平成 31 年度　**大阪星光学院高校入試問題**

受験番号

2019 年度　大阪星光学院高等学校　入学試験問題

数　学

（その１）

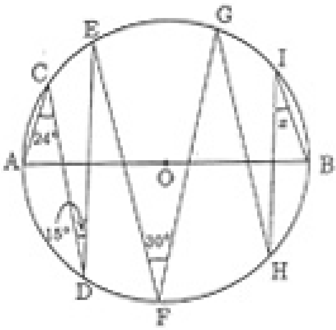
次の $\boxed{\quad}$ の中に正しい答えを入れなさい．

【１】（１）$x=\sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt{2}$, $y=\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2}$, $z=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ のとき，$x^2-2xy-zx+y^2+yz=$ $\boxed{\quad}$ である．

（２）$x+3y+6z=30$ を満たす自然数の組 (x, y, z) は $\boxed{\quad}$ 組ある．

（３）右の図において，O は円の中心で，CD と GH は平行である．

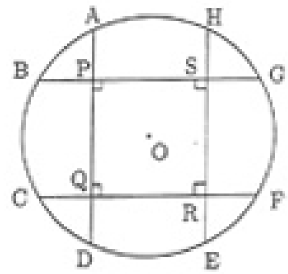
このとき，$\angle x$ の大きさは $\boxed{\quad}$ 度である．



（４）右の図において，AP=BP=CQ=DQ=ER=FR=GS=HS=2，PQ=QR=RS=SP=4 とする．

このとき，OA の長さは $\boxed{\quad}$ であり，△OAB の面積は $\boxed{\quad}$ である．

ただし，O は円の中心とする．



（５）$\dfrac{7}{25}=0.28$ のように $\dfrac{7}{25}$ は小数第２位までの小数として表すことができる．既約分数 $\dfrac{7}{n}$ が小数第１位まで，

もしくは第２位までの小数として表されるような 25 を除く２以上の自然数 n は $\boxed{\quad}$ 個ある．

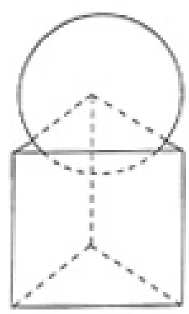
【２】底面が１辺 6 cm の正三角形で，上の面にふたのない高さ 6 cm の三角柱の容器がある．

（１）この容器の中に，すべての側面と底面に接する球を入れる．この球の半径は $\boxed{\quad}$ cm である．また，この状態で

容器を水で満たしたとき，その水の量は $\boxed{\quad}$ cm^3 である．ただし，球は水に浮かないものとする．

（２）この後，水と球を取り除く．右の図のように，この容器に半径が 3 cm の球をのせた立体を作る．

この立体の高さは $\boxed{\quad}$ cm である．



受験番号

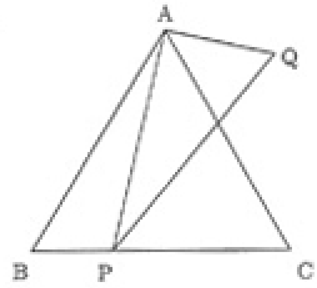
2019 年度　大阪星光学院高等学校　入学試験問題

数　学

(その２)

【３】 1辺の長さが3の正三角形ABCと辺BC上を動く点Pがある．$\angle APQ=30°$，$\angle PAQ=90°$ となる点Qを，右の図のように直線APの右側にとる．

（１） $\angle ACQ=30°$ であることを証明せよ．ただし，点Pが点B，点Cと重なるときは考えなくてよいものとする．



（２） 点Pが辺BC上をBからCまで動くとき，点Qが動いた長さは　　　である．

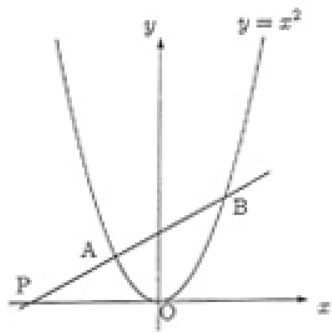
【４】 自然数 x の正の約数の個数を $<x>$ と定める．例えば，$<6>=4$ であり，$<13>=2$ である．$1 \leqq x \leqq 50$ とするとき，

（１） $<x>=2$ を満たす x の個数は　　　個である．

（２） $<x>=3$ を満たす x の個数は　　　個である．

（３） $<x>=4$ を満たす x の個数は　　　個である．

【５】 右の図のように，点P$(-6,0)$ を通る直線が，放物線 $y=x^2$ と２点A，Bで交わっていて，PA : AB = 4 : 5 である．



（１） 点Aの座標は（　　，　　）であり，点Bの座標は（　　，　　）である．

（２） △OABの面積は　　　である．

（３） △OABを y 軸の周りに一回転させてできる立体の体積は　　　である．

受験番号

2019 年度　大阪星光学院高等学校　入学試験問題

60

数　学

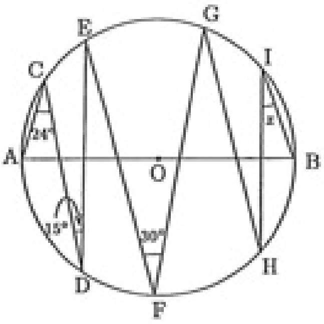
（その１）

次の $\boxed{}$ の中に正しい答えを入れなさい．

【１】 42

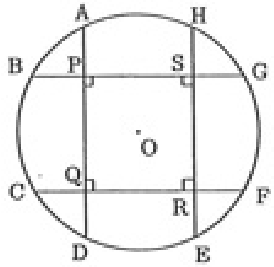
（１） $x=\sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt{2}$, $y=\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2}$, $z=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ のとき，$x^2-2xy-zx+y^2+yz=$ $\boxed{6+2\sqrt{6}}$ である．

（２） $x+3y+6z=30$ を満たす自然数の組 (x, y, z) は $\boxed{16}$ 組ある．



（３） 右の図において，O は円の中心で，CD と GH は平行である．

このとき，$\angle x$ の大きさは $\boxed{21}$ 度である．



（４） 右の図において，AP=BP=CQ=DQ=ER=FR=GS=HS=2，PQ=QR=RS=SP=4 とする．

このとき，OA の長さは $\boxed{2\sqrt{5}}$ であり，△OAB の面積は $\boxed{6}$ である．

ただし，O は円の中心とする．

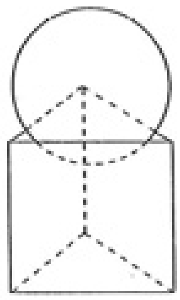
（５） $\frac{7}{25}=0.28$ のように $\frac{7}{25}$ は小数第２位までの小数として表すことができる．既約分数 $\frac{7}{n}$ が小数第１位まで，もしくは第２位までの小数として表されるような 25 を除く２以上の自然数 n は $\boxed{7}$ 個ある．

【２】 底面が１辺 6 cm の正三角形で，上の面にふたのない高さ 6 cm の三角柱の容器がある．

18

（１） この容器の中に，すべての側面と底面に接する球を入れる．この球の半径は $\boxed{\sqrt{3}}$ cm である．また，この状態で容器を水で満たしたとき，その水の量は $\boxed{54\sqrt{3}-4\sqrt{3}\pi}$ cm^3 である．ただし，球は水に浮かないものとする．

（２） この後，水と球を取り除く．右の図のように，この容器に半径が 3 cm の球をのせた立体を作る．



この立体の高さは $\boxed{9+\sqrt{6}}$ cm である．

受験番号

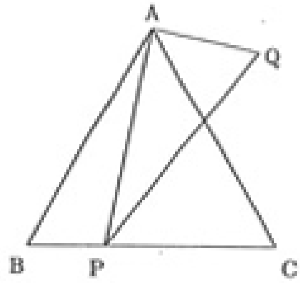
60

数　学

【３】 1辺の長さが3の正三角形ABCと辺BC上を動く点Pがある．∠APQ = 30°，∠PAQ = 90° となる点Qを，右の図のように直線APの右側にとる．

18

（1） ∠ACQ = 30° であることを証明せよ．ただし，点Pが点B，点Cと重なるときは考えなくてよいものとする．



△ABCは正三角形だから ∠ACP = 60°，
△APQにおいて ∠AQP = 180° − (30° + 90°) = 60° だから
∠ACP = ∠AQP
しかも２点C，Qは直線APに関して同じ側にあるから
円周角の定理の逆により
4点A，P，C，Qは同一円周上
$\overset{\frown}{AQ}$に対する円周角より
∠ACQ = ∠APQ = 30°

（2） 点Pが辺BC上をBからCまで動くとき，点Qが動いた長さは $\boxed{\sqrt{3}}$ である．

【４】 自然数 x の正の約数の個数を $<x>$ と定める．例えば，$<6>=4$ であり，$<13>=2$ である．$1 \leqq x \leqq 50$ とするとき，

18

（1） $<x>=2$ を満たす x の個数は $\boxed{15}$ 個である．

（2） $<x>=3$ を満たす x の個数は $\boxed{4}$ 個である．

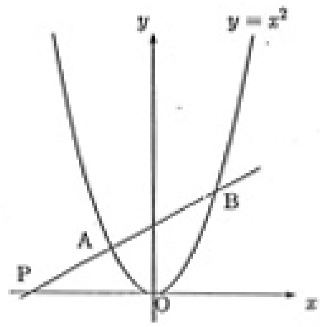
（3） $<x>=4$ を満たす x の個数は $\boxed{15}$ 個である．

【５】 右の図のように，点P(−6, 0)を通る直線が，放物線 $y = x^2$ と２点A，Bで交わっていて，PA : AB = 4 : 5 である．

24

（1） 点Aの座標は $\left(\boxed{-2},\ \boxed{4}\right)$ であり，

点Bの座標は $\left(\boxed{3},\ \boxed{9}\right)$ である．



（2） △OABの面積は $\boxed{15}$ である．

（3） △OABを y 軸の周りに一回転させてできる立体の体積は $\boxed{\dfrac{43}{2}\pi}$ である．