

①

数学科 (高)

数高平 31

(注意) 円周率はすべて π , その他の無理数は, たとえば $\sqrt{12}$ は $2\sqrt{3}$ とせよ。
解答はすべて解答用紙に記入せよ。

1 次の問いに答えよ。

(1) $-\frac{5}{8} + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(\frac{9}{4}\right)^2 + \frac{3}{32}$ を計算せよ。

(2) $(2\sqrt{3} - 1)^2 - (4\sqrt{3} - \sqrt{2})(4\sqrt{3} + \sqrt{2})$ を計算せよ。

(3) 連立方程式
$$\begin{cases} 0.3(x-1) + 0.4y = \frac{1}{5} \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{3} = \frac{5}{6} \end{cases}$$
 を解け。

(4) $4x^2 - y^2 - 1 + 2y$ を因数分解せよ。

(5) 2次方程式 $(2x+1)(2x-3) = 3(x-1)^2$ を解け。

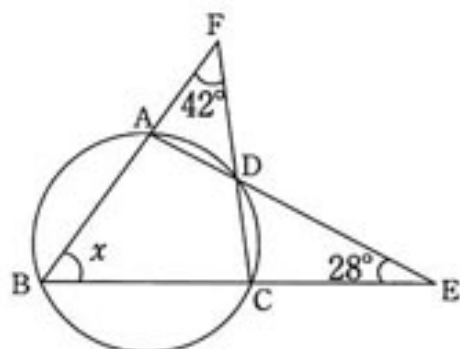
(6) 関数 $y = -\frac{a}{x}$ において, x の値が 2 から 5 まで増加するときの変化の割合が $\frac{2}{5}$ であるとき, 定数 a の値を求めよ。

(7) 濃度 5% の食塩水が x g ある。これに濃度 3% の食塩水 400 g を混ぜてから, 水を 60 g 蒸発させたら, 濃度 4% の食塩水ができた。このとき, x の値を求めよ。

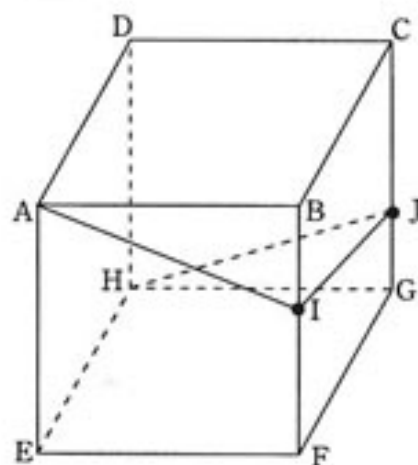
(8) 2つの整数 x, y について

$$[x, y] = \frac{3x+2y}{2x+3y} \text{ と定めるとき, } \frac{[-2, 2]+[10, -1]}{[4, 3]-[20, -2]} \text{ の値を求めよ。}$$

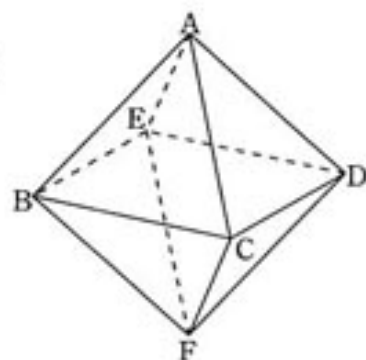
(9) 右図において、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



(10) 右図のような1辺の長さが6 cm の立方体 ABCDEFGH がある。辺 BF, 辺 CG 上をそれぞれ点 I, 点 J が動くとする。線分 AI と IJ と JH の長さの和が最小となるとき、その和を求めよ。



(11) 右図のような1辺の長さが4 cm の正八面体 ABCDEF がある。正八面体 ABCDEF を、面 ABE に平行で辺 BC と辺 AC と辺 AD のそれぞれの中点を通る平面で切った。このとき、切り口の図形の面積を求めよ。



② 数高平 31

2 箱の中に 1 から 5 までの数が 1 つずつ書かれた 5 個の玉がある。この中から、もとに戻すことなく玉を 1 個ずつ 3 回取り出し、玉に書かれた数を順に a, b, c とする。

$A = a \times b \times c$ とおくと、次の確率を求めよ。

(1) A が 20 の倍数になる確率

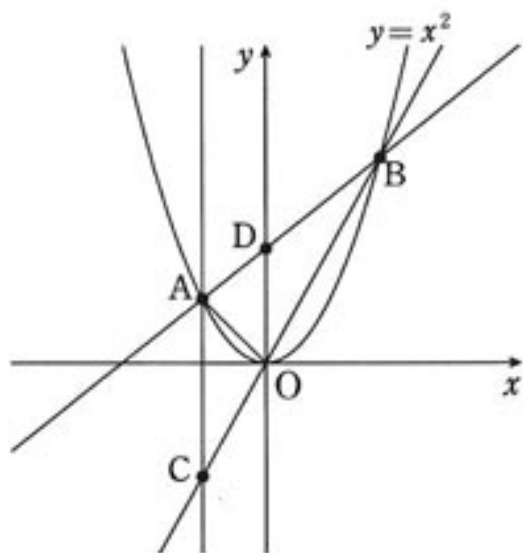
(2) A が 6 の倍数になる確率

(3) A が 5 の倍数になる確率

3 放物線 $y = x^2$ 上に x 座標がそれぞれ $a, -a+1$ である点 A, B がある。ただし a は負の数である。直線 OB と直線 $x = a$ の交点を C 、直線 AB と y 軸の交点を D とする。このとき、次の問いに答えよ。

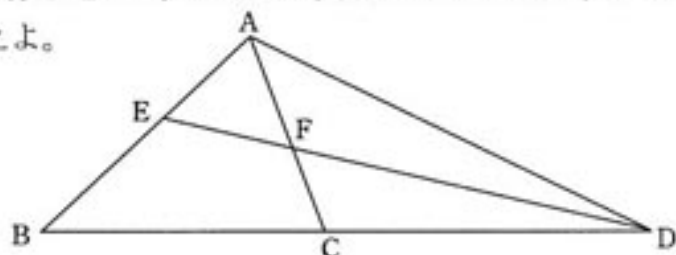
(1) 点 D の座標を a を用いて表せ。

(2) $\triangle OAB$ と $\triangle OAC$ の面積比が $4 : 3$ となるとき、 a の値を求めよ。



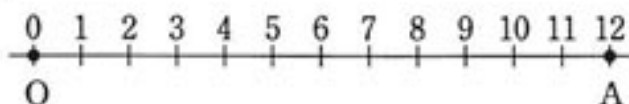
(3) 四角形 $ACOD$ と $\triangle DOB$ の面積比が $7 : 9$ となるとき、点 C の座標を求めよ。

- 4 $AC=5$ である $\triangle ABC$ において、辺 BC の C 側に延長した直線上に $\angle CAD = \angle ABC$ となる点 D をとる。また、 $\angle ADB$ の二等分線と辺 AB 、 AC との交点をそれぞれ E 、 F とする。 $AF=3$ であるとき、次の問いに答えよ。



- (1) AB の長さを求めよ。
- (2) EB の長さを求めよ。
- (3) $\triangle AFD$ の面積を S 、四角形 $EBCF$ の面積を T とおくと、 $S:T$ を最も簡単な整数比で答えよ。

- 5 数直線において、 0 を表す点を O 、 12 を表す点を A とし、以下の[操作]によって点 B 、 C 、 D を定める。



- [操作] ① 1以上11以下の自然数を1つ選び、この自然数を表す点を B とする。
 ② AB の中点を C とする。
 ③ OC の中点が表している数を四捨五入して得られた自然数を表す点を D とする。

この[操作]をくり返すときは、③で得られた点 D が表す自然数を①における点 B が表す自然数に置き換えて点 C や点 D を新たに定める。例えば、 $O(0)$ 、 $A(12)$ のように書くとき、 $B(1)$ とすると「 $B(1) \rightarrow C(6.5) \rightarrow D(3)$ 」となり、 $B(1)$ としてこの[操作]を2回くり返すと「 $B(1) \rightarrow C(6.5) \rightarrow D(3)$ 」 \Rightarrow 「 $B(3) \rightarrow C(7.5) \rightarrow D(4)$ 」となる。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $B(2)$ とすると、この[操作]を1回行って得られる点 D が表す自然数を求めよ。
- (2) 1以上11以下の自然数 n について、 $B(n)$ として何度かこの[操作]を行ったとき、初めて $D(4)$ となるまでに行った[操作]の回数を $[n]$ とする。たとえば、 $[1] = 2$ である。
 - (ア) $[n] = 2$ となる1以外の自然数 n をすべて求めよ。
 - (イ) $[1] + [2] + [3] + [4] + [5] + [6] + [7] + [8] + [9] + [10] + [11]$ の値を求めよ。

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> 1 44点 </div>	(1)	$-\frac{23}{32}$	(2)	$-33-4\sqrt{3}$
	(3)	$x=\frac{5}{2}, y=-\frac{5}{8}$	(4)	$(2x+y-1)(2x-y+1)$
	(5)	$x=-1\pm\sqrt{7}$	(6)	$a=4$
	(7)	$x=160$	(8)	$-\frac{11}{10}$
	(9)	$\angle x=55^\circ$	(10)	$6\sqrt{10}$ cm
	(11)	$6\sqrt{3}$ cm ²		

受験番号

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> 2 14点 </div>	(1)	$\frac{3}{10}$	(2)	$\frac{1}{2}$
	(3)	$\frac{3}{5}$		

3 14点	(1) D(0 , $a^2 - a$)	(2) $a = -3$
	(3) C($-\frac{1}{2}$, $-\frac{3}{4}$)	

4 14点	(1) AB = $\frac{15}{2}$	(2) EB = $\frac{9}{2}$
	(3) S : T = 12 : 19	

5 14点	(1) 4	
	(2)(ア) $n = 6, 7, 8, 9$	(イ) 20