数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，**6** ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は **50** 分で，終わりは**午前 11 時 00** 分です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に**ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，**根号の中を最も小さい自然数にしなさい**。

6　答えは，解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい**。

7　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

8　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の　の中を正確に塗りつぶしなさい**。

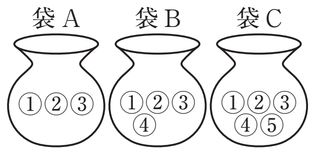
9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $\dfrac{1}{\sqrt{3}}\left(2-\dfrac{5}{\sqrt{3}}\right)-\dfrac{(\sqrt{3}-2)^2}{3}$ を計算せよ。

〔問 2〕 連立方程式 $\begin{cases} \dfrac{4x+y-5}{2}=x+0.25y-2 \\ 4x+3y=-6 \end{cases}$ を解け。

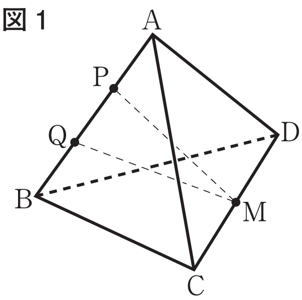
〔問 3〕 右の図のように，３つの袋 A，B，C があり，
袋 A の中には 1，2，3 の数字が１つずつ書かれた 3 個の玉が，
袋 B の中には 1，2，3，4 の数字が１つずつ書かれた 4 個の玉が，
袋 C の中には 1，2，3，4，5 の数字が１つずつ書かれた 5 個の玉が入っている。



３つの袋 A，B，C から同時に玉をそれぞれ１つずつ取り出す。
このとき，取り出した３つの玉に書かれた数の和が 7 になる確率を求めよ。
ただし，３つの袋それぞれにおいて，どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問 4〕 右の**図 1** に示した立体 ABCD は，１辺の長さが 6 cm の正四面体である。
辺 AB 上にある点を P，Q，辺 CD 上にある点を M とする。
点 P と点 M，点 Q と点 M をそれぞれ結ぶ。
AP = 2 cm，BQ = 2 cm，CM = 3 cm とするとき，
次の (1)，(2) に答えよ。

図 1

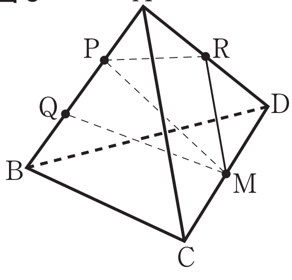


(1) 右の**図 2** は**図 1** において，平面 ABM 上にある辺 AB および点 P，点 Q を表している。
解答欄に示した図をもとにして，**図 1** の平面 ABM 上にある △PQM を定規とコンパスを用いて作図せよ。
また，頂点 M の位置を示す文字 M も書け。
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図 2

(2) 右の**図 3** は**図 1** において，辺 AD 上に点 R をとり，
点 P と点 R，点 R と点 M をそれぞれ結んだ場合を表している。
PR + RM = ℓ cm とする。
ℓ の値が最も小さくなるとき，ℓ の値を求めよ。

図 3

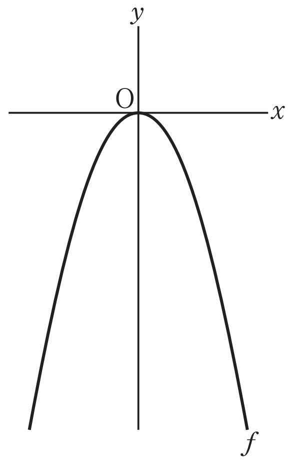


2 右の**図1**で，点Oは原点，曲線fは関数$y = -\frac{1}{2}x^2$のグラフを表している。

原点から点（1, 0）までの距離，および原点から点（0, 1）までの距離をそれぞれ1cmとする。

次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕　関数$y = -\frac{1}{2}x^2$において，

xの変域が$-2 \leqq x \leqq 4$であるとき，

yの最大値から最小値を引いた値を求めよ。

〔問2〕　右の**図2**は**図1**において，x軸上にあり，

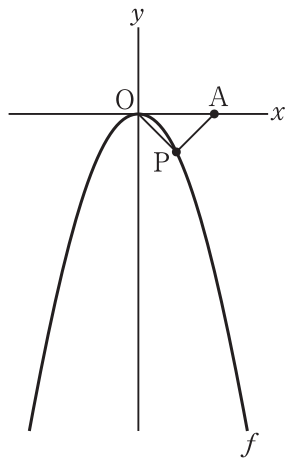
x座標が正の数である点をA，曲線f上にあり，

x座標が正の数である点をPとし，点Oと点P，

点Aと点Pをそれぞれ結んだ場合を表している。

OP = PAのとき，次の(1)，(2)に答えよ。

図2



(1)　∠OPA = 90°であるとき，OPの長さは何cmか。

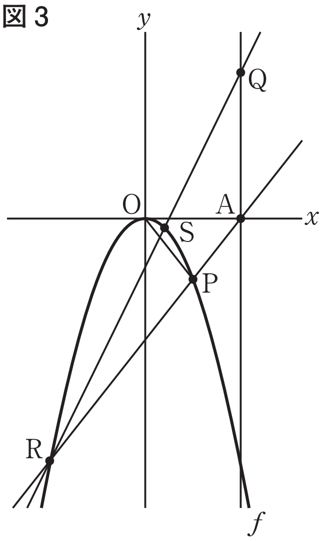
ただし，答えだけではなく，答えを求める過程がわかるように，途中の式や計算なども書け。

(2)　右の**図 3** は**図 2** において，点 A を通り x 軸に垂直な直線上にある点で，y 座標が $\frac{15}{2}$ である点を Q，直線 AP と曲線 f との交点のうち，点 P と異なる点を R，点 Q と点 R を通る直線と曲線 f との交点のうち点 R と異なる点を S とした場合を表している。

RS : SQ ＝ 3 : 2

であるとき，点 P の x 座標を求めよ。

図 3



3 右の**図 1** において，△ABC は，∠BAC が鈍角で，AB = AC の二等辺三角形である。

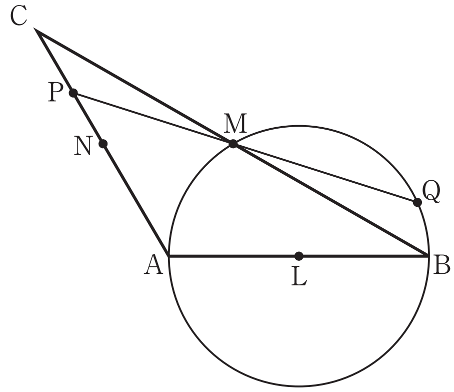
辺 AB，BC，CA の中点をそれぞれ L，M，N とする。

点 P は線分 CN 上にある点で，頂点 C と点 N のいずれにも一致しない。

点 Q は線分 AB を直径とする円と直線 PM との交点のうち M と異なる点である。

次の各問に答えよ。

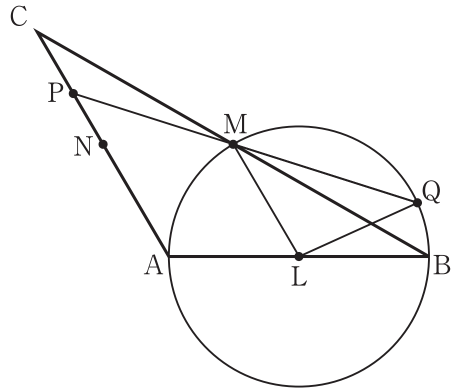
図 1



〔問 1〕 右の**図 2** は，**図 1** において，点 M と点 L，点 L と点 Q をそれぞれ結んだ場合を表している。

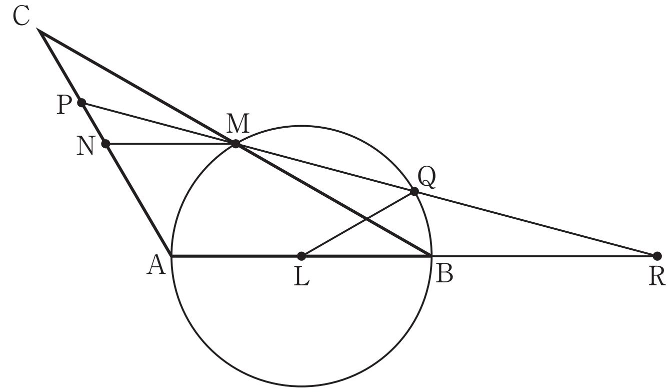
∠MLQ = 96° のとき，∠APM の大きさは何度か。

図 2



〔問2〕　右の**図3**は，**図1**において，
直線PQと直線ABの交点をRとし，
点Lと点Q，点Mと点Nをそれぞれ
結んだ場合を表している。
次の(1)，(2)に答えよ。

図3



(1)　∠PMC ＝ ∠PMN であるとき，
△CPM ∽ △LQR
であることを次のように証明した。
[　]の部分では，∠PCM ＝ ∠QLR を示している。
[　]に当てはまる証明の続きを解答欄に書き，この証明を完成させなさい。

証明

△CPM と △LQR において

はじめに，∠PMC ＝ ∠QRL であることを示す。
仮定より
∠PMC ＝ ∠PMN　…　①
また，△ABC において点 M と点 N はそれぞれ辺 BC，辺 AC の中点である。
したがって，中点連結定理より
MN // AB
よって
MN // AR
平行線の同位角は等しいので
∠PMN ＝ ∠QRL　…　②
①，②より
∠PMC ＝ ∠QRL　…　(ア)

次に，∠PCM ＝ ∠QLR であることを示す。
ここで，∠PMC ＝ ∠a とおく。

したがって
∠PCM ＝ ∠QLR　…　(イ)

(ア)，(イ)より，2組の角がそれぞれ等しいので，
△CPM ∽ △LQR　**終**

(2)　**図3**において，CP ＝ PN，∠BAC ＝ 120°，AB ＝ 8 cm であるとき，
線分 PR は何 cm か。

4 右の**図1**に示した立体 ABCD－EFGH は，１辺の長さが 2 cm の立方体である。

立方体 ABCD－EFGH において，線分 AE を A の方向に伸ばした直線上にあり，AE ＝ AO となる点を O とする。

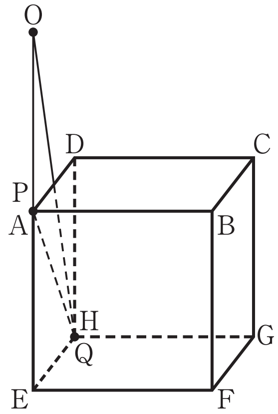
点 P は，頂点 A を出発し，正方形 ABCD の辺上を頂点 A，B，C，D，A，B，C，…の順に通り，毎秒 1 cm の速さで動く点である。

点 Q は，点 P が頂点 A を出発するのと同時に頂点 H を出発し，正方形 EFGH の辺上を頂点 H，E，F，G，H，E，F，…の順に通り，毎秒 2 cm の速さで動く点である。

点 O と点 P，点 P と点 Q，点 Q と点 O をそれぞれ結ぶ。

点 P が頂点 A を出発してからの時間を t 秒とする。

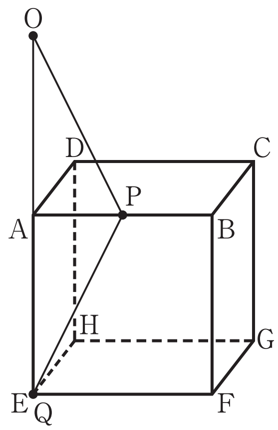
図1



例えば，**図2**は**図1**において，$t = 1$ のときの点 P，点 Q の位置を表している。

次の各問に答えよ。

図2



〔問1〕 t は 7 以下の自然数とする。

直線 PQ が直線 OE とねじれの位置にあるときの t の値をすべて求めよ。

〔問2〕 円周率を π とする。

$t = 2$ のとき，△OPQ を直線 OE を軸として１回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か。

ただし，答えだけではなく，答えを求める過程が分かるように，図や途中の式などもかけ。

〔問3〕 $t = 3$ のとき，点 O，点 P，点 Q，点 F の４点を頂点とする立体 OPQF と立方体 ABCD－EFGH が重なる部分の体積を $V cm^3$，立方体 ABCD－EFGH の体積を $W cm^3$ とする。

V は W の何倍か。

正答表　数学

マーク・解答上の注意事項

1　受検番号欄は、HB又はBの鉛筆（シャープペンシルも可）を使って、〇の中を正確に塗りつぶすこと。

2　記入した内容を直すときは、きれいに消して、消しくずを残さないこと。

3　決められた欄以外にマークしたり、記入したりしないこと。

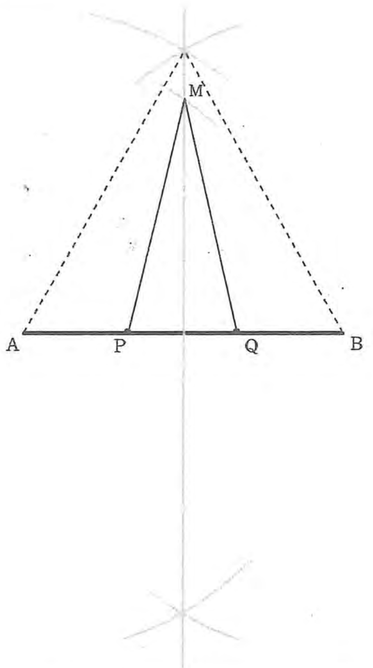
良い例	悪い例		
●	線	小さい	はみ出し
	丸囲み	レ点	うすい

※受検番号欄は裏面にもあります。

受	検	番	号

1

		点
[問 1]	$-4+2\sqrt{3}$	5
[問 2]	$x=\frac{3}{2}$　，　$y=-4$	5
[問 3]	$\frac{11}{60}$	5
[問 4] (1)	【 作 図 】	5



			点
[問 4]	(2)	$\ell=\sqrt{31}$	5

2

		点
[問 1]	8	7
[問 2] (1)	【 途中の式や計算など 】	10

点Pの x 座標を p とすると

点Pの y 座標は $-\frac{1}{2}p^2$ である。

OP=PA であるから，

△OPA は直角二等辺三角形である。

よって，

$\angle AOP=45°$

このとき，点Pの x 座標と y 座標の絶対値は等しくなるから

$\frac{1}{2}p^2=p$

よって

$p^2-2p=0$

$p>0$ であるから

$p=2$

したがって

$P(2,-2)$

よって

$OP=\sqrt{2^2+(-2)^2}$
$=2\sqrt{2}$

（答え）　$2\sqrt{2}$　cm

			点
[問 2]	(2)	$\frac{5}{2}$	8

3

		点
[問 1]	42　度	7
[問 2] (1)	【 証 明 】	10

次に，$\angle PCM=\angle QLR$ であることを示す。

ここで，$\angle PMC=\angle a$ とおく。

仮定より

$\angle CMN=2\angle PMC$

すなわち

$\angle CMN=2\angle a$

MN∥AR より、平行線の同位角は等しいので

$\angle CMN=\angle CBA$

また、△ABC は二等辺三角形なので

$\angle CBA=\angle BCA$

よって

$\angle BCA=2\angle a$

すなわち

$\angle PCM=2\angle a$　…　③

対頂角は等しいので

$\angle PMC=\angle QMB=\angle a$

円周角の定理より

$\angle QMB=\frac{1}{2}\angle QLB$

したがって

$\angle QLB=2\angle QMB=2\angle a$

すなわち

$\angle QLR=2\angle a$　…　④

③，④より

$\angle PCM=\angle QLR$

したがって

$\angle PCM=\angle QLR$　…　(イ)

			点
[問 2]	(2)	$6\sqrt{7}$　cm	8

4

		点
[問 1]	$t=3,4,6,7$	7
[問 2]	【 図や途中の式など 】	10

△OAP を直線 OE を軸として

1回転させてできる円すいの体積を V_1 cm³ とする。

正方形 AEQP を直線 OE を軸として

1回転させてできる円柱の体積を V_2 cm³ とする。

△OEQ を直線 OE を軸として

1回転させてできる円すいの体積を V_3 cm³ とする。

$V_1=\frac{1}{3}\times\pi\times AP^2\times OA$
$=\frac{8}{3}\pi$

$V_2=\pi\times EQ^2\times PQ$
$=8\pi$

$V_3=\frac{1}{3}\times\pi\times EQ^2\times OE$
$=\frac{16}{3}\pi$

よって，求める体積は，

$V_1+V_2-V_3=\frac{8}{3}\pi+8\pi-\frac{16}{3}\pi$
$=\frac{16}{3}\pi$

（答え）　$\frac{16}{3}\pi$　cm³

		点
[問 3]	$\frac{1}{8}$　倍	8