数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　計算が必要なときは，この問題用紙の余白を利用しなさい。

5　解答は全て解答用紙に**ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

6　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。また，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。**

7　**円周率は π を用いなさい。**

8　解答は，解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい。**

9　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい解答を書きなさい。

10　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい。**

11　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $x = \dfrac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}}$ ，$y = \dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}}$ のとき，$x^2 - xy + y^2$ の値を求めよ。

〔問 2〕 連立方程式 $\begin{cases} \dfrac{x+2}{3} - \dfrac{y-1}{4} = -2 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$ を解け。

〔問 3〕 $\sqrt{2020n}$ が整数となるような 9999 以下の自然数 n の個数を求めよ。

〔問 4〕 1 から 6 までの目が出る大小 1 つずつのさいころを同時に 1 回投げる。

大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，

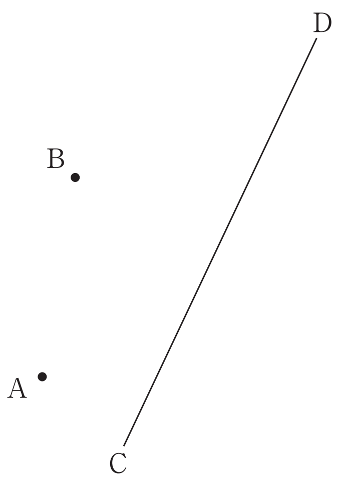
$\dfrac{3b}{a}$ の値が整数となる確率を求めよ。

ただし，大小 2 つのさいころはともに，1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問 5〕 下の図のように 2 点 A，B と線分 CD がある。

解答欄に示した図をもとにして，線分 CD 上に $\angle APB = 30°$ となる点 P を，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点 P の位置を示す文字 P も書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

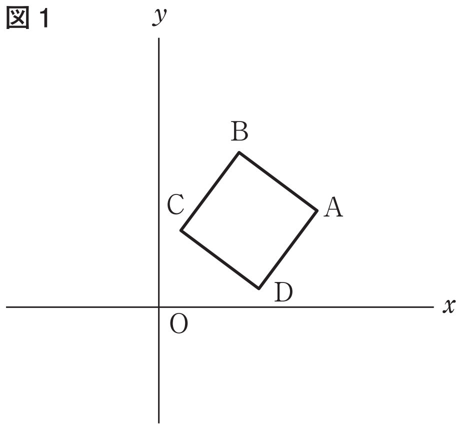


2 右の**図 1** で，点Oは原点，四角形 ABCD は正方形である。

頂点 A の座標を（8，5），頂点 B の座標を（4，8），頂点 D の座標を（5，1）とする。

原点から点（1，0）までの距離，および原点から点（0，1）までの距離をそれぞれ 1 cm として，次の各問に答えよ。

図 1

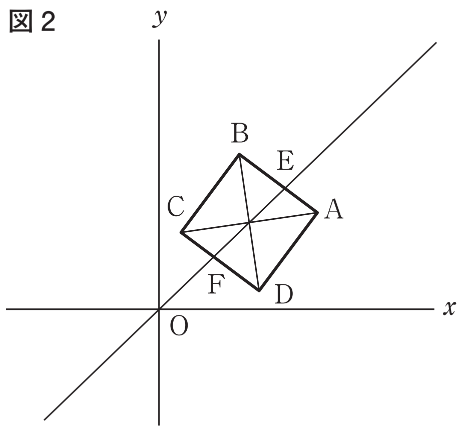


〔問 1〕 2 点 A，C を通る直線の式を求めよ。

〔問 2〕 右の**図 2** は，**図 1** において，四角形 ABCD の対角線 AC と対角線 BD の交点と原点 O を通る直線を引き，辺 AB，辺 CD との交点をそれぞれ E，F とした場合を表している。

台形 AEFD の面積は何 cm^2 か。

図 2



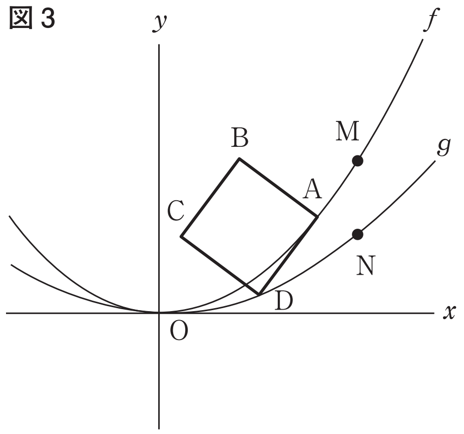
〔問 3〕 右の**図 3** は，**図 1** において，頂点 A を通る関数 $y = ax^2$ のグラフを曲線 f，頂点 D を通る関数 $y = bx^2$ のグラフを曲線 g，曲線 f 上の点を M，曲線 g 上の点を N とし，点 M と点 N の x 座標が等しい場合を表している。

点 M と点 N の x 座標を s とする。

点 M の y 座標と点 N の y 座標の差が $\dfrac{61}{9}$ であるとき，s の値を求めよ。

ただし，$s > 0$ とする。

図 3



〔問 4〕　右の**図 4** は，**図 1** において，

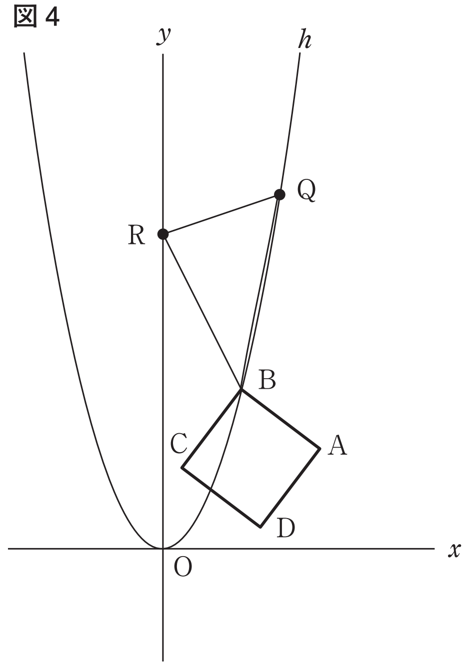
頂点 B を通る関数 $y = cx^2$ のグラフを曲線 h とし，曲線 h 上にあり，x 座標が 6 である点を Q，y 軸上にあり，y 座標が t である点を R とし，頂点 B と点 Q，点 Q と点 R，点 R と頂点 B をそれぞれ結んだ場合を表している。

ただし，$t > 0$ とする。

△BQR が直角三角形となるときの t の値をすべて求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図 4

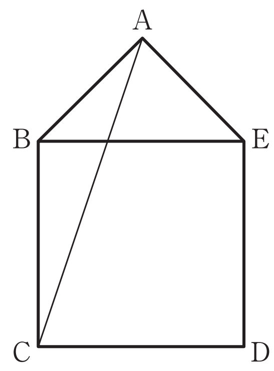


3 右の**図 1** で，四角形 BCDE は，1 辺が 2 cm の正方形，$\triangle$ABE は，AB = AE = $\sqrt{2}$ cm の直角二等辺三角形である。

頂点 A と頂点 C を結ぶ。

次の各問に答えよ。

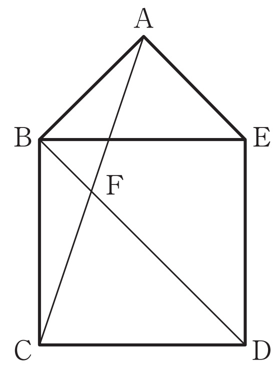
図 1



〔問 1〕 右の**図 2** は，**図 1** において，頂点 B と頂点 D を結び，線分 BD と線分 AC の交点を F とした場合を表している。

線分 BF の長さは何 cm か。

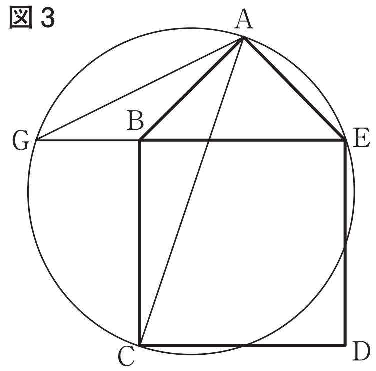
図 2



〔問 2〕 右の**図 3** は，**図 1** において，3 点 A，C，E を通る円をかき，線分 BE を B の方向に延ばした直線と円との交点を G として，頂点 A と点 G を結んだ場合を表している。

$\triangle$ABC ∽ $\triangle$GBA であることを証明せよ。

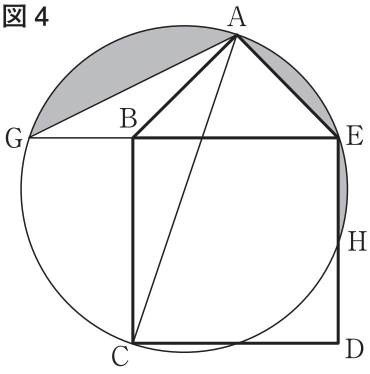
図 3



〔問 3〕　右の**図 4** は，**図 3** において，辺 ED と円の交点のうち，点 E と異なる点を H とし，円周と弦 AG，円周と弦 AE，円周と弦 EH でそれぞれ囲まれた 3 つの部分に色をつけた場合を表している。

色をつけた 3 つの部分の面積の和は何 cm^2 か。

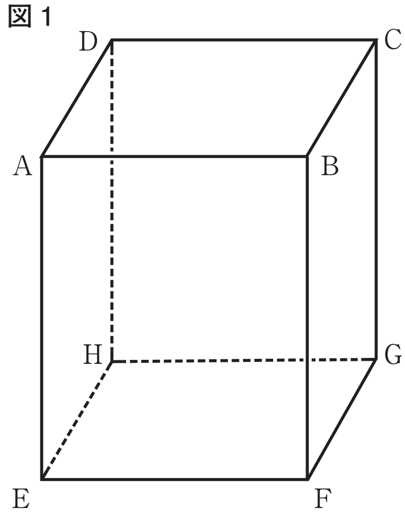
図 4



4 右の**図 1** に示した立体 ABCD − EFGH は，AB = 40 cm，AD = 30 cm，AE = 50 cm の直方体である。

次の各問に答えよ。

図 1



〔問 1〕 **図 1** において，頂点 D と頂点 F を結び，頂点 B から線分 DF に引いた垂線と線分 DF との交点を I とする。

線分 BI の長さは何 cm か。

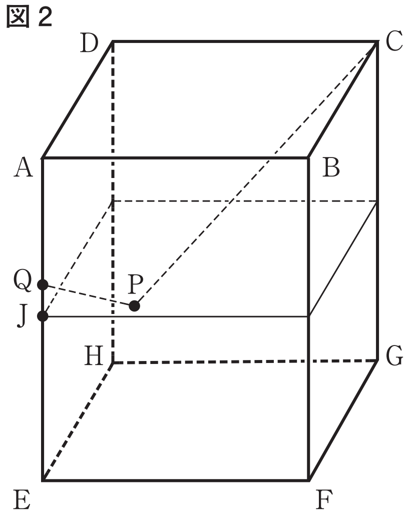
〔問 2〕 右の**図 2** は，**図 1** において，辺 AE 上に AJ = 25 cm となるように点 J をとり，点 J を通り，面 ABCD に平行な平面上の点を P とし，辺 AE 上に AQ = 20 cm となるように点 Q をとり，頂点 C と点 P，点 P と点 Q をそれぞれ結んだ場合を表している。

ただし，点 P は立体 ABCD − EFGH の内部にある。

CP + PQ = ℓ cm とする。

ℓ の値が最も小さくなる場合の ℓ の値を求めよ。

図 2



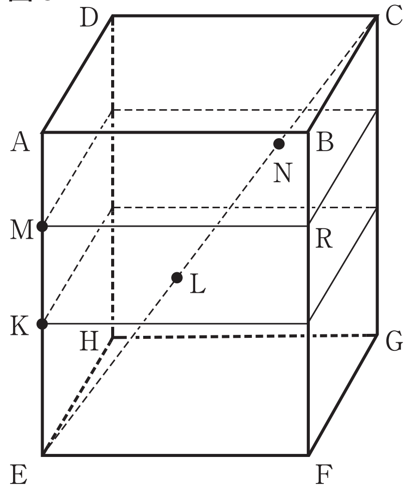
〔問 3〕 右の**図 3** は，**図 1** において，

頂点 C と頂点 E を結び，辺 AE 上に AK = 30 cm となるように点 K をとり，点 K を通り，面 ABCD に平行な平面と線分 CE との交点を L とし，辺 AE 上に AM = 15 cm となるように点 M をとり，点 M を通り，面 ABCD に平行な平面と線分 CE との交点を N とし，点 M を通り，面 ABCD に平行な平面と辺 BF との交点を R とした場合を表している。

点 R と点 L，点 R と点 M，点 R と点 N，点 L と点 M，点 M と点 N をそれぞれ結んでできる立体 LMNR の体積は何 cm^3 か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図 3



＊受検番号欄は裏面にもあります。

(2—立)

解答用紙　数　学

マーク・解答上の注意事項

1　受検番号欄は、ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）を使って、◯の中を正確に塗りつぶすこと。

2　記入した内容を直すときは、きれいに消して、消しくずを残さないこと。

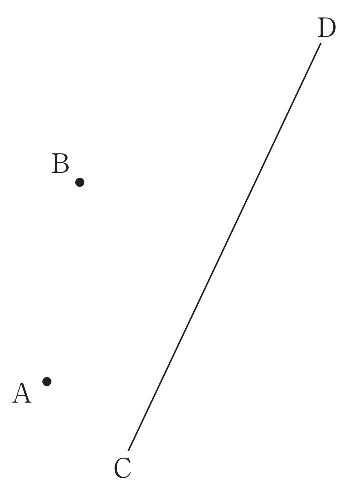
3　決められた欄以外にマークしたり、記入したりしないこと。

良い例	悪い例
●	線　小さい　はみ出し 丸囲み　レ点　うすい

受	検	番	号			
0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

1

〔問1〕	
〔問2〕	$x =$　　　　,　$y =$
〔問3〕	個
〔問4〕	
〔問5〕	



2

〔問1〕	
〔問2〕	cm^2
〔問3〕	$s =$
〔問4〕	【　途中の式や計算など　】

（答え）　$t =$

解答用紙　**数　学**

受検番号						

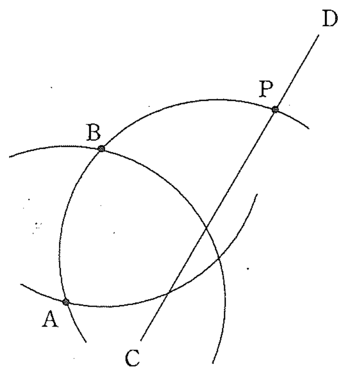
3	
〔問 1〕	cm
〔問 2〕	【 証　明 】
〔問 3〕	cm^2

4	
〔問 1〕	cm
〔問 2〕	$\ell =$
〔問 3〕	【 途中の式や計算など 】 （答え）　cm^3

正 答 表　　　　# 数 学

1

		点
[問 1]	4	5
[問 2]	$x=-5$, $y=5$	5
[問 3]	4 個	5
[問 4]	$\frac{5}{9}$	5
[問 5]		5



2

		点
[問 1]	$y=\frac{1}{7}x+\frac{27}{7}$	5
[問 2]	$\frac{25}{2}$ cm^2	5
[問 3]	$s=\frac{40}{3}$	5
[問 4]	【 途中の式や計算など 】	10

$y=cx^2$ のグラフは点 B を通るから　$8=c\times4^2$

ゆえに，$c=\frac{1}{2}$

$y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=6$ を代入すると　$y=18$

ゆえに，Q$(6, 18)$

点 B を通り x 軸に平行な直線と，点 Q を通り y 軸に平行な直線の交点を E とするとき，△ BQE は直角三角形になり，$BE=6-4=2$，$QE=18-8=10$ だから，三平方の定理より

$BQ^2=BE^2+QE^2=2^2+10^2=104$

点 R を通り x 軸に平行な直線と，点 Q を通り y 軸に平行な直線の交点を F とするとき，△ QRF は直角三角形になり，$RF=6$，$QF=18-t$ または $QF=t-18$ だから $QF^2=(t-18)^2$

三平方の定理より

$QR^2=RF^2+QF^2=6^2+(t-18)^2=t^2-36t+360$

点 B を通り x 軸に平行な直線と，y 軸との交点を G とするとき，△ RBG は直角三角形になり，$BG=4$，$RG=t-8$ または $RG=8-t$ だから $RG^2=(t-8)^2$

三平方の定理より

$RB^2=BG^2+RG^2=4^2+(t-8)^2=t^2-16t+80$

三平方の定理の逆より，△ BQR が直角三角形となるのは次の 3 通りである。

(ｱ) BQ が斜辺のとき　$BQ^2=QR^2+RB^2$ が成り立てばよいから

$104=(t^2-36t+360)+(t^2-16t+80)$

$t^2-26t+168=0$

$(t-12)(t-14)=0$

ゆえに $t=12, 14$

(ｲ) QR が斜辺のとき　$QR^2=RB^2+BQ^2$ が成り立てばよいから

$t^2-36t+360=(t^2-16t+80)+104$

ゆえに $t=\frac{44}{5}$

(ｳ) RB が斜辺のとき　$RB^2=BQ^2+QR^2$ が成り立てばよいから

$t^2-16t+80=104+(t^2-36t+360)$

ゆえに $t=\frac{96}{5}$

(ｱ)～(ｳ)より t の値は

(答え)　$t=\frac{44}{5}$，12，14，$\frac{96}{5}$

3

		点
[問 1]	$\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm	7
[問 2]	【 証 明 】	11

頂点Cと頂点Eを結ぶ。

△ABEと△BCEは直角二等辺三角形であるから

$\angle ABE=\angle BEC=45°$

よって，錯角が等しいから　AB∥EC

△ABC と △GBA において，

AB∥EC より 平行線の錯角は等しいから，

$\angle BAC=\angle ACE$ ……①

$\overset{\frown}{AE}$ に対する円周角より，

$\angle ACE=\angle BGA$ ……②

①，②より，$\angle BAC=\angle BGA$ ……③

また，　$\angle ABC=90°+45°=135°$

$\angle GBA=180°-45°=135°$

よって，　$\angle ABC=\angle GBA$ ……④

③，④より，2 組の角がそれぞれ等しいから，

△ABC ∽ △GBA

		点
[問 3]	$\frac{5\pi-12}{4}$ cm^2	7

4

		点
[問 1]	$25\sqrt{2}$ cm	7
[問 2]	$\ell=10\sqrt{34}$	7
[問 3]	【 途中の式や計算など 】	11

線分 EC を対角線とする四角形 AEGC を考える。

△ ADC において，

$AC^2=AD^2+DC^2=30^2+40^2=2500$

$AC>0$ より，　$AC=50$

$AE=50$ であるから，四角形 AEGC は正方形となる。

△ AEC は，$AC=50$，$AE=50$ の直角二等辺三角形であるから，△ MEN も直角二等辺三角形であり，$AM=15$ であるから，

$MN=ME=AE-AM=50-15=35$

点 M を通り底面に平行な平面と辺 CG との交点を S とすると，△ MRS は，$MR=40$，$SR=30$，$MS=50$ の直角三角形である。

よって，△ MNR において，辺 MR を底辺とすると高さは，$SR\times\frac{MN}{MS}=30\times\frac{35}{50}=21$

$MR=40$ であるから，△ MNR の面積は

$\frac{1}{2}\times40\times21=420$

よって，立体 LMNR の体積は，△ MNR を底面とすると高さが，$MK=AK-AM=30-15=15$ であるから　$\frac{1}{3}\times420\times15=2100$

(答え)　2100 cm^3

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4	合 計 得 点
25	25	25	25	100