

1

次の各問に答えよ。

〔問1〕  $(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 - \frac{\sqrt{27} - 12}{\sqrt{3}}$  を計算せよ。〔問2〕 連立方程式 
$$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ \frac{x}{6} - \frac{y}{4} = \frac{9}{8} \end{cases}$$
 を解け。〔問3〕 2次方程式  $(x+4)^2 - 6(x+4) + 7 = 0$  を解け。

〔問4〕 1から6までの目が出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げる。

大きいさいころの出た目の数を  $a$ 、小さいさいころの出た目の数を  $b$  とするとき、 $a + 2b$  の値が3で割り切れる確率を求めよ。

ただし、大小2つのさいころはともに、1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問5〕 右の図は、

点  $O$  を中心とした半径  $OA$  のおうぎ形  $OAB$  について  
 線分  $OA$  と線分  $OB$  の中点をそれぞれ  $C$ 、 $D$  とし、  
 点  $O$  を中心とした半径  $OC$  のおうぎ形  $OCD$  を描いたもの  
 である。

点  $P$  は  $\widehat{AB}$  上の点で、点  $A$ 、点  $B$  のいずれにも一致しない。

点  $O$  と点  $P$  を結び、線分  $OP$  と  $\widehat{CD}$  の交点を  $Q$  とし、

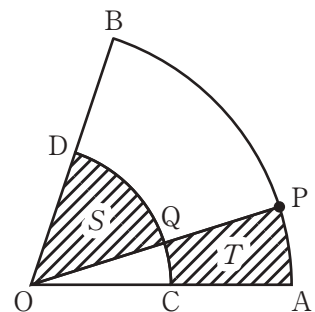
おうぎ形  $OQD$  の面積を  $S$ 、

おうぎ形  $OAP$  からおうぎ形  $OCQ$  を除いた部分の  
 面積を  $T$  とする。

$S = T$  となるような点  $P$  を、解答欄の図をもとに、  
 定規とコンパスを用いて作図によって求め、

点  $P$  の位置を示す文字  $P$  も書け。

ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。



2

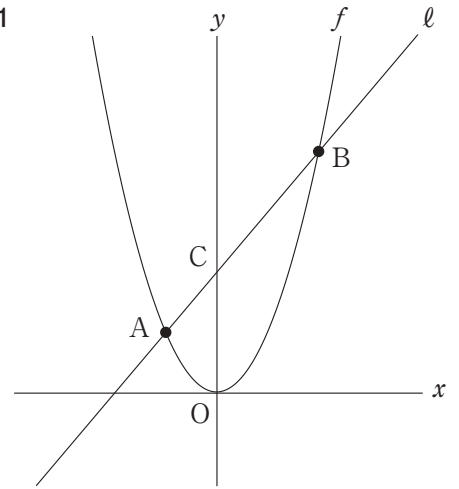
右の図1で、点Oは原点、曲線 $f$ は関数 $y = x^2$ のグラフ、直線 $l$ は関数 $y = mx + n$  ( $m \neq 0, n \geq 0$ )のグラフを表している。

曲線 $f$ と直線 $l$ は異なる2点で交わり、2つの交点のうち、 $x$ 座標が小さい方をA、大きい方をBとする。

直線 $l$ と $y$ 軸との交点をCとする。

原点Oから点(1, 0)までの距離、および原点Oから点(0, 1)までの距離をそれぞれ1 cmとして、次の各問に答えよ。

図1



[問1]  $m$ を正の数とする。

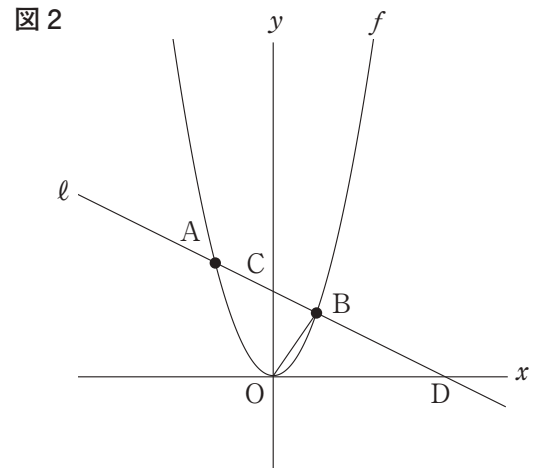
$-2 \leq x \leq 4$ のときの、

曲線 $f$ と直線 $l$ のそれぞれにおける

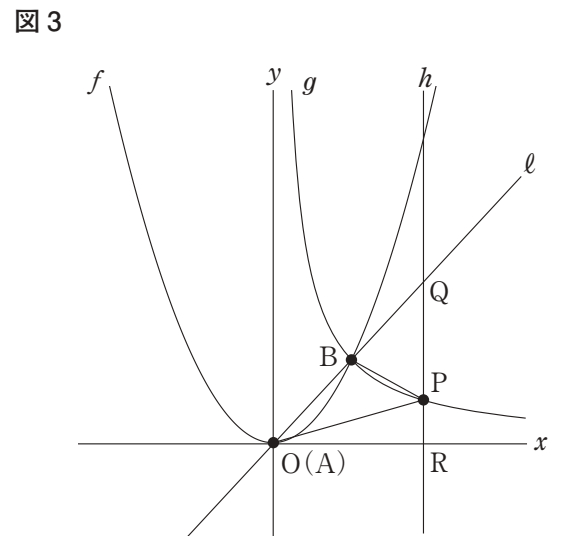
$y$ の変域が等しくなるとき、

点Cの座標を求めよ。

[問2] 右の図2は、図1において、  
 $m = -\frac{1}{2}$ とし、点Aの $x$ 座標が負の数、  
 点Bの $x$ 座標が正の数であるとき、  
 直線 $\ell$ と $x$ 軸との交点をDとし、  
 点Oと点Bを結んだ場合を表している。  
 ( $\triangle OBD$ の面積) : ( $\triangle OBC$ の面積) = 3 : 1  
 となるとき、直線 $\ell$ の式を求めよ。  
 ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が  
 分かるように、途中の式や計算なども書け。



[問3] 右の図3は、図1において、  
 点Aが点Oに一致し、点Bの $x$ 座標が正の数であり、  
 点Bを通る関数  $y = \frac{a}{x}$  のグラフ ( $x > 0, a > 0$ ) を  
 $g$ とし、曲線 $g$ 上に点Bより $x$ 座標が大きい点Pを  
 とり、点Pを通り $y$ 軸に平行な直線 $h$ を引き、  
 直線 $h$ と直線 $\ell$ の交点をQ、  
 直線 $h$ と $x$ 軸との交点をRとし、  
 点Oと点P、点Bと点Pをそれぞれ結んだ場合を  
 表している。  
 点B、点Pともに  
 $x$ 座標と $y$ 座標がいずれも正の整数であり、  
 点Pの $y$ 座標は1より大きい場合を考える。  
 $\triangle OPR$ の面積が $4 \text{ cm}^2$ であるとき、  
 $\triangle BPQ$ の面積は何 $\text{ cm}^2$ か。



3

右の図1で、 $\triangle ABC$ は頂点A, B, Cがこの順に反時計回りに並び、 $AB = AC$ で、頂角が鋭角の二等辺三角形である。

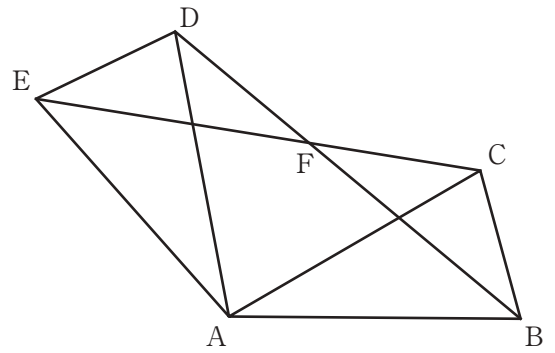
頂点Aを回転の中心とし、 $\triangle ABC$ を反時計回りに回転させて $\triangle ADE$ を作る。

ただし、 $\angle BAE$ の大きさは $\angle BAC$ の2倍より大きく $180^\circ$ 以下である。

$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ において、頂点Bと頂点D、頂点Cと頂点Eをそれぞれ結び、線分BDと線分CEの交点をFとする。

次の各問に答えよ。

図1



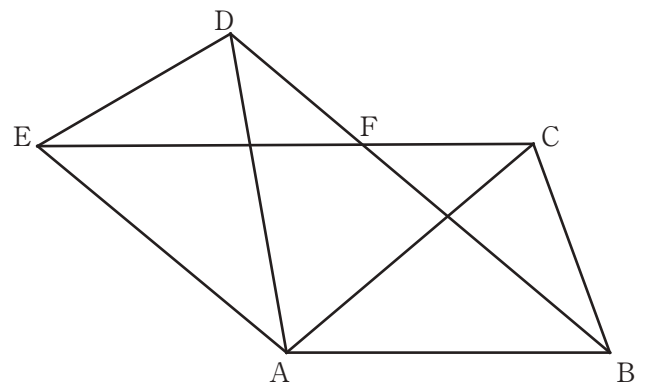
〔問1〕 図2は図1において、

$AB \parallel EC$ である場合を表している。

$\angle BAC = 40^\circ$ とするとき、

$\angle CAD$ の大きさは何度か。

図2



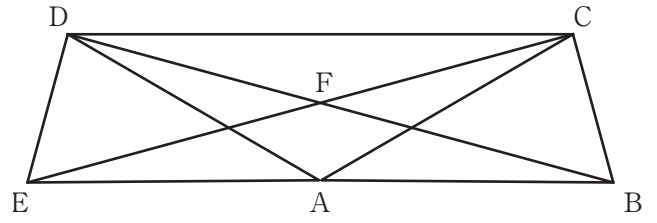
〔問2〕 図1において、

$\triangle BCF \equiv \triangle EDF$ であることを証明せよ。

〔問3〕 右の図3は、図1において3つの頂点  
 B, A, Eが一直線上にあり、  
 頂点Cと頂点Dを結び、  
 BE // CDとした場合を表している。

AB = 2 cm,  $\angle BAC = 30^\circ$  であるとき、  
 四角形BCDEの面積は何  $\text{cm}^2$  か。

図3



4

右の図1は  $A_0A_1 = A_0A_2 = 10$  cm,  
 $A_1A_2 = 12$  cm の二等辺三角形の紙を表している。

3辺  $A_1A_2$ ,  $A_2A_0$ ,  $A_0A_1$  の中点を  
 それぞれ  $B$ ,  $C$ ,  $D$  とし,  
 点  $B$  と 点  $C$ , 点  $C$  と 点  $D$ , 点  $D$  と 点  $B$  を  
 それぞれ点線で結ぶ。

図2で示した立体は, 図1の三角形を点線で  
 折って組み立ててできる立体で,

点  $A_0$ , 点  $A_1$ , 点  $A_2$  が一致する点を  $A$  とし,  
 辺  $BC$  上にあり, 頂点  $B$ ,  $C$  のいずれにも  
 一致しない点を  $P$  とした場合を表している。

次の各問に答えよ。

[問1] 右の図3は図2において,  
 点  $P$  と 頂点  $D$  を結んだ場合を表している。  
 $\angle CDP = \angle BDP$  であるとき,  
 線分  $CP$  の長さは何 cm か。

図1

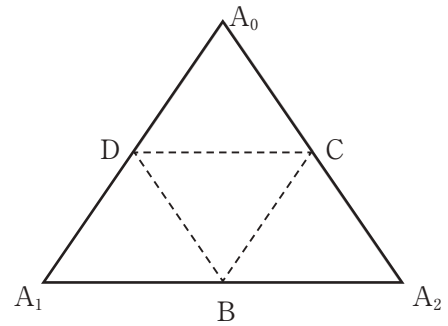


図2

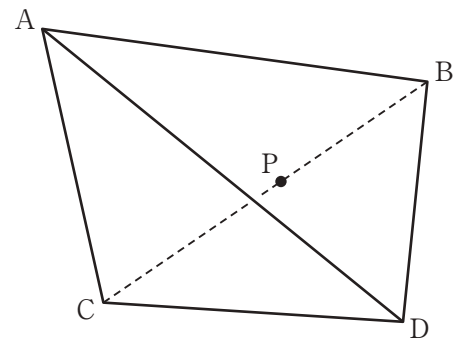
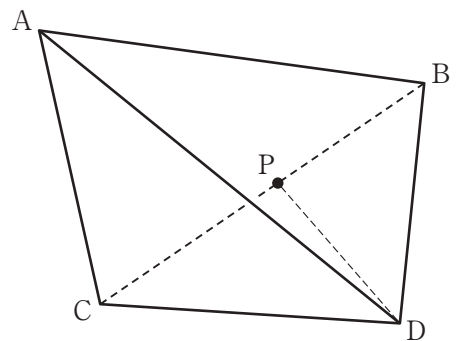
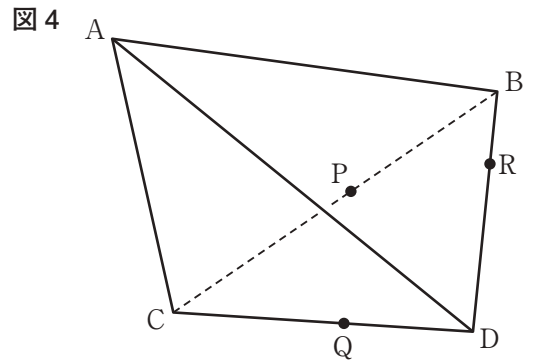


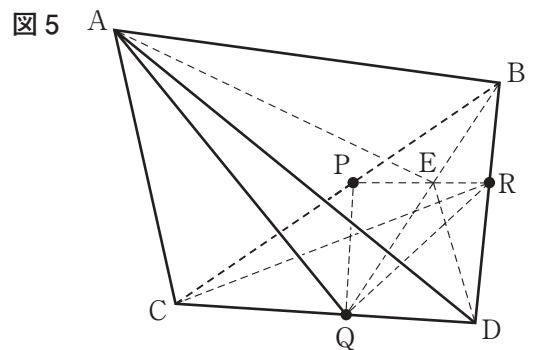
図3



右の図4は図2において、  
 辺CD上にあり、  
 頂点C、Dのいずれにも一致しない点をQ、  
 辺BD上にあり、  
 頂点B、Dのいずれにも一致しない点をR  
 とした場合を表している。

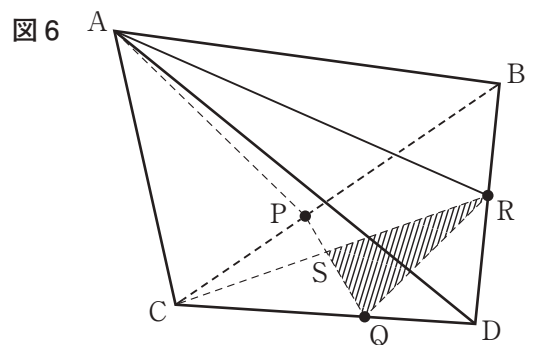


[問2] (1) 右の図5は図4において、  
 $CP = CQ = 3 \text{ cm}$  であり、  
 頂点Bと点Q、点Pと点Rを結び、  
 その交点をEとし、  
 頂点Aと点Q、頂点Aと点E、  
 頂点Cと点R、頂点Dと点E、  
 点Pと点Q、点Qと点R  
 をそれぞれ結んだ場合を表している。



$\triangle PQR$  と  $\triangle PCR$  の面積が等しいとき、  
 立体AQDEの体積は何  $\text{cm}^3$  か。  
 ただし、答えだけでなく、  
 答えを求める過程が分かるように、  
 途中の式や計算なども書け。

(2) 図6は図4において、  
 $CQ : QD = 2 : 1$  であり、  
 頂点Aと点P、頂点Aと点R、  
 点Pと点Q、点Qと点R、  
 点Rと頂点Cをそれぞれ結び、  
 線分RCと線分PQの交点をS  
 とした場合を表している。  
 $AR + RC = k$ ,  $AP + PQ = \ell$   
 とする。  
 $k$ ,  $\ell$  の値がそれぞれ  
 最も小さくなるように  
 点P, Rを動かしたとき、  
 $\triangle QRS$  の面積は何  $\text{cm}^2$  か。



1		配点
[問 1]	5	5
[問 2]	$x = \frac{3}{2}, y = -\frac{7}{2}$	5
[問 3]	$x = -1 \pm \sqrt{2}$	5
[問 4]	$\frac{1}{3}$	5
[問 5] 解答例		5

※    の欄には、記入しないこと

小計	1	小計	2	小計	3	小計	4
	25		25		25		25

2		配点
[問 1]	$(0, \frac{16}{3})$	7
[問 2] 解答例	【途中の式や計算など】	10
<p>点 B の座標を <math>(b, b^2)</math> と表す。 (<math>b &gt; 0</math>)                  点 B から <math>x</math> 軸, <math>y</math> 軸にそれぞれ垂線を引き,  <math>x</math> 軸, <math>y</math> 軸との交点をそれぞれ E, F とする。                  (<math>\triangle OBD</math> の面積) : (<math>\triangle OBC</math> の面積) = 3 : 1 より                  DB : BC = 3 : 1 から                  DB : DC = 3 : 4 より                  BE : CO = 3 : 4                  よって, 点 C の座標は <math>(0, \frac{4}{3}b^2)</math> と表せる。                  直線 <math>l</math> の傾きが <math>-\frac{1}{2}</math> より, FB : CF = 2 : 1 から  <math>(b-0) : (\frac{4}{3}b^2 - b^2) = 2 : 1</math>  <math>\frac{2}{3}b^2 = b</math>  <math>2b^2 - 3b = 0</math>  <math>b(2b - 3) = 0</math>  <math>b \neq 0</math> より <math>b = \frac{3}{2}</math>                  よって, C(0, 3) より, 直線 <math>l</math> の式は  <math>y = -\frac{1}{2}x + 3</math></p>		
(答え) $y = -\frac{1}{2}x + 3$		
[問 3]	6 $\text{cm}^2$	8

3		配点
[問 1]	60 度	7
[問 2] 解答例	【証明】	10
<p><math>\triangle BCF</math> と <math>\triangle EDF</math> において,                  対頂角は等しいから  <math>\angle BFC = \angle EFD</math> …… ①  <math>\triangle ABC</math> と <math>\triangle ADE</math> は合同だから  <math>BC = ED</math> …… ②                  また, <math>AB = AC = AD = AE</math> であり,  <math>B, C, D, E</math> は点 A を中心とする                  一つの円の周上にあるから,                  円周角の定理を用いて  <math>\angle CBF = \angle DEF</math> …… ③                  ① ③ および                  三角形の内角の和は <math>180^\circ</math> であるから,                  残りの角も等しいので  <math>\angle BCF = \angle EDF</math> …… ④                  ② ③ ④ より                  一組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから  <math>\triangle BCF \equiv \triangle EDF</math></p>		
[問 3]	$(2 + \sqrt{3}) \text{cm}^2$	8

4		配点
[問 1]	$\frac{30}{11} \text{cm}$	7
[問 2] 解答例	(1) 【途中の式や計算など】	10
<p><math>\triangle PQR</math> と <math>\triangle CPR</math> の面積が等しく,                  PR が共通より <math>PR \parallel CD</math> が成り立つ。                  よって, <math>BE : EQ = BP : PC = 2 : 3</math> …… ①                  また, <math>CQ = 3 \text{cm}</math> より,                  点 Q は CD の中点であり,  <math>\triangle BCD</math> は <math>BC = BD</math> の二等辺三角形より,  <math>\angle BQC = 90^\circ</math> であるから,  <math>BQ^2 = BC^2 - CQ^2 = 16</math>                  よって, <math>BQ = 4 \text{cm}</math>                  また, <math>\angle AQC = 90^\circ</math>, <math>AQ = 4 \text{cm}</math> である。                  辺 AB 上に <math>\angle QHA = 90^\circ</math> となるように                  点 H をとると, 三平方の定理から,  <math>QH = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7} \text{cm}</math>                  よって, <math>\triangle QAB = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{7} = 3\sqrt{7} \text{cm}^2</math>                  ① より, <math>\triangle AQE = 3\sqrt{7} \times \frac{3}{5} = \frac{9\sqrt{7}}{5}</math>                  DQ は <math>\triangle AQE</math> に垂直だから,                  立体AQDEの体積は  <math>\triangle AQE \times DQ \times \frac{1}{3} = \frac{9\sqrt{7}}{5} \times 3 \times \frac{1}{3}</math>  <math>= \frac{9\sqrt{7}}{5} \text{cm}^3</math></p>		
(答え) $\frac{9\sqrt{7}}{5} \text{cm}^3$		
[問 2]	(2) 2 $\text{cm}^2$	8
合計得点		
100		