

※解答はすべて解答用紙に記入しなさい。

1 次の①～⑤の計算をしなさい。⑥～⑩は指示に従って答えなさい。

① $-5 + 9$

② $-(3 + 5)$

③ $(a + b) + (a + b)$

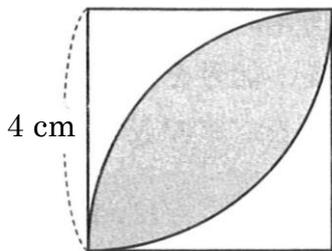
④ $12ab \div \frac{2}{3}a$

⑤ $(\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 3)$

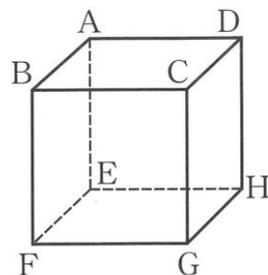
⑥ 方程式 $x^2 - 5x + 2 = 0$ を解きなさい。

⑦ 連立方程式 $\begin{cases} x + 3y = -3 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$ を解きなさい。

⑧ 右の図は、1辺が4 cm の正方形に、おうぎ形を組み合わせた図形である。影をつけた部分の面積を求めなさい。



⑨ 右の図のような立方体について、正しく述べられている文は、ア～エのうちではどれですか。すべて答えなさい。



ア $\triangle ABD$ と $\triangle AEG$ では、 $\triangle ABD$ の方が面積が大きい。

イ $\triangle ABD$ と $\triangle AEG$ では、 $\triangle AEG$ の方が面積が大きい。

ウ 線分 AG と線分 CH では、線分 AG の方が長い。

エ 線分 AG と線分 CH では、線分 CH の方が長い。

⑩ 袋の中に、大きさが等しい赤玉と白玉があわせて400個入っています。これをよくかき混ぜて30個の玉を取り出したところ、赤玉が12個、白玉が18個でした。最初に、袋の中にあつた赤玉の個数はおよそ何個か、推測しなさい。

2 花子さんは、子供会で次のような【ルール】のさいころゲームを企画した。①～③に答えなさい。ただし、さいころの1から6までの目の出方は、同様に確からしいものとする。

【ルール】

- ・大小2つのさいころを同時に投げ、大きいさいころの出た目の数を分母、小さいさいころの出た目の数を分子とする数を x とする。
- ・さいころを投げる前に、 x が分数になるか整数になるかを予想する。
- ・実際にさいころを投げ、予想が当たっていればお菓子がもらえる。

例えば、大きいさいころの出た目の数が3、小さいさいころの出た目の数が6のとき、約分できるので、 $x = 2$ である。

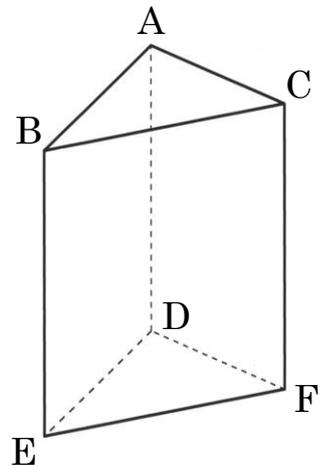
- ① 大きいさいころの出た目の数が2のとき、 x が整数となるのは何通りあるかを求めなさい。
- ② $x = 3$ となる確率を求めなさい。
- ③ x は、整数と分数とではどちらになりやすいか。なりやすい方の確率を求めなさい。

3

数学の授業で立体の体積の求め方について学習した太郎さんは、なぜ、円柱や角柱の体積に $\frac{1}{3}$ をかけると円錐や角錐の体積になるのかに興味をもち、底面が二等辺三角形の三角柱を用いて次のように考えた。①～③に答えなさい。

＜太郎さんの考え方＞

- ・右の図のような $AB=AC$ の二等辺三角形 ABC を底面とする三角柱を考える。
- ・頂点 A から辺 BC に垂線を引き、辺 BC との交点を H とする。
- ・三角柱を2つの立体に分け、2つの立体の体積の和として、三角柱の体積を考える。



- ① 解答欄の点と直線について、点から直線に垂線を引くとき、直線と垂線との交点 P を定規とコンパスを使って作図しなさい。作図に使った線は残しておきなさい。
- ② 太郎さんは、辺 AB , BC の長さがわかると、 $\triangle ABC$ の面積を求めることができる理由を、次のように説明した。[] に $\triangle ABH \equiv \triangle ACH$ の証明を書き、＜説明＞を完成させなさい。

＜説明＞

$\triangle ABH$ と $\triangle ACH$ について、

[]

$\triangle ABH \equiv \triangle ACH$ である。合同な図形では対応する辺は等しいので、 $BH=CH$ となる。このことを利用すると、辺 BC の半分が BH とわかるので、三平方の定理を用いて AH を求め、三角形 ABC の面積を求めることができる。

- ③ 太郎さんは、角錐の体積は角柱の体積の k 倍になるとおいて方程式をつくり、方程式の解が $\frac{1}{3}$ になるかどうか確かめようとした。 $AB=7\text{ cm}$, $BC=10\text{ cm}$, $BE=20\text{ cm}$ のとき、[(1)] ～ [(3)] に適当な数、[(4)] に適当な式を書き入れなさい。

線分 AH の長さは [(1)] cm であるので、底面積は [(2)] cm^2 と求めることができる。よって、三角柱 $ABC - DEF$ の体積は [(3)] cm^3 である。また、[(3)] cm^3 を k 倍したものが、三角錐 $A - DEF$ の体積である。

直線 AH と面 $BEFC$ は垂直であるので、四角錐 $A - BEFC$ の体積は、 k を用いて [(4)] となる。

以上のことより、次のような k についての方程式ができる。

$$\begin{aligned} (\text{三角柱 } ABC - DEF \text{ の体積}) &= (\text{三角錐 } A - DEF \text{ の体積}) + (\text{四角錐 } A - BEFC \text{ の体積}) \\ [(3)] &= k \times [(3)] + [(4)] \end{aligned}$$

この方程式を解くと、 $k = \frac{1}{3}$ となる。

4

花子さんと桃子さんは、直方体の辺の長さの総和と表面積について

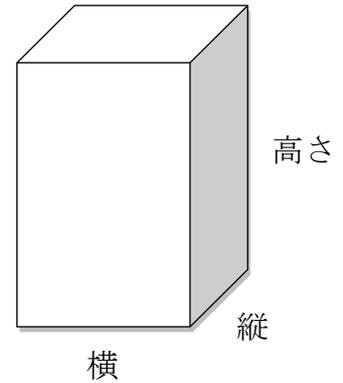
考えた。次の会話をを読んで、①～④に答えなさい。

花子：直方体の縦、横、高さを3つの連続した整数としてみませんか。

桃子：そうですね。そのときの長さの総和を調べてみるわ。

花子：それでは、表面積は私が調べてみるわ。

先生：2人とも、間違えずに計算してね。辺の長さの総和も表面積も式をながめっていると、気づくことがあるよ。



- ① 桃子さんは学校で習った文字式を用いて調べた。 , に適当な数, に適当な式を書き入れなさい。

直方体の辺は全部で 本ある。縦、横、高さをそれぞれ n cm, $(n+1)$ cm, $(n+2)$ cm とする。辺の長さの総和は cm であり、これは横の長さを 倍したものになる。

- ② 花子さんは表面積について調べた。 に適当な数, に適当な式を書き入れなさい。

直方体の面は全部で 面ある。縦、横、高さをそれぞれ n cm, $(n+1)$ cm, $(n+2)$ cm として表面積は cm^2 である。

花子：表面積を求めても何も気づかないわ。

先生：表面積に2を足してみると何かわかるかもしれないよ。

- ③ 先生の話聞いた2人は、②で求めた式を使って、次のことがわかった。 に適当な数, に適当な式を書き入れなさい。

(表面積+2)を計算すると

$$(\text{表面積}+2) = \text{(6)} (\text{(7)})^2 \text{となる。}$$

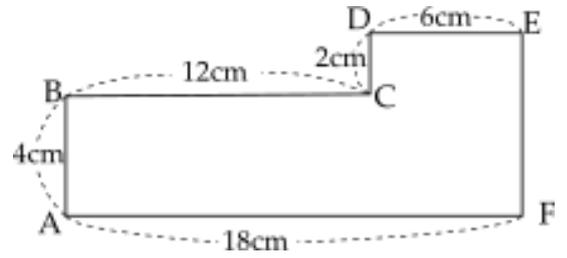
- ④ 縦、横、高さがこの順で、3つの連続した整数である直方体の表面積が 2164 cm^2 であるとき、横の長さを求めなさい。

5

一郎さんと次郎さんは、次のように動く点を結んでできる三角形の面積について考えた。

①～③に答えなさい。

右図のように、 $\angle A = \angle B = \angle D = \angle E = \angle F = 90^\circ$ である六角形 ABCDEF があり、点 P は、点 A を出発して $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$ の順に辺上を毎秒 2 cm の速さで動き、点 E で止まる。一方、点 Q は、点 P と同時に点 A を出発して辺 AF 上を毎秒 3 cm の速さで動き、点 F で折り返して、点 A に戻って止まる。点 P, Q が動き始めてから t 秒後の $\triangle APQ$ の面積を S とする。



< 一郎さんの考え >

【点 P, Q が動き始めてから t 秒後の面積 S 】

(i) 点 P が AB 上にあるとき

t のとりうる値の範囲は $0 \leq t \leq 2$ である。

$AP = \boxed{(1)}$ cm, $AQ = \boxed{(2)}$ cm だから、面積 S は $\boxed{(3)}$ cm^2 と表される。

(ii) 点 P が BC 上にあるとき

t のとりうる値の範囲は $2 < t \leq 8$ であり、

$2 < t \leq 6$ では、 $AQ = \boxed{(2)}$ cm だから、面積 S は $\boxed{(4)}$ cm^2 と表される。

また、 $6 < t \leq 8$ では、 $AQ = \boxed{(5)}$ cm だから、面積 S は $\boxed{(6)}$ cm^2 と表される。

(iii) 点 P が CD 上にあるとき

(iv) 点 P が DE 上にあるとき

t のとりうる値の範囲は $9 < t \leq 12$ である。

AQ を底辺とすると、 AQ の長さは減少し、高さは一定だから、面積 S は減少する。

① $\boxed{(1)}$ ～ $\boxed{(6)}$ に t を使った適当な式を書き入れなさい。

② 下線部について、次郎さんは次のように考えた。 $\boxed{(7)}$ は答えを求めるまでの過程を書きなさい。また、 $\boxed{(8)}$ には t を使った適当な式を書き入れなさい。

< 次郎さんの考え >

(iii) 点 P が CD 上にあるとき

t のとりうる値の範囲は $8 < t \leq 9$ である。

点 P から AF に垂線を引き、AF との交点を H とする。

高さ PH は $\boxed{(7)}$ だから、

面積 S は $\boxed{(8)}$ cm^2 と表される。

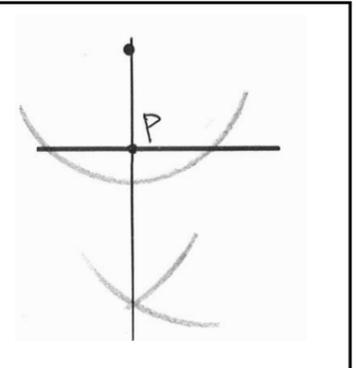
③ 点 P が点 D にあるときの面積 S と同じ面積となるのは、出発して何秒後か。9 秒後以外に 2 つ求めなさい。

数学解答用紙

注意 1 答えに $\sqrt{\quad}$ が含まれるときは、 $\sqrt{\quad}$ をつけたままで答えなさい。また、 $\sqrt{\quad}$ の中の数は、できるだけ小さい自然数にしない。
 2 円周率は π を用いなさい。

1	①	4
	②	15
	③	$2a - b$
	④	$18b$
	⑤	$7 - \sqrt{5}$
	⑥	$x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$
	⑦	$x = 3, y = -2$
	⑧	$8\pi - 16$ (cm ²)
	⑨	イ, ウ
	⑩	160 (個)

2	①	3 (通り)
	②	$\frac{1}{18}$
	③	$\frac{11}{18}$

3	①	
	②	<p>仮定より $AB = AC$ ① $\angle AHB = \angle AHC (= 90^\circ)$ ② 共通なので $AH = AH$ ③</p> <p>①, ②, ③より 直角三角形において、 斜辺と他の1辺が、それぞれ等しいので</p>
	③(1)	$2\sqrt{6}$
	③(2)	$10\sqrt{6}$
	③(3)	$200\sqrt{6}$
	③(4)	$400\sqrt{6}k$

4	①(1)	12
	①(2)	$12n + 12$
	①(3)	12
	②(4)	6
	②(5)	$6n^2 + 12n + 4$

	③(6)	6
	③(7)	$n + 1$
	④	19 (cm)

5	①(1)	$2t$
	①(2)	$3t$
	①(3)	$3t^2$
	①(4)	$6t$
	①(5)	$36 - 3t$
	①(6)	$72 - 6t$
	②(7)	BC間の6秒は、高さが変わらないので、 $2(t-6) = 2t - 12$
	②(8)	$-3t^2 + 54t - 216$
	③	$\frac{9}{2}, \frac{15}{2}$ (秒後)

4 の解答欄は、右上に続く。