31
ー
戸

数

学

数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ。

〔問１〕 $\left(1-\sqrt{3}\right)^2-\dfrac{2-\left(\sqrt{24}-3\sqrt{2}\right)}{\sqrt{2}}$ を計算せよ。

〔問２〕 ２次方程式 $(x+1)^2+(x+1)(x-5)=(x+1)(x+2)$ を解け。

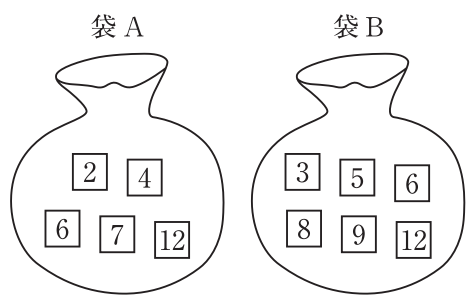
〔問３〕 連立方程式 $\begin{cases} x+\dfrac{1}{3}y=5 \\ \dfrac{3}{5}x+y=5 \end{cases}$ を解け。

〔問４〕 右の**図１**のように，2，4，6，7，12 の数字が１つずつ書かれた５枚のカードが入っている袋Ａと，3，5，6，8，9，12 の数字が１つずつ書かれた６枚のカードが入っている袋Ｂがある。

袋Ａ，袋Ｂから同時にそれぞれ１枚のカードを取り出すとき，袋Ａから取り出したカードに書かれた数字を x 座標，袋Ｂから取り出したカードに書かれた数字を y 座標とする点が，関数 $y=\dfrac{36}{x}$ のグラフ上にある確率を求めよ。

ただし，袋Ａ，袋Ｂそれぞれにおいて，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

図１

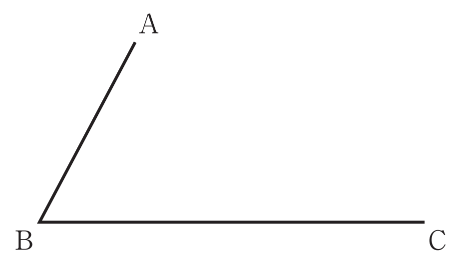


〔問５〕 右の**図２**のように，線分ABと線分BCがある。

解答欄に示した図をもとにして，AD // BC，∠BCD＝90°となる台形ABCDの頂点Dを定規とコンパスを用いて作図によって求め，頂点Dを示す文字Dも書け。

ただし，作図に用いる線は決められた解答欄にかき，消さないでおくこと。

図２

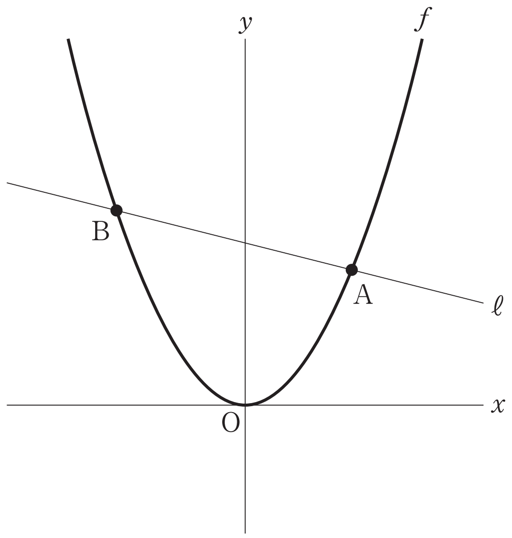


2　右の**図1**で，点 O は原点，曲線 f は関数 $y = kx^2$ ($k > 0$) のグラフを表している。

直線 ℓ は，曲線 f 上の２点 A，B を通り，点 A，点 B の x 座標はそれぞれ a，b ($a > 0$，$b < 0$) である。

原点から点（1，0）までの距離，および原点から点（0，1）までの距離をそれぞれ 1 cm として，次の各問に答えよ。

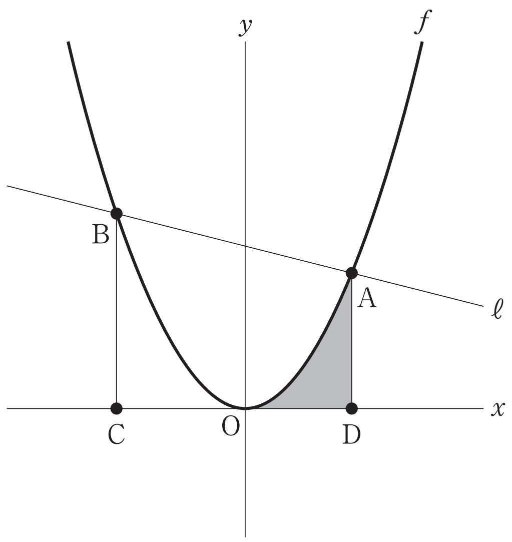
図1



〔問１〕 右の**図2**は，**図1**において，x 軸上に２点 C(b，0)，D(a，0) をとり，点 A と点 D，点 B と点 C をそれぞれ結んだ場合を表している。

次の (1)，(2) に答えよ。

図2



(1)　k を正の整数，$a = 4$ とする。

曲線 f，x 軸，線分 AD で囲まれた図形（**図2**の　　　　の部分）の内部および周（曲線 f の $0 \leqq x \leqq 4$ の部分，線分 OD，線分 AD）上で，x 座標と y 座標がともに整数である点がちょうど 185 個あるとき，k の値を求めよ。

(2)　$k = \dfrac{1}{3}$，$b = -a$ とする。

四角形 ABCD の周の長さが 3 cm のとき，a の値を求めよ。

〔問２〕 $t = 5$ とし，図において，点 P と点 Q，点 Q と点 R，点 R と点 P，頂点 A と点 Q，頂点 C と点 Q をそれぞれ結んだ場合を考える。

次の (1)，(2) に答えよ。

(1)　四角すい Q−APRC の体積は何 cm^3 か。

(2)　△PQR の面積は何 cm^2 か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

4 右の図に示した立体 ABC−DEF は，底面が１辺２cm の正三角形，高さが６cm，３つの側面が全て合同な長方形の正三角柱である。

点 P は，頂点 A を出発し，毎秒１cm の速さで辺 AD 上を

A → D → A → D　→　…　の順に移動し続ける。

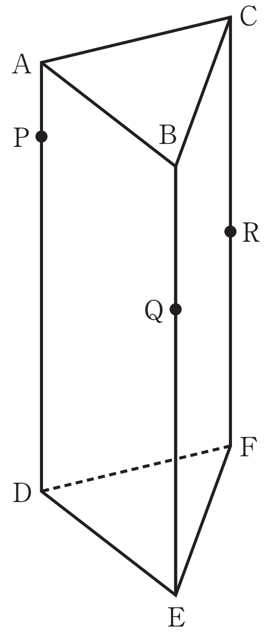
点 Q は，点 P が頂点 A を出発するのと同時に頂点 B を出発し，毎秒２cm の速さで辺 BE 上を

B → E → B → E　→　…　の順に移動し続ける。

点 R は，点 P が頂点 A を出発するのと同時に頂点 C を出発し，毎秒３cm の速さで辺 CF 上を

C → F → C → F　→　…　の順に移動し続ける。

点 P が頂点 A を出発してからの時間を t 秒とするとき，次の各問に答えよ。



〔問１〕 $3 \leqq t \leqq 6$ とする。

BQ＝CR となるときの，線分 AP の長さは何 cm か。

〔問２〕 右の**図３**は，**図１**において，直線 ℓ と平行で，切片が直線 ℓ の切片より大きい直線を m とした場合を表している。

線分 AB 上にあり，点 B と異なる点を P とする。

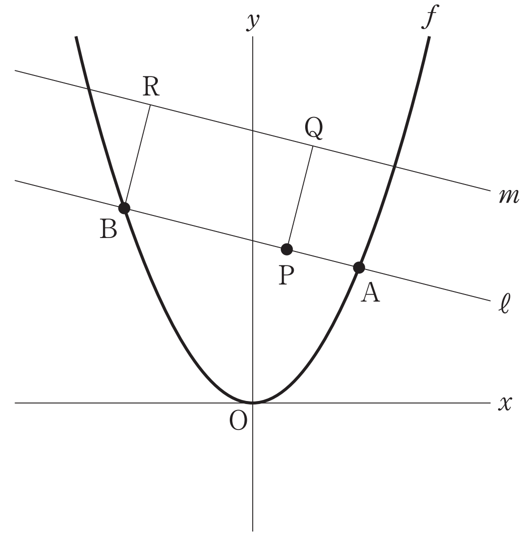
点 P，点 B から直線 m にそれぞれ引いた垂線と直線 m との交点をそれぞれ Q，R とする。

$k=\dfrac{1}{6}$，$a=4$，$b=-6$，直線 m の切片を c，点 P の x 座標を p とする。

c，p がともに整数で，長方形 PQRB の面積が $15\,\mathrm{cm}^2$ となるような c，p の値の組を全て求め，（c，p）の形で表せ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図３



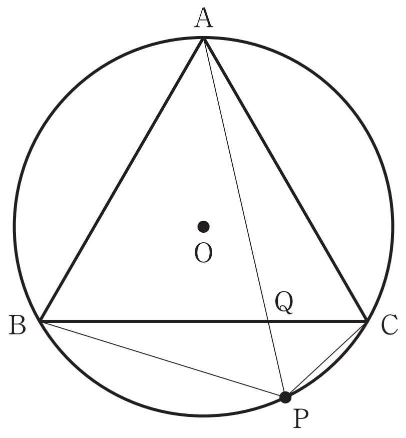
3 右の**図 1** で，点 O は正三角形 ABC の3つの頂点 A，B，C を通る円の中心である。

点 P は，頂点 A を含まない $\overset{\frown}{BC}$ 上にある点で，頂点 B，頂点 C のいずれにも一致しない。

点 P と頂点 A，点 P と頂点 B，点 P と頂点 C をそれぞれ結び，線分 PA と辺 BC の交点を Q とする。

次の各問に答えよ。

図 1



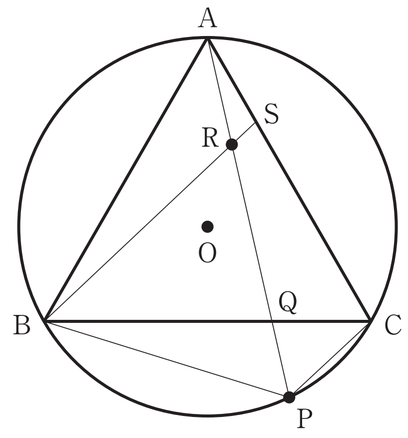
〔問 1〕 線分 PA が円 O の中心を通る場合を考える。
円 O の半径が 1 cm のとき，△PCB の面積は何 cm^2 か。

〔問 2〕 頂点 A を含まない $\overset{\frown}{BP}$ の長さと，頂点 A を含まない $\overset{\frown}{PC}$ の長さの比が 2：1 のとき，∠AQC の大きさは何度か。

〔問 3〕 右の**図 2** は，**図 1** において，線分 PA 上に点 R を，PR＝PB となるようにとり，点 R と頂点 B を結び，線分 BR を R の方向に延ばした直線と辺 AC との交点を S とした場合を表している。

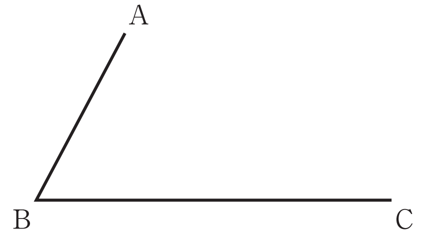
△ABS∽△PBQ であることを証明せよ。

図 2



解　答　用　紙　　　数　学　　　(31ー戸)

1		点
〔問１〕		
〔問２〕		
〔問３〕	$x=$　　　，$y=$	
〔問４〕		
〔問５〕		



2			点
〔問１〕	(1)		
	(2)		
〔問２〕	【　途中の式や計算など　】		

(答え)

3		点
〔問１〕	cm^2	
〔問２〕	度	
〔問３〕	【　証　明　】	

4			点
〔問１〕		cm	
〔問２〕	(1)	cm^3	
	(2)	【　途中の式や計算など　】	

(答え)　cm^2

※ [ ] の欄には，記入しないこと

小計1	小計2	小計3	小計4

合計得点

受検番号

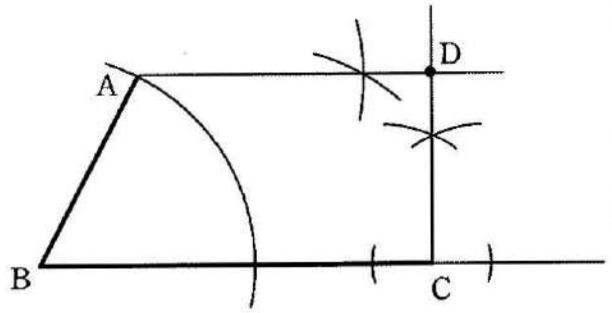
数　学

正答表

1

1		点
〔問 1〕	$1-\sqrt{2}$	5
〔問 2〕	-1 , 6	5
〔問 3〕	$x=\dfrac{25}{6}$, $y=\dfrac{5}{2}$	5
〔問 4〕	$\dfrac{1}{10}$	5
〔問 5〕		5

〔解答例〕



2

2			点
〔問 1〕	(1)	6	7
	(2)	$\dfrac{-6+3\sqrt{6}}{2}$	6
〔問 2〕	【 途中の式や計算など 】		12

〔解答例〕

2点A，Bの座標はそれぞれ$\left(4,\dfrac{8}{3}\right)$，$(-6,6)$

となるから，

直線ℓの式は　$y=-\dfrac{1}{3}x+4$　，切片は4 である。

点P を通り y 軸に平行な直線，および点Bを通り y 軸に平行な直線と，直線mとの交点をそれぞれS，Tとする。

長方形PQRBの面積は，▱PSTBの面積に等しいから，

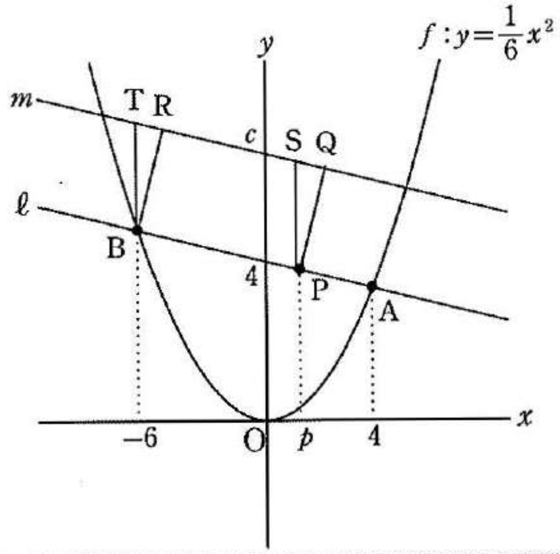
$(c-4)(p+6)=15$

c，p は整数で，$c>4$ ，$-6<p\leqq4$　であるから，

$(c-4,p+6)=(3,5)$，$(5,3)$，$(15,1)$

ゆえに，

$(c,p)=(7,-1)$，$(9,-3)$，$(19,-5)$



(答え) $(7,-1)$，$(9,-3)$，$(19,-5)$

3

3		点
〔問 1〕	$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ cm²	7
〔問 2〕	100 度	6
〔問 3〕	【 証 明 】	12

〔解答例〕

△ABSと△PBQにおいて，

△ABCは正三角形であるから，

∠BAS=∠ACB=60°　……①

$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角の大きさは等しいから，

∠ACB=∠BPQ=60°　……②

①，②より　∠BAS=∠BPQ　……③

②より　∠BPR=60°，また仮定より　PR=PB

よって，△RBPは正三角形であるから，

∠RBP=60°

したがって，

∠ABS=∠ABP−∠RBP=∠ABP−60°

∠PBQ=∠ABP−∠ABC=∠ABP−60°

ゆえに，∠ABS=∠PBQ　……④

③，④より，2組の角がそれぞれ等しいから，

△ABS∽△PBQ

4

4			点
〔問 1〕		$\dfrac{24}{5}$ cm	7
〔問 2〕	(1)	$\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ cm³	6
	(2)	【 途中の式や計算など 】	12

〔解答例〕

$t=5$ のとき，

AP$=5$，BQ$=12-2\times5=2$，CR$=3\times5-12=3$

点Pから辺BEに引いた垂線と辺BEとの交点をS，

点Qから辺CFに引いた垂線と辺CFとの交点をT，

点Rから辺ADに引いた垂線と辺ADとの交点をUとする。

PS$=$QT$=$RU$=2$

QS$=3$，RT$=1$，PU$=2$

△PQS，△QRT，△RPUにおいて，

それぞれ三平方の定理を用いて，

PQ$^2=2^2+3^2=13$

QR$^2=2^2+1^2=5$

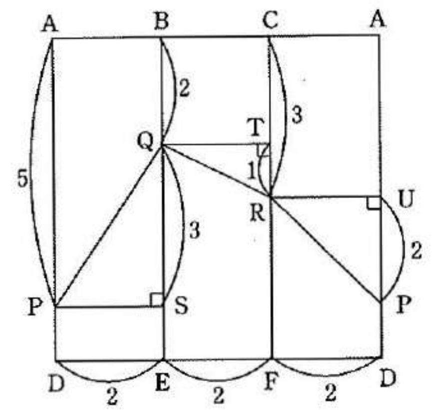
RP$^2=2^2+2^2=8$

よって，PQ$^2=$QR$^2+$RP^2　となるから，

△PQRは∠PRQ$=90°$の直角三角形である。

したがって，求める面積は，

$\dfrac{1}{2}\times$QR$\times$RP$=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{5}\times\sqrt{8}=\sqrt{10}$　(cm²)



(答え) $\sqrt{10}$ cm²

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4
25	25	25	25

合計得点
100

受検番号

※ ▭ の欄には、記入しないこと