40人の生徒の得点の結果を表に整理したものである。

このクラス40人の生徒の得点の平均値と中央値をそれぞれ求めよ。

得点(点)	1	2	3	4	5	計
人数(人)	1	5	14	$x$	3	40

〔問5〕 連立方程式  $\begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y = 3 \\ -\frac{5}{6}x + 0.5y = 1 \end{cases}$  を解け。

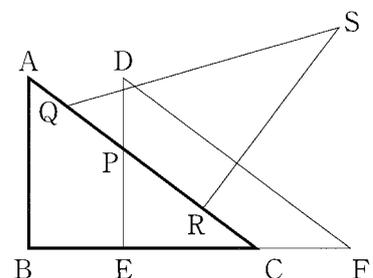
〔問6〕 右の図で、 $\triangle ABC$  は、 $\angle ABC = 90^\circ$  の直角三角形である。

$\triangle ABC$  を  $BE < EC$  となるように、辺  $BC$  の  $C$  の方向に平行移動させたものを  $\triangle DEF$  とし、辺  $AC$  と辺  $DE$  の交点を  $P$  とする。

点  $P$  を中心とし、頂点  $D$  が線分  $AP$  上にくるように  $\triangle DEF$  を反時計回りに回転移動させたものを  $\triangle QRS$  とする。

解答欄に示した図をもとに、 $\triangle QRS$  を定規とコンパスを用いて作図し、頂点  $Q$ 、頂点  $R$ 、頂点  $S$  の位置を示す文字  $Q$ 、 $R$ 、 $S$  も書け。

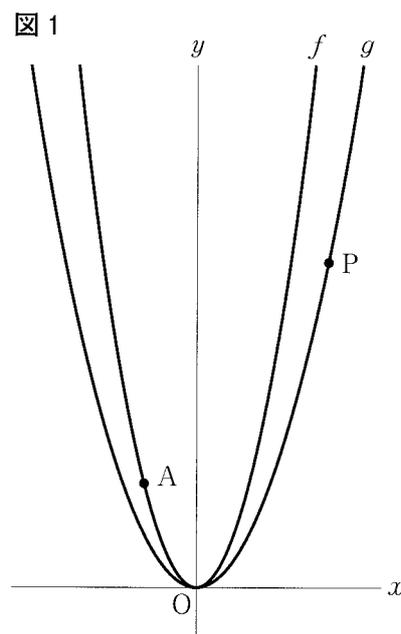
ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。



2 右の図1で、点Oは原点、曲線 $f$ は関数 $y = x^2$ のグラフ、曲線 $g$ は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフを表している。

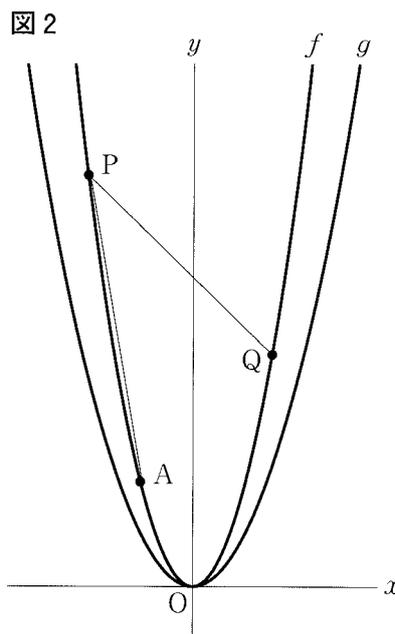
点Aは、曲線 $f$ 上にあり、 $x$ 座標は $-2$ である。  
 $x$ 座標が負の数ときには曲線 $f$ 上にあり、  
 $x$ 座標が正の数ときには曲線 $g$ 上にある点をPとする。

原点から点 $(1, 0)$ までの距離、および原点から点 $(0, 1)$ までの距離をそれぞれ1cmとして、  
 次の各問に答えよ。



[問1] 点Pの $x$ 座標が6のとき、直線APの傾きを求めよ。

[問2] 右の図2は、図1において、点Pの $x$ 座標を $-4$ 、曲線 $f$ 上にあり、 $x$ 座標が正の数である点をQとし、点Aと点P、点Pと点Qをそれぞれ結んだ場合を表している。  
 次の(1), (2)に答えよ。



(1) 点Qの $x$ 座標を3とし、点Aと点Qを結んだ場合を考える。

$\triangle APQ$ の面積は何 $\text{cm}^2$ か。

ただし、 $\triangle APQ$ が直角三角形であることを示し、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中式や計算なども書け。

(2) 図2において、曲線 $g$ 上にあり、 $x$ 座標が4となる点をB、 $y$ 軸を対称の軸として点Pと線対称な点がQであるとき、点Aと点B、点Bと点Qをそれぞれ結んだ場合を考える。  
 点Aを通り、四角形ABQPの面積を2等分する直線の式を求めよ。

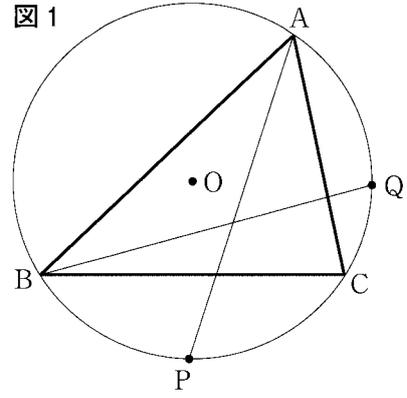
3 右の図1で、 $\triangle ABC$ は  $AB > AC$  の鋭角三角形である。  
 点  $O$  は、 $\triangle ABC$  の3つの頂点  $A, B, C$  を通る円の  
 中心である。

点  $P$  は、頂点  $A$  を含まない  $\widehat{BC}$  上にある点で、  
 頂点  $B, C$  のいずれにも一致しない。

点  $Q$  は、頂点  $B$  を含まない  $\widehat{AC}$  上にある点で、  
 頂点  $A, C$  のいずれにも一致しない。

頂点  $A$  と点  $P$ , 頂点  $B$  と点  $Q$  をそれぞれ結ぶ。  
 次の各問に答えよ。

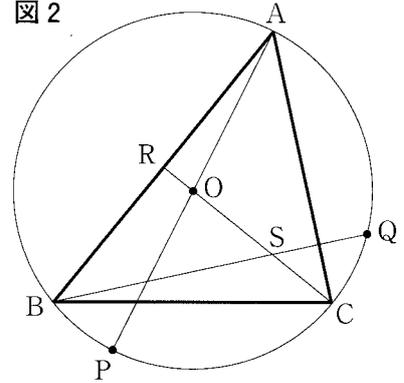
図1



[問1] 点  $Q$  を含まない  $\widehat{CP}$  の長さが、点  $P$  を含まない  $\widehat{CQ}$  の長さの2倍で、  
 頂点  $C$  を含まない  $\widehat{PQ}$  の長さが、頂点  $C$  を含む  $\widehat{PQ}$  の長さの3倍であるとき、  
 $\angle CBQ$  の大きさは何度か。

〔問2〕 右の図2は、図1において、 $CA = CB$ ,  $AC \perp BQ$ ,  
 線分  $AP$  が点  $O$  を通り、頂点  $C$  から辺  $AB$  に引いた  
 垂線と辺  $AB$  との交点を  $R$ , 線分  $CR$  と線分  $BQ$  との  
 交点を  $S$ , 線分  $CR$  と線分  $AP$  との交点が点  $O$  となる  
 場合を表している。

図2



次の(1), (2)に答えよ。

(1)  $CS = 2OR$  となることを次の          の中のように  
 証明した。

(a) ~ (h) にあてはまる最も適切なものを、

下のア~ヌの中からそれぞれ1つずつ選び、記号で答えよ。

ただし、同じものを2度以上用いて答えてはならない。

【証明】 頂点  $B$  と点  $P$ , 頂点  $C$  と点  $P$  をそれぞれ結ぶと、

線分  $AP$  は点  $O$  を中心とする円の (a) だから、 $\angle ABP = \angle ACP =$  (b) である。

$AB \perp CR$ ,  $AB \perp PB$  だから、 $CR \parallel PB$  つまり  $CS \parallel PB$  … ①

$AC \perp BQ$ ,  $AC \perp PC$  だから、 $BQ \parallel PC$  つまり  $BS \parallel PC$  … ②

①と②より、四角形  $BPCS$  は (c) だから、 $PB = CS$  … ③

$\triangle CAR$  と  $\triangle CBR$  で、 $\angle CRA = \angle CRB = 90^\circ$ ,  $CA = CB$ , (d) は共通より、

(e) から、 $\triangle CAR \equiv \triangle CBR$  なので、点  $R$  は辺  $AB$  の (f) である。

また、点  $O$  は、線分  $AP$  の中点である。

よって、 $\triangle ABP$  において (g) より、 $PB = 2$  (h) … ④

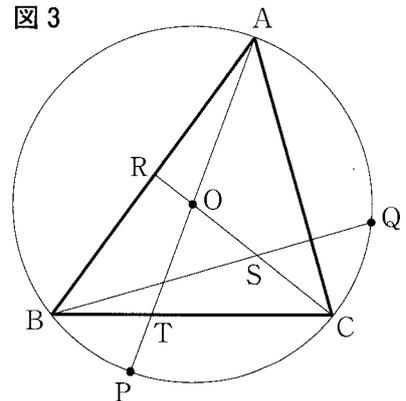
③と④より、 $CS = 2OR$

ア CP イ CR ウ OP エ OR オ OS カ  $45^\circ$  キ  $90^\circ$  ク  $180^\circ$  ケ 頂点 コ 接点  
 サ 中点 シ 接線 ス 半径 セ 直径 ソ 三平方の定理 タ 中点連結定理 チ 円周角の定理  
 ツ 台形 テ 長方形 ト 平行四辺形 ナ 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい  
 ニ 直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい  
 ニ 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい

(2) 右の図3は、図2において、線分  $AP$  と辺  $BC$   
 との交点を  $T$ ,  $AB = \frac{48}{5}$  cm,  $OR = \frac{7}{5}$  cm  
 とした場合を表している。

線分  $OT$  の長さは何 cm か。

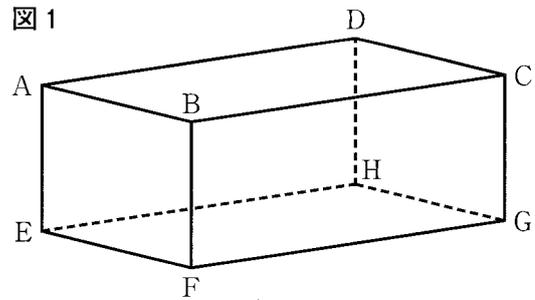
図3



4 右の図1に示した立体  $ABCD-EFGH$  は、  
 $AB = 4\text{ cm}$ ,  $AD = 8\text{ cm}$ ,  $AE = 3\text{ cm}$  の  
 直方体である。

次の各問に答えよ。

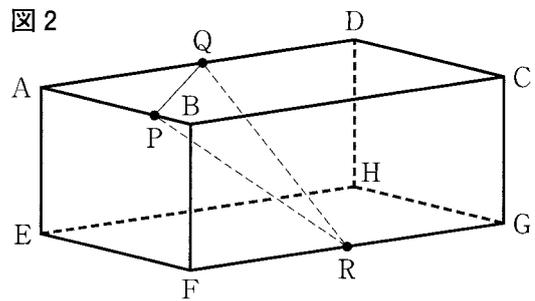
図1



〔問1〕 頂点  $A$  と頂点  $F$ , 頂点  $D$  と頂点  $G$  をそれぞれ結んだとき、  
 四角形  $AFGD$  の面積は何  $\text{cm}^2$  か。

〔問2〕 右の図2は、図1において、辺  $AB$  上に  
 ある点を  $P$ , 辺  $AD$  上にある点を  $Q$ ,  
 辺  $FG$  上にある点を  $R$  とし、点  $P$  と点  $Q$ ,  
 点  $P$  と点  $R$ , 点  $Q$  と点  $R$  をそれぞれ結んだ  
 場合を表している。

図2

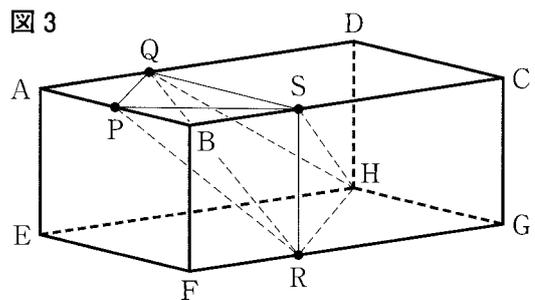


$DQ = GR$ ,  $\triangle PQR$  が正三角形のとき、  
 線分  $AP$  の長さは何  $\text{cm}$  か。

ただし、答えだけでなく、答えを求める  
 過程が分かるように、途中式や計算なども書け。

〔問3〕 右の図3は、図2において、辺  $BC$  上に  
 ある点を  $S$  とし、頂点  $H$  と点  $Q$ ,  
 頂点  $H$  と点  $R$ , 頂点  $H$  と点  $S$ , 点  $P$  と点  $S$ ,  
 点  $Q$  と点  $S$ , 点  $R$  と点  $S$  をそれぞれ結んだ  
 場合を表している。

図3



$AP = 2\text{ cm}$ ,  $DQ = CS = GR = \frac{16}{3}\text{ cm}$ ,  
 $PQ \parallel HR$  のとき、立体  $S-PQHR$  の体積は何  $\text{cm}^3$  か。

※  の欄には、記入しないこと

<b>1</b>		<b>2</b>		<b>3</b>		<b>4</b>	
〔問1〕		問1		問1	〔問1〕	問1	
〔問2〕		問2	〔問2〕 (1)	問2(1)	〔問2〕	問2	〔問2〕
〔問3〕		問3	【 途中の式や計算など 】		(a)	問2(1)(a)	【 途中の式や計算など 】
〔問4〕	平均値 点	問4			(b)	問2(1)(b)	
	中央値 点				(c)	問2(1)(c)	
〔問5〕	$x =$ , $y =$	問5			(d)	問2(1)(d)	
〔問6〕		問6			(e)	問2(1)(e)	
					(f)	問2(1)(f)	
			(g)	問2(1)(g)			
			(h)	問2(1)(h)			
			(2)	問2(2)			
		<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">(答え) <span style="float: right;">cm<sup>2</sup></span></div>		<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">(答え) <span style="float: right;">cm</span></div>		<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">(答え) <span style="float: right;">cm<sup>3</sup></span></div>	
			〔問2〕 (2)	問2(2)	〔問3〕	問3	
受 検 番 号						合 計 得 点	

<b>1</b>							
[問 1]	$\sqrt{2}$ <span style="float: right;">問1 6</span>						
[問 2]	$\frac{3 \pm \sqrt{57}}{6}$ <span style="float: right;">問2 6</span>						
[問 3]	$\frac{5}{36}$ <span style="float: right;">問3 6</span>						
[問 4]	<table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="text-align: center;">平均値</td> <td style="text-align: center;">3.4</td> <td style="text-align: right;">点</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">中央値</td> <td style="text-align: center;">3.5</td> <td style="text-align: right;">点</td> </tr> </table> <span style="float: right;">問4 6</span>	平均値	3.4	点	中央値	3.5	点
平均値	3.4	点					
中央値	3.5	点					
[問 5]	$x = 33, y = 57$ <span style="float: right;">問6 8</span>						
[問 6] 解答例	<span style="float: right;">問6 8</span>						

<b>2</b>	
[問 1]	$\frac{7}{4}$ <span style="float: right;">問1 6</span>
[問 2] 解答例	<p>(1) 【途中の式や計算など】</p> <p>A(-2, 4), P(-4, 16), Q(3, 9)より  <math>AQ^2 = \{3 - (-2)\}^2 + \{9 - 4\}^2 = 50</math>  <math>PQ^2 = \{3 - (-4)\}^2 + \{9 - 16\}^2 = 98</math>  <math>AP^2 = \{-4 - (-2)\}^2 + \{16 - 4\}^2 = 148</math></p> <p>つまり, <math>AP^2 = AQ^2 + PQ^2</math> なので,          三平方の定理の逆より, <math>\triangle APQ</math> は,  <math>\angle Q = 90^\circ</math> の直角三角形である。          よって, 求める面積は,  <math>\frac{1}{2} \times AQ \times PQ = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times 7\sqrt{2} = 35 \text{ (cm}^2\text{)}</math></p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-top: 10px;">(答え) <span style="margin-left: 100px;">35</span> <span style="float: right;">cm<sup>2</sup></span></div>
[問 2] (2)	$y = 3x + 10$ <span style="float: right;">問2(2) 6</span>

<b>3</b>																																					
[問 1]	15 度 <span style="float: right;">問1 6</span>																																				
[問 2]	<table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 5%;">(a)</td> <td style="text-align: center;">セ</td> <td style="width: 5%;"></td> <td style="width: 5%; text-align: right;">問2(1)(a) 1</td> </tr> <tr> <td>(b)</td> <td style="text-align: center;">キ</td> <td></td> <td style="text-align: right;">問2(1)(b) 1</td> </tr> <tr> <td>(c)</td> <td style="text-align: center;">ト</td> <td></td> <td style="text-align: right;">問2(1)(c) 1</td> </tr> <tr> <td>(d)</td> <td style="text-align: center;">イ</td> <td></td> <td style="text-align: right;">問2(1)(d) 1</td> </tr> <tr> <td>(e)</td> <td style="text-align: center;">ニ</td> <td></td> <td style="text-align: right;">問2(1)(e) 1</td> </tr> <tr> <td>(f)</td> <td style="text-align: center;">サ</td> <td></td> <td style="text-align: right;">問2(1)(f) 1</td> </tr> <tr> <td>(g)</td> <td style="text-align: center;">タ</td> <td></td> <td style="text-align: right;">問2(1)(g) 1</td> </tr> <tr> <td>(h)</td> <td style="text-align: center;">エ</td> <td></td> <td style="text-align: right;">問2(1)(h) 1</td> </tr> <tr> <td>(2)</td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{125}{39}</math> cm</td> <td></td> <td style="text-align: right;">問2(2) 6</td> </tr> </table>	(a)	セ		問2(1)(a) 1	(b)	キ		問2(1)(b) 1	(c)	ト		問2(1)(c) 1	(d)	イ		問2(1)(d) 1	(e)	ニ		問2(1)(e) 1	(f)	サ		問2(1)(f) 1	(g)	タ		問2(1)(g) 1	(h)	エ		問2(1)(h) 1	(2)	$\frac{125}{39}$ cm		問2(2) 6
(a)	セ		問2(1)(a) 1																																		
(b)	キ		問2(1)(b) 1																																		
(c)	ト		問2(1)(c) 1																																		
(d)	イ		問2(1)(d) 1																																		
(e)	ニ		問2(1)(e) 1																																		
(f)	サ		問2(1)(f) 1																																		
(g)	タ		問2(1)(g) 1																																		
(h)	エ		問2(1)(h) 1																																		
(2)	$\frac{125}{39}$ cm		問2(2) 6																																		

<b>4</b>	
[問 1]	40 cm <sup>2</sup> <span style="float: right;">問1 6</span>
[問 2] 解答例	<p>【途中の式や計算など】</p> <p>頂点 D と頂点 G を結ぶと,          DQ = GR より DG = QR である。          CD = 4 (cm), CG = 3 (cm) だから,          三平方の定理より,          DG = QR = 5 (cm) である。          よって, <math>\triangle PQR</math> は一辺の長さが 5 (cm) の          正三角形だから, PQ = 5 (cm) である。          点 P から辺 EF に垂線を引き, 交点を P' とする。          点 P' と点 R を結ぶと, <math>\triangle PP'R</math> は  <math>\angle PP'R = 90^\circ</math> の直角三角形で, PP' = 3 (cm),          PR = 5 (cm) だから, 三平方の定理より,          RP' = 4 (cm) である。          ここで AP = x とすると, PB = P'F = 4 - x  <math>\triangle P'FR</math> は <math>\angle P'FR = 90^\circ</math> の直角三角形だから,          三平方の定理より,  <math>FR^2 = 4^2 - (4 - x)^2 = 8x - x^2</math>          DQ = GR より, AQ = FR であるから,  <math>AQ^2 = 8x - x^2</math> である。  <math>\triangle APQ</math> は <math>\angle PAQ = 90^\circ</math> の直角三角形だから,          三平方の定理より <math>AP^2 + AQ^2 = PQ^2</math> である。          よって, <math>x^2 + 8x - x^2 = 5^2</math> したがって, <math>x = \frac{25}{8}</math></p> <p>以上より, <math>AP = \frac{25}{8}</math> (cm)</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-top: 10px;">(答え) <span style="margin-left: 100px;"><math>\frac{25}{8}</math></span> <span style="float: right;">cm</span></div>
[問 3]	16 cm <sup>3</sup> <span style="float: right;">問3 6</span>

受 検 番 号	合 計 得 点