

2020年度

[数 学] 問 題

注 意 事 項

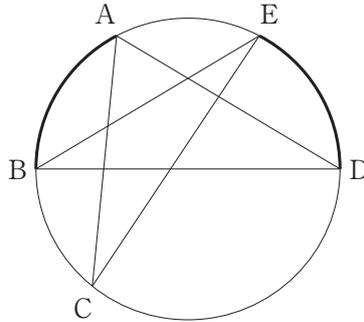
1. 問題用紙および解答用紙は、試験開始の合図があるまで開かないでください。
2. 解答はすべて解答用紙の所定の欄に記入してください。
3. 受験番号および氏名は解答用紙の所定の欄に記入してください。
4. 定規、コンパス等の作図道具および計算機の使用は禁止です。
5. 問題用紙は1ページから9ページまでです。

1 次の問に答えなさい。

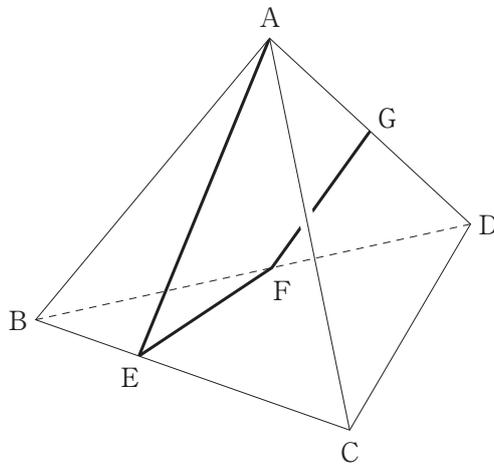
(問 1) $(2x - 5)(x + 1) - (x + \sqrt{7})(x - \sqrt{7})$ を因数分解しなさい。

(問 2) $x = \frac{1}{5}$, $y = -\frac{1}{4}$ のとき, $(2x^2 + 4xy)^2 \div \left(\frac{6x + 9y}{15} - \frac{2x + 6y}{10} \right)$ の値を求めると, $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ の値と一致します。素数 a と b の値を求めなさい。

(問 3) 図のように, 円周上の点 A, B, C, D, E を頂点とする星型の図形があります。
 $\angle ACE$ の大きさを求めなさい。ただし, 線分 BD は円の中心を通り $\angle DBE = 31^\circ$, $\widehat{AB} = \widehat{ED}$ とします。



(問 4) 図のような正四面体 ABCD があります。点 G は辺 AD の中点です。辺 BC 上に点 E, 辺 BD 上に点 F を, $AE + EF + FG$ の長さが最も短くなるようにとります。正四面体の 1 辺の長さが 2 のとき, $AE + EF + FG$ の値を求めなさい。

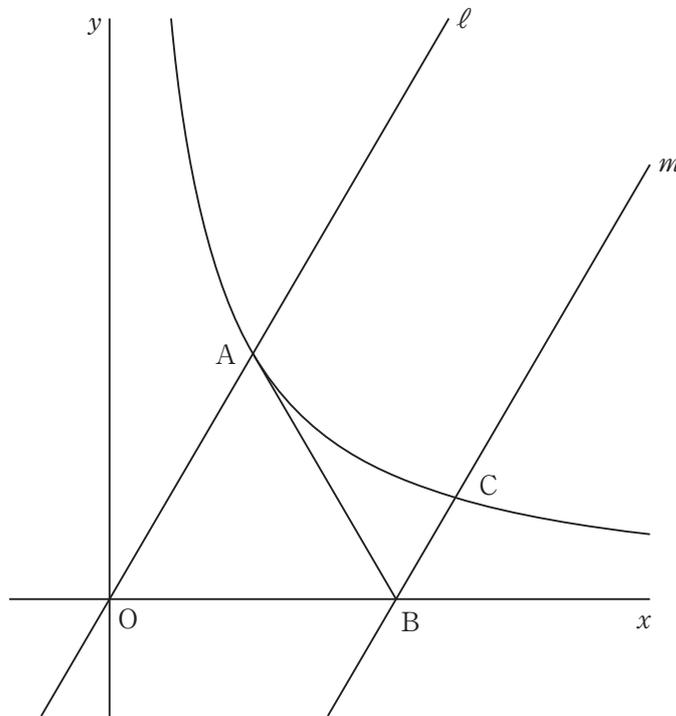


2 図において、点 A は反比例のグラフと直線 ℓ の交点であり、点 B は直線 m と x 軸の交点です。△OAB は正三角形であり、2 直線 ℓ と m は平行です。点 A の座標が $(1, \sqrt{3})$ であるとき、次の問に答えなさい。

(問 1) 直線 m の式を求めなさい。

(問 2) 直線 m と反比例のグラフとの交点のうち、 x 座標が正の方を C とします。

点 C の x 座標を求めなさい。



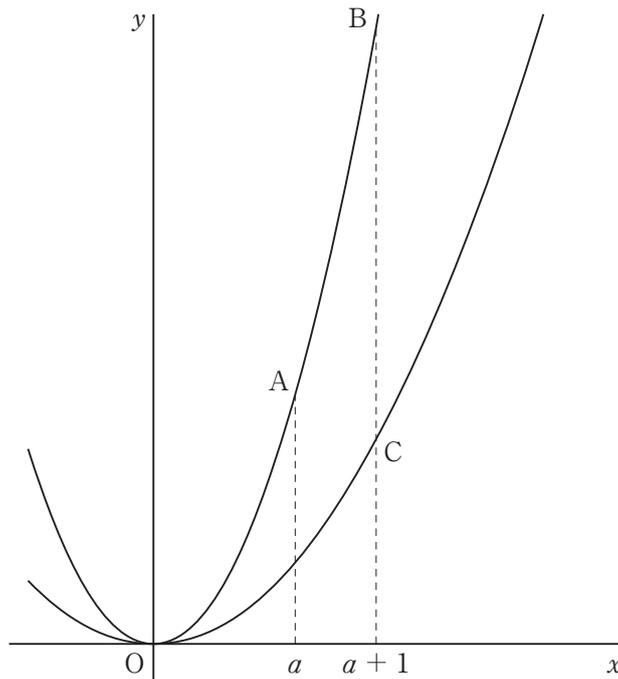
3 図のように、放物線 $y = 2x^2 \cdots \textcircled{1}$, $y = x^2 \cdots \textcircled{2}$ があります。①上には x 座標が a である点 A, x 座標が $a + 1$ である点 B, ②上には x 座標が $a + 1$ である点 C があるとき、次の間に答えなさい。ただし, $a > 0$ とします。

(問 1) 直線 AC の傾きを, a を用いて表しなさい。

点 B を通り, 直線 AC と平行な直線を引き, ②との交点のうち, x 座標が大きい方を D とします。直線 AC の傾きが -2 であるとき, 次の間に答えなさい。

(問 2) 直線 BD の式を求めなさい。

(問 3) 四角形 ACDB の面積を求めなさい。



4 袋の中に、1から5までの数字が1つずつ書かれた5個の球が入っています。袋から球を1個ずつ2回続けて取り出すとき、1回目に取り出した球に書かれた数を a 、2回目に取り出した球に書かれた数を b とします。1回目に取り出した球は、袋に戻さないものとするとき、次の問に答えなさい。

(問 1) x についての1次方程式 $ax + b = 0$ の解が整数となる確率を求めなさい。

(問 2) $a^2 = 4b$ となる確率を求めなさい。

(問 3) x についての2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解が整数となる確率を求めなさい。

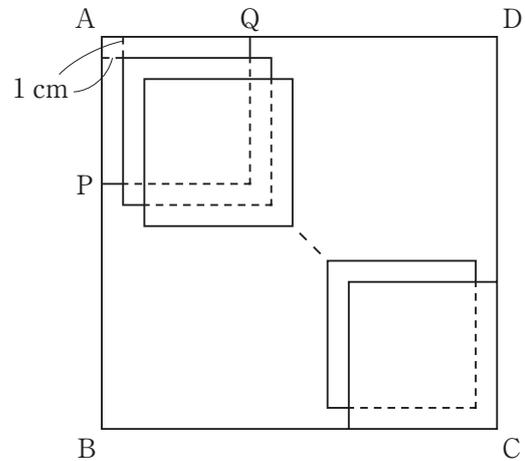
5 正方形の台紙に正方形の色紙を少しずつずらした位置にはって、模様を作ることになりました。

図において、四角形 ABCD は 1 辺の長さが 18 cm の正方形の台紙を示しています。点 P は線分 AB 上の点であり、点 Q は線分 AD 上の点です。AP = AQ = 6 cm とします。

まず、1 辺の長さが 6 cm の正方形の色紙をその 3 つの頂点が A, P, Q の位置にくるように台紙にはります。次に、その位置から右に 1 cm, 下に 1 cm ずつずらした位置に同じ大きさの別の色紙を図のようにはります。同様に、右に 1 cm, 下に 1 cm ずつずらした位置に同じ大きさの別の色紙をはり続け、色紙の右下の頂点が C と一致したとき、はり終わるとします。このとき、次の問に答えなさい。

(問 1) 台紙に色紙をはり終えたとき、はった色紙の枚数を求めなさい。
(答のみ解答)

(問 2) (問 1) のとき、正方形 ABCD は色紙をはった部分と、色紙をはっていない部分とに分けられます。正方形 ABCD のうち、色紙をはった部分の面積を求めなさい。(答のみ解答)



次に、1 辺の長さが a cm の正方形 $A'B'C'D'$ を台紙にした場合を考えます。先ほどと同様にして、1 辺が 6 cm の正方形の色紙を台紙にはり続けるとき、次の問に答えなさい。

ただし、 a は 6 より大きい整数とします。

(問 3) 台紙に色紙をはり終えたとき、はった枚数を n とするとき、 n を a で表しなさい。
(答のみ解答)

(問 4) (問 3) のとき、正方形 $A'B'C'D'$ のうち、色紙をはった部分の面積を S cm²、色紙をはらなかった部分の面積を T cm² とします。 $S : T = 1 : 2$ のとき、 a の値を求めなさい。

【以下余白】

中央大杉並高校 解答

1 (1) $(x-1)(x-2)$ (2) $a=3, b=5$ (3) $\angle ACE = 28^\circ$

(4) $\sqrt{13}$

2 (1) $y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$ (2) $x = 1 + \sqrt{2}$

3 (1) $-a^2 + 2a + 1$ (2) $y = -2x + 40$ (3) $8\sqrt{41} - 32$

4 (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{20}$ (3) $\frac{1}{5}$

5 (1) 13 枚 (2) 168cm^2 (3) $n = a - 5$ (4) $a = 30$