数　　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に**ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま**，**分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，**根号の中を最も小さい自然数にしなさい**。

6　答えは，解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい**。

7　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

8　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい**。

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $\dfrac{6-\left(\sqrt{54}-4\sqrt{3}\right)}{\sqrt{3}}-\left(\sqrt{3}-1\right)^2$ を計算せよ。

〔問2〕 2次方程式 $(x+2)(x-3)+(x+3)^2=1-x^2$ を解け。

〔問3〕 連立方程式 $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2}+2(y+3)=5 \\ 2(x+5)-\dfrac{4y+1}{3}=3 \end{cases}$ を解け。

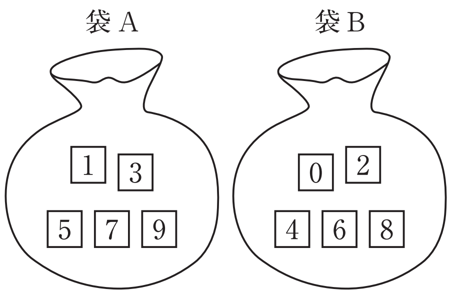
〔問4〕 右の**図1**のように，1，3，5，7，9の数字が1つずつ書かれた5枚のカードが入っている袋Aと，0，2，4，6，8の数字が1つずつ書かれた5枚のカードが入っている袋Bがある。

袋A，袋Bから同時にそれぞれ1枚のカードを取り出す。

袋Aから取り出したカードの数字を a，袋Bから取り出したカードの数字を b とするとき，$3a>2b$ となる確率を求めよ。

ただし，袋A，袋Bそれぞれにおいて，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

図1

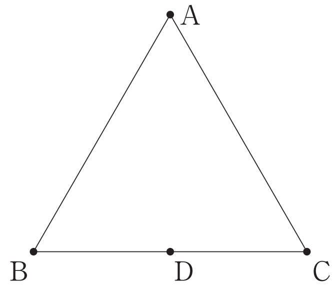


〔問5〕 右の**図2**で，3点A，B，Cは正三角形の頂点であり，点Dは辺BCの中点である。

解答欄に示した図をもとにして，頂点B，頂点Cを定規とコンパスを用いて作図によって求め，頂点B，頂点Cを示す文字B，Cも書け。

ただし，作図に用いる線は決められた解答欄にかき，消さないでおくこと。

図2



2 右の**図 1** で，点 O は原点，曲線 f は関数 $y=x^2$ のグラフを表している。

2 点 A，B は，曲線 f 上にあり，x 座標はそれぞれ a，b である。

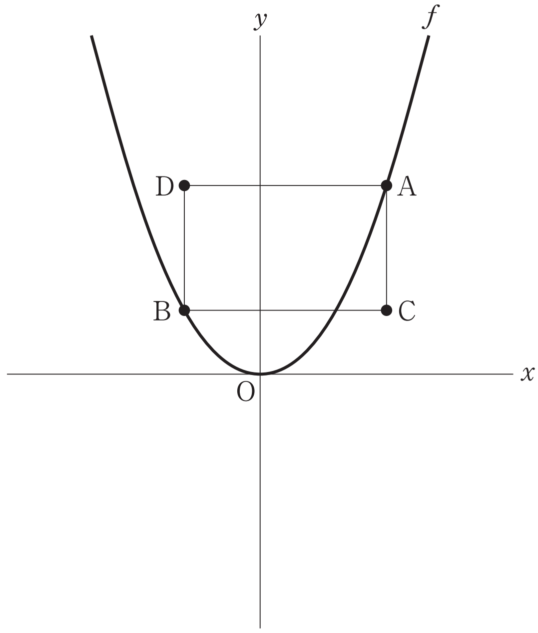
点 C は，x 座標が点 A と等しく，y 座標が点 B と等しい点であり，点 D は，x 座標が点 B と等しく，y 座標が点 A と等しい点である。

$a+b=m$，$a-b=n$ とするとき，$m>0$，$n>0$ である。

点 A と点 D，点 D と点 B，点 B と点 C，点 C と点 A をそれぞれ結ぶ。

原点から点（1，0）までの距離，および原点から点（0，1）までの距離をそれぞれ 1 cm として，次の各問に答えよ。

図 1



〔問 1〕 2 点 A，B を通る直線の切片が 3 で，点 A の x 座標が 3 であるとき，四角形 ADBC の面積は何 cm^2 か。

〔問 2〕 m，n がともに自然数で，四角形 ADBC の周の長さが 20 cm となるような m，n の値の組を全て求め，（m，n）の形で表せ。

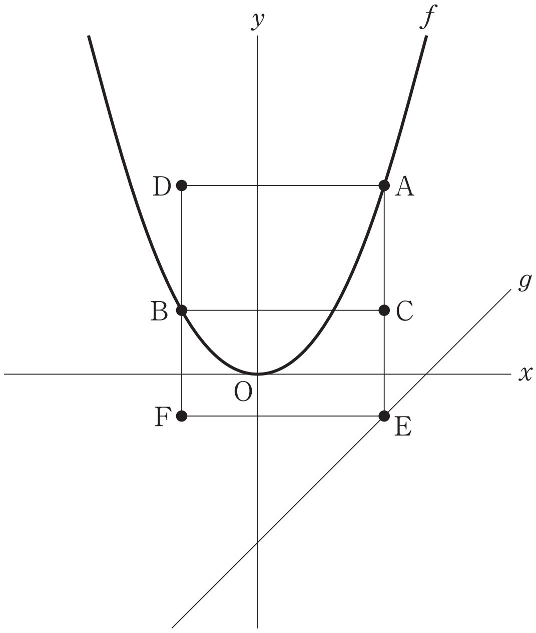
〔問3〕 右の**図2**は，**図1**において，直線 g を関数 $y=x-2$ のグラフとし，直線 g 上にあり x 座標が点Aと等しい点をEとし，x 座標が点Bと等しく y 座標が点Eと等しい点をFとした場合を表している。

点Bと点F，点Fと点E，点Eと点Cをそれぞれ結ぶ。

四角形ADBCが正方形であり，正方形ADBCと，長方形ADFEの面積の比が $1:2$ であるとき，m と a の値をそれぞれ求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図2

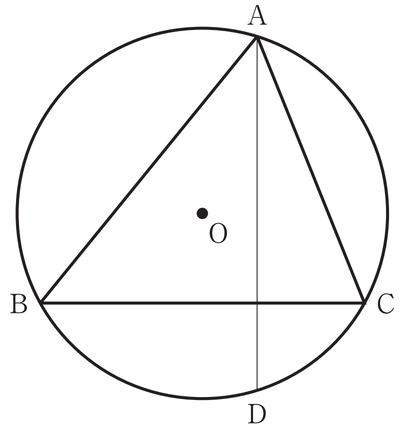


3 　右の**図 1** で，点 O は △ABC の 3 つの頂点 A，B，C を通る円の中心であり，△ABC は鋭角三角形で，かつ，AB > AC である。

頂点 A を通り，辺 BC に垂直な直線と円 O の交点のうち，頂点 A と異なる点を D とし，頂点 A と点 D を結ぶ。

次の各問に答えよ。

図 1



〔問 1〕 **図 1** において，頂点 C と点 D を結んだ場合を考える。

頂点 A を含まない $\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$ の長さと，頂点 A を含まない $\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ の長さの比が 5 : 3 で，$\angle \mathrm{ADC} = 50^\circ$ のとき，$\angle \mathrm{CAD}$ の大きさは何度か。

〔問 2〕 **図 1** において，頂点 C と点 D，頂点 B と点 D をそれぞれ結んだ場合を考える。

$\mathrm{AB} = 4\sqrt{2}$ cm，BC = 7 cm，AC = 5 cm であるとき，四角形 ABDC の面積は何 cm^2 か。

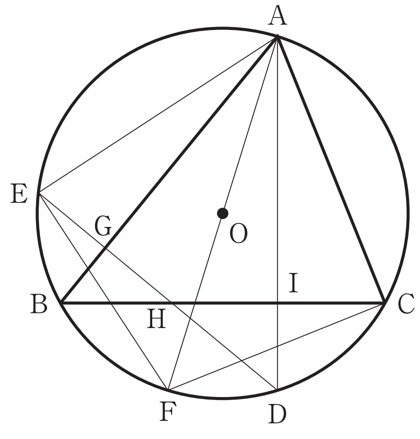
〔問３〕 右の**図２**は，**図１**において，点Ｄを通り，辺ABに垂直な直線と円Ｏの交点のうち，点Ｄと異なる点をＥとし，頂点Ａと点Ｏを通る直線と円Ｏの交点のうち，頂点Ａと異なる点をＦとした場合を表している。

頂点Ａと点Ｅ，頂点Ａと点Ｆ，点Ｅと点Ｄ，点Ｅと点Ｆ，点Ｆと頂点Ｃをそれぞれ結ぶ。

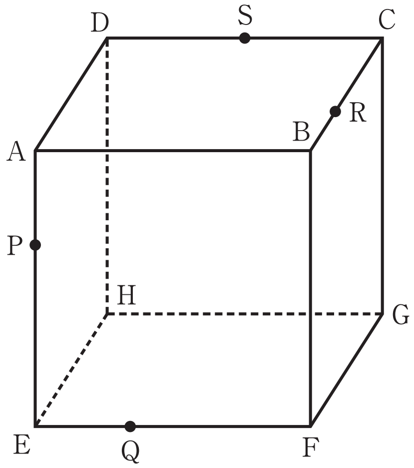
辺ABと線分DEの交点をＧ，辺BCと線分DEの交点をＨ，辺BCと線分ADの交点をＩとする。

△AEF≡△ACFであることを証明せよ。

図２



4 右の図に示した立体 ABCD−EFGH は，１辺の長さが 12 cm の立方体である。



４点 P，Q，R，S は，同時に移動を開始し，次のように動く。

点 P は，頂点 E を出発し，毎秒 4 cm の速さで辺 EA 上を

E → A → E → A → … の順に移動し続ける。

点 Q は，頂点 E を出発し，毎秒 2 cm の速さで辺 EF 上を

E → F → E → F → … の順に移動し続ける。

点 R は，頂点 B を出発し，毎秒 2 cm の速さで辺 BC 上を

B → C → B → C → … の順に移動し続ける。

点 S は，頂点 D を出発し，毎秒 3 cm の速さで辺 DC 上を

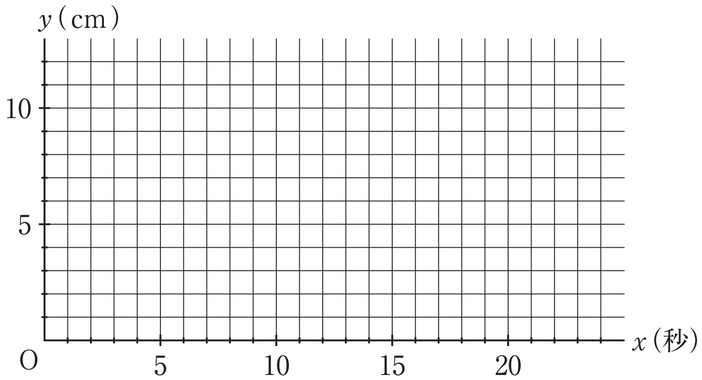
D → C → D → C → … の順に移動し続ける。

４点 P，Q，R，S が移動を開始してからの時間を x 秒とするとき，次の各問に答えよ。

〔問１〕 次の (1)，(2) に答えよ。

(1) $0 \leqq x \leqq 24$ とする。

x 秒後の線分 EP の長さを y cm としたとき，x と y の関係を表すグラフを $0 \leqq x \leqq 24$ の範囲で，解答欄に示した座標平面にかけ。



(2) $0 \leqq x \leqq 4$ とする。

EP + EQ = CR + CS となるのは何秒後か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

〔問２〕 $0 \leqq x \leqq 24$ とする。

図において，４点 P，Q，R，S がいずれも一致しないときに，点 P と点 Q，点 Q と点 R，点 R と点 S，点 S と点 P をそれぞれ結び，線分 PQ，線分 QR，線分 RS，線分 SP が全て同じ平面上にあることを，

「４点 P，Q，R，S で四角形ができる」

と言うことにする。

４点 P，Q，R，S で四角形ができる回数は何回か。

また，はじめて４点 P，Q，R，S で四角形ができるとき，四角形 PQRS の面積は何 cm^2 か。

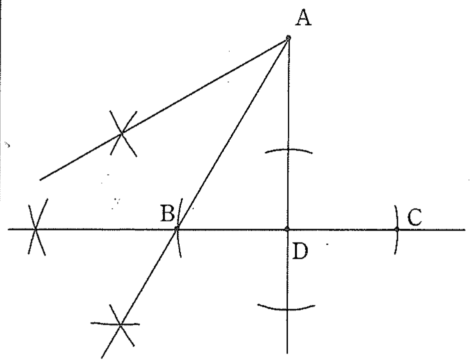
〔問３〕 $x=4$ とする。

図において，点 P と点 Q，点 P と点 R，点 P と点 S，点 Q と点 R，点 Q と点 S，点 R と点 S をそれぞれ結んだ場合を考える。

立体 PQRS の体積は何 cm^3 か。

1

〔問 1〕	$4\sqrt{3}-3\sqrt{2}$	5
〔問 2〕	$-1,\ -\dfrac{2}{3}$	5
〔問 3〕	$x=-3,\ y=\dfrac{1}{2}$	5
〔問 4〕	$\dfrac{18}{25}$	5
〔問 5〕		5



2

〔問 1〕	32 cm²	6
〔問 2〕	$(m,n)=(1,5),(4,2),(9,1)$	7
〔問 3〕	【 途中の式や計算など 】	12

〔解答例〕

$n>0$ より，$a>b$ であるから，$BC=a-b$

$m>0$，$n>0$，$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ より，

$a^2>b^2$ であるから，$AC=a^2-b^2$

したがって，四角形 ADBC が正方形であることより，

$a^2-b^2=a-b$

すなわち　$(a+b)(a-b)=a-b$

よって，$a+b=m$，$a-b=n$ から，

$mn=n$

$mn-n=0$

$n(m-1)=0$

$n>0$ より，$n\neq0$ であるから，$m=1$

また，点 E の座標は $(a,\ a-2)$ であり，

$m=1$ より，$a+b=1$ すなわち，$b=-a+1$

であるから，

$AC=a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$=1\times\{a-(-a+1)\}=2a-1$

$AE=a^2-(a-2)=a^2-a+2$

したがって，正方形 ADBC と，長方形 ADFE の

面積の比が 1 : 2 であることより，

$AC : AE=1:2$

よって，

$a^2-a+2=2(2a-1)$

$a^2-5a+4=0$

$(a-1)(a-4)=0$

$a=1,\ 4$

（答え）$m=1,\ a=1,\ 4$

3

〔問 1〕	24 度	6
〔問 2〕	$\dfrac{49}{2}$ cm²	7
〔問 3〕	【 証 明 】	12

〔解答例〕

△BGH と △DIH について，

∠BGH＝∠DIH＝90°　…①

対頂角は等しいので，

∠BHG＝∠DHI …②

三角形の内角の和は 180° であるから，①，② より，

∠GBH＝∠IDH …③

△AEF と △ACF について，

③ より，∠ABC＝∠ADE であり，

$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角は等しいので，∠ABC＝∠AFC

$\overset{\frown}{AE}$ に対する円周角は等しいので，∠ADE＝∠AFE

であるから，

∠AFE＝∠AFC …④

辺 AF は円 O の直径であるから，

∠AEF＝∠ACF＝90° …⑤

共通な辺であるから，

AF＝AF　…⑥

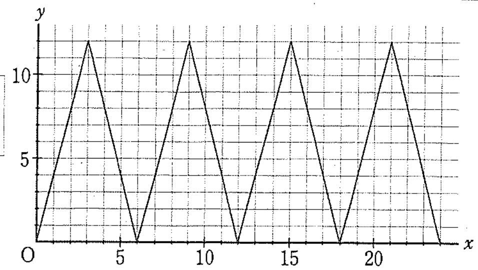
④，⑤，⑥ より，

直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので，

△AEF ≡ △ACF

4

〔問 1〕(1)　5



〔問 1〕(2)　【 途中の式や計算など 】　10

〔解答例〕

[1] $0\leqq x<3$ のとき，

$EP=4x$，$EQ=2x$，$CR=12-2x$，$CS=12-3x$

であるから，$EP+EQ=CR+CS$ であるとき，

$4x+2x=(12-2x)+(12-3x)$

よって，$11x=24$　すなわち，$x=\dfrac{24}{11}$ であり，

これは，$0\leqq x<3$ を満たす。

[2] $3\leqq x\leqq4$ のとき，

$EP=12-4(x-3)$，$EQ=2x$，

$CR=12-2x$，$CS=12-3x$

であるから，$EP+EQ=CR+CS$ であるとき，

$12-4(x-3)+2x=(12-2x)+(12-3x)$

よって，$3x=0$　すなわち，$x=0$ であり，

これは，$3\leqq x\leqq4$ を満たさない。

[1]，[2] より，

$EP+EQ=CR+CS$ となるのは $\dfrac{24}{11}$ 秒後。

（答え）$\dfrac{24}{11}$ 秒後

〔問 2〕	2 回，$108\sqrt{2}$ cm²	5
〔問 3〕	$\dfrac{256}{3}$ cm³	5