

数 学

(問 題)

2019年度

〈H31134061〉

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は3～6ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. 解答用紙記入上の注意
 - (1) 解答用紙の所定欄(2カ所)に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
 - (2) 所定の欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
 - (3) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないこと。
 - (4) 解答用紙は折り線で山折りにしてから解答すること。
 - (5) 必要な式と計算は、解答用紙の計算欄に書くこと。
 - (6) 答の $\sqrt{\quad}$ の中はできるだけ簡単にし、分数は、それ以上約分できない形で答えること。
5. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。
6. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
7. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
8. この問題冊子は持ち帰ること。

1 次の問いに答えよ。

(1) $[a_0; a_1, a_2, a_3] = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3}}}$ と表すことにする。たとえば、

$$[2; 1, 2, 3] = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}} = \frac{27}{10}$$

である。次の問いに答えよ。

- ① $[1; 1, 1, 2]$ を分数で答えよ。
 - ② $[3; 7, 15, 1]$ を小数第3位を四捨五入し、小数第2位まで求めよ。
- (2) 自然数 n の各けたの数字の和を $S(n)$ で表す。たとえば、

$$S(45) = 4 + 5 = 9$$

である。さらに、自然数 n に対して、

$$T(n) = n + S(n)$$

とする。

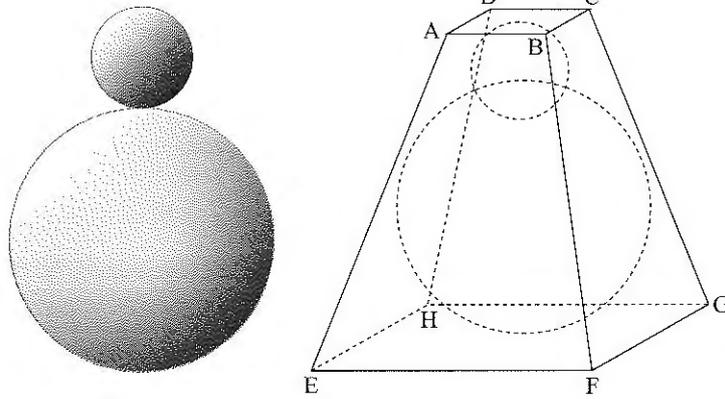
- ① $T(n) = 30$ をみたす自然数 n を求めよ。
- ② 2けたの自然数の中で $T(n)$ の形で表せないものの個数を求めよ。

2 直線 l 上に、2 点 O, A がある。点 P は点 O を出発して点 A の方向に向かって動き始め、方向を変えずに動き続けるものとする。点 P は点 A に達するまでに 10 秒かかった。点 O を出発してから点 A に達するまでの点 P の移動距離は、時間の 2 乗に比例する。点 A を過ぎると、点 P は一定の速度で動く。線分 OA の長さを 50 としたとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 P の進んだ距離を S 、動き始めてからの時間を t とする。最初の 10 秒間における S を t の式で表せ。
- (2) 点 P の進んだ距離を S 、動き始めてからの時間を t とする。20 秒後、線分 OP の長さは 150 であった。 $10 < t$ のとき、 S を t の式で表せ。
- (3) 点 Q は点 O を出発して直線 l 上を点 P と同じ向きに動き続けるものとする。点 Q は、点 O から点 A までは秒速 a 、点 A から先は秒速 4 で動く。点 Q は、点 P が点 O を出発してから、3 秒後に点 O を出発し、その 1 秒後に点 P に追いつき、点 A を通過した後、しばらくして、点 R で点 P に追いつかれた。次の問いに答えよ。
 - ① a の値を求めよ。
 - ② 線分 OR の長さを求めよ。

3

下図のように、外側で接している半径1の球と半径4の球の2つの球があって、それらに接するように6つの平面が覆っている。



これらの6つの平面で作られる六面体を $ABCD - EFGH$ とする。4つの側面, $ABFE$, $BCGF$, $CDHG$, $DAEH$ は、すべて両方の球に接している。このとき、面 $ABCD$ と $EFGH$ はともに正方形となるように定め、面 $ABCD$ は半径1の球とだけ接し、面 $EFGH$ は半径4の球とだけ接している。さらに、4つの側面, $ABFE$, $BCGF$, $CDHG$, $DAEH$ は、次の条件をみたすように定める。

- $AE = BF = CG = DH$
- $AB \parallel EF$, $BC \parallel FG$, $CD \parallel GH$, $DA \parallel HE$

また、2つの球の中心を結ぶ直線が、面 $ABCD$, $EFGH$ と交わる点をそれぞれ P , Q とする。点 P は、正方形 $ABCD$ の対角線の交点と一致し、点 Q は、正方形 $EFGH$ の対角線の交点と一致する。さらに、直線 PQ は、面 $ABCD$, $EFGH$ の両方と垂直に交わる。

次の問いに答えよ。

- (1) 線分 PQ の長さを求めよ。
- (2) 正方形 $EFGH$ の面積を求めよ。
- (3) 六面体 $ABCD - EFGH$ の体積を求めよ。

4 自然数 n に対して、次の ①, ② をみたす自然数 m の個数を $f(n)$ とおく。

① $1 \leq m \leq n$

② m と n の最大公約数が 1

次の問いに答えよ。

- (1) $f(35)$ の値を求めよ。
- (2) 素数 p に対して、 $f(p)$ を p を用いて表せ。
- (3) 異なる 2 つの素数 p, q に対して、 $f(pq)$ を p と q を用いて表せ。
- (4) 異なる 2 つの素数 p, q に対して、 $N = pq$ とおく。 $p + q$ を N と $f(N)$ を用いて表せ。
- (5) 異なる 2 つの素数 p, q が 2 次方程式 $x^2 - ax + b = 0$ の解であるとき、 a, b を p と q を用いてそれぞれ表せ。
- (6) 自然数 $N = 11663$ に対して、 $f(N) = 11448$ である。このことを用いて $N = pq$ をみたす素数の組 (p, q) をすべて求めよ。ただし、 $p < q$ とする。

[以下余白]

数 学

解答用紙

<H31134061>

受験番号	千	百	十	一
氏名				

(注意) 所定の欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

<H31134061>

受験番号	千	百	十	一
氏名				

(注意) 所定の欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

- 注 意
1. 解答用紙は折り線のところで山折りにしてから解答すること。
 2. 必要な式と計算は、各問いの計算欄に書くこと。
 3. 答の $\sqrt{\quad}$ の中はできるだけ簡単にし、分数は、それ以上約分できない形で答えること。

1 計算欄

答 (1) ①

(1) ②

(2) ①

(2) ②

1 (1) ①

(1) ②

(2) ①

(2) ②

2 計算欄

答 (1)

(2)

(3) ①

(3) ②

2 (1)

(2)

(3) ①

(3) ②

----- 折 り 線 -----

3 計算欄

答 (1)

(2)

(3)

3 (1)

(2)

(3)

4 計算欄

答 (1)

(2)

(3)

(4)

(5) $a =$ _____ , $b =$ _____

(6)

4 (1)

(2)

(3)

(4)

(5)

(6)