

2019 年度 須磨学園高等学校入学試験

学力検査問題

数 学

(注 意)

解答用紙は、この問題冊子の中央にはさんであります。まず、解答用紙を取り出して、受験番号シールを貼り、受験番号を記入しなさい。

1. すべての問題を解答すること。
2. 解答はすべて解答用紙に記入すること。記入方法を誤ると得点にならないので、十分に注意すること。
3. 定規、コンパスは使用できます。それ以外のものは使用できません。
4. 検査終了後、解答用紙のみ提出し、問題冊子は各自持ち帰ること。

須磨学園高等学校

1

(1) $\left\{ 5 \times \frac{1}{3} - \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{2} \right) \right\} \times \left(3 \div \frac{1}{10} - 4 \div \frac{1}{6} \right) - (3 \times 7 - 11) \div 2 \times 3$

を計算しなさい。

(2) $\sqrt{76} + \frac{38\sqrt{2}}{\sqrt{38}} - 12 \left(-\frac{4}{3}\sqrt{19} \right)$ を計算しなさい。

(3) $x^2y - x^2 - xy + x$ を因数分解しなさい。

(4) 連立方程式 $\begin{cases} x + \frac{1}{5}y = 2 \\ 2.1x - 0.7y = 1.4 \end{cases}$ を解きなさい。

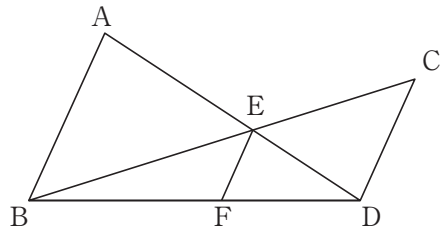
- (5) 次の表は、ある中学校の3年生男子10人のハンドボール投げの記録である。
この記録の平均値を求めなさい。

番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
記録 (m)	21	26	24	26	25	27	28	29	24	30

- (6) 右の図で、AB、CD、EFは平行である。

$$AB = 8, \quad CD = 6$$

のとき、EFの長さを求めなさい。



2へ続く

2

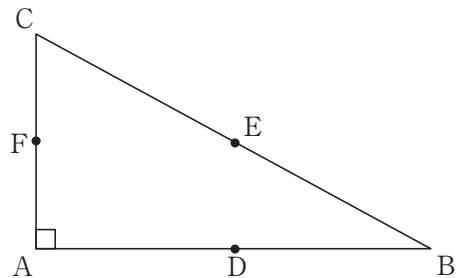
$\angle A=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$ である直角三角形ABCの辺AB, BC, CAの中点をそれぞれD, E, Fとする。また, 6つのそれぞれの面に[A], [B], [C], [D], [E], [F]と書かれている大小2個のさいころがある。2個のさいころを同時に1回投げて出る目の点と点Aをとり, 異なる点同士を結んで図形を作る。

ただし, 大小のさいころで共に[A]の目が出るときは, 図形を作らない。

例えば, 大のさいころで[B], 小のさいころで[F]の目が出るときは $\triangle ABF$ を作る。

大のさいころで[B], 小のさいころでも[B]の目が出るときは, 線分ABを作る。

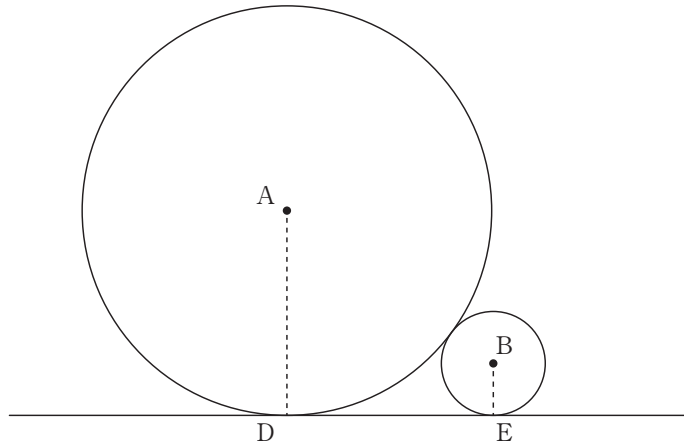
大のさいころで[D], 小のさいころで[B]の目が出るときは, 線分ABを作る。



- (1) 大のさいころで[A], 小のさいころでも[A]の目が出る確率を求めなさい。
- (2) 結んでできる図形が三角形になる確率を求めなさい。
- (3) 結んでできる図形が線分になる確率を求めなさい。
- (4) 結んでできる図形が直角三角形になる確率を求めなさい。

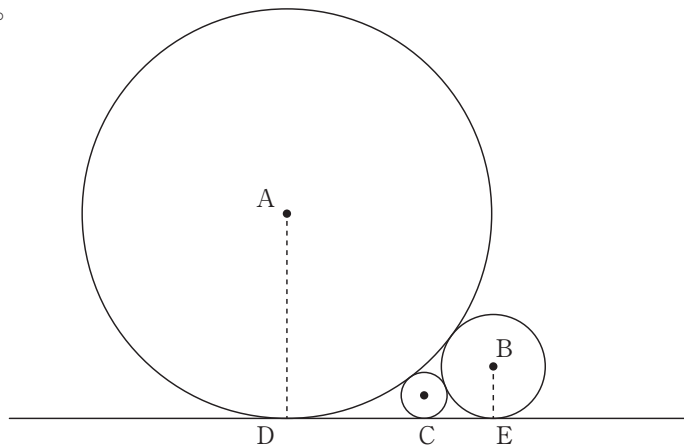
3へ続く

- 3** 下図のように、半径1の円Aと半径 x の円Bが外側で接している。また直線DEは円Aと点Dで、円Bと点Eで接している。



- (1) 円Aの中心と円Bの中心の間の距離を x で表しなさい。
- (2) 線分DEの長さを x で表しなさい。

以下、 $x = \frac{1}{4}$ とする。また、円Cが下図のように円A、円Bと直線DEに接している。



- (3) 円Cの半径を求めなさい。
- (4) 3つの円の中心を結んでできる三角形の面積を求めなさい。

4 へ続く

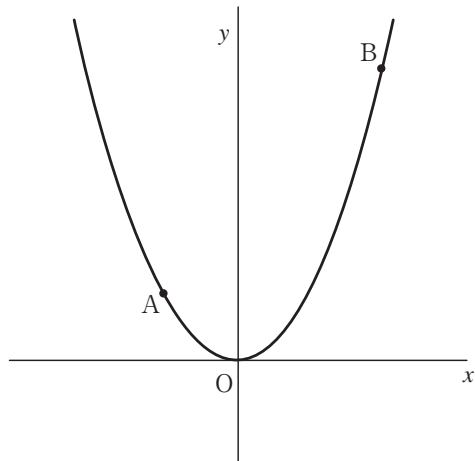
4

図のように、原点を O とする xy 平面上に放物線 $y = x^2$ があり、その放物線上に 2 点 A, B がある。2 点 A, B の x 座標は、それぞれ $-1, 2$ であり、2 点 A, B を通る直線を l とする。円周率は π とする。

(1) 直線 l を表す式を求めなさい。

(2) $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。

(3) 放物線 $y = x^2$ 上に、
 $\triangle AOB = \triangle APB$ となるように
 点 P をとる。ただし、点 P は点 O
 と点 B の間にあり、点 O とは異な
 るものとする。点 P の座標を求め
 なさい。



(4) x 軸上に $AQ + BQ$ が最小となるような点 Q をとるとき、点 Q の座標を求めなさい。

以下 2 点 P, Q の座標は、(3), (4) で求めたものとする。

(5) 3 点 A, P, Q を結んでできる三角形を、 y 軸の周りに 1 回転させる。
 このとき三角形の周および内部が通過する部分でできる立体の体積を求め
 なさい。

5へ続く

5

佐藤君と鈴木君が数学の宿題のことについて話している。

佐藤君：鈴木君，数学の宿題を一緒に考えよう。

鈴木君：「周の長さが一定である長方形はどんなときに面積が最大になるか？」という問題だったよね。

周の長さが 300 cm のとき，縦の長さを x cm とすると，

横の長さは $(ア)$ cm，面積は $(イ)$ cm^2 と表せるよ。

でも， $(イ)$ のような関数の最大値の求め方は分からないから，

何か別の方法を考えないと…。

佐藤君：高橋先生，鈴木君と数学の宿題を考えたのですが， $(イ)$ のような関数になってしまい，このままでは解けそうにありません。ヒントをください。

高橋先生：それではヒントを出しましょう。

$$\frac{\{2(x+y)\}^2 - \{2(x-y)\}^2}{16} = xy \cdots (*)$$

この等式を利用してみましょう。これがヒントです。考えてみてください。

鈴木君：周の長さから縦横の長さを考えていくのではなく，長方形の縦の長さを x cm，長方形の横の長さを y cm として考えてみよう。周の長さは $(ウ)$ cm，面積は $xy \text{ cm}^2$ と表せるね。

佐藤君：周の長さが一定ということは， $(*)$ の $(ウ)$ が一定ということだね。

鈴木君： $(*)$ の xy が面積を表しているから， $\{2(x-y)\}^2$ の値が $(エ)$ ほど，面積は大きくなるね。

佐藤君： $\{2(x-y)\}^2 \geq (オ)$ だから， $\{2(x-y)\}^2 = (オ)$ ，

つまり $x-y = (オ)$ のとき面積は最大になるということだね。

- (1) (ア) (イ) に適する x の式を答えなさい。
- (2) (ウ) に適する x, y の式を (*) から抜き出して答えなさい。
- (3) (エ) を適切にうめなさい。
- (4) (オ) に適する値を答えなさい。
- (5) この議論から、「周の長さが一定である長方形はどんなときに面積が最大になるか？」の解答として適切なものを次の ① ~ ⑤ から一つ選び、番号で答えなさい。
- ① 縦の長さが横の長さの 2 倍 ② 横の長さが縦の長さの 2 倍
③ 縦の長さ と横の長さの差が 10 cm ④ 縦の長さ と横の長さの差が 20 cm
⑤ 上の 4 つの答はどれも正しくない
- (6) ここまでを参考に、次の問いについて答えなさい。
ただし、 $x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy$ を利用してもよい。

長さ 40 cm の針金を 2 つに切り、 x cm, y cm の 2 本の針金を作る。

この 2 本をそれぞれ折り曲げて、正方形を 2 つ作る。それらの正方形の面積の和が最小になるのはどんなときか説明しなさい。また、そのときの x, y の値を求めなさい。

↓ここにシールを貼ってください↓

受験番号

注意: [3](4), [5](6)は考え方や計算の過程を書き, それ以外は結果のみを解答欄に書くこと。 また, ※欄には何も記入しないこと。

2019年度 須磨学園高等学校入学試験
学力検査 数学解答用紙

1

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
$(x, y) = (\quad , \quad)$		m

※

2

(1)	(2)	(3)	(4)
-----	-----	-----	-----

※

3

(1)	(4)
(2)	
(3)	(答)

※

4

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
-----	-----	-----	-----	-----

※

5

(1) (ア)	(イ)	(2) (ウ)
(3) (エ)	(4) (オ)	(5)
(6)		

※

得点
※



1

(1) 0 (2) $20\sqrt{19}$ (3) $x(x-1)(y-1)$ (4) $x = \frac{3}{2}, y = \frac{5}{2}$ (5) 26m (6) $\frac{24}{7}$

2

(1) $\frac{1}{36}$ (2) $\frac{4}{9}$ (3) $\frac{19}{36}$ (4) $\frac{1}{3}$

3

(1) $x+1$ (2) $2\sqrt{x}$ (3) $\frac{1}{9}$ (4) $\frac{7}{36}$

4

(1) $y = x + 2$ (2) 3 (3) (1, 1) (4) $(-\frac{2}{5}, 0)$ (5) $\frac{53}{105}\pi$

5

(1) ア $150-x$ イ $150x-x^2$ (2) $2(x+y)$ (3) 小さい (4) 0 (5) ⑤

(6)

x cm、 y cmのそれぞれを折り曲げてできる正方形の1辺の長さは、 $\frac{x}{4}$ cm、 $\frac{y}{4}$ cmなので、

これらの正方形の面積の和は、 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{16}$ (cm²)より、 $x^2 + y^2$ の最小を考えればよい。

$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$ 、 $x+y=40$ (一定) なので、 xy が大きいほど、 $x^2 + y^2$ は小さくなる。

前問までに、 $x+y$ が一定であれば、 $x=y$ のとき、 xy が最も大きくなることが分かっているので、 $x=y=20$ のとき、条件を満たす面積の和は、最小となる。

以上