2020年度　入学試験問題

数　学

（６０分）

〔注　意〕

① 問題は$\boxed{1}$～$\boxed{4}$までであります。
② 解答用紙はこの問題冊子の間にはさんであります。
③ 解答用紙には受験番号と氏名を必ず記入のこと。
④ 各問題とも解答は解答用紙の所定のところへ記入のこと。

西大和学園高等学校

1 次の各問いに答えよ。

(1) $a = 5-2\sqrt{3}$ のとき，$a^2-10a+25$ の値を求めよ。

(2) x，y を整数とし，$x>y$ をみたすものとする。$x^2=25+y^2$ を満たす整数の組（x，y）をすべて求めよ。

(3) 2 次方程式 $3x^2-ax-b=0$ が 1 と -2 を解にもつとき，定数 a，b の値を求めよ。

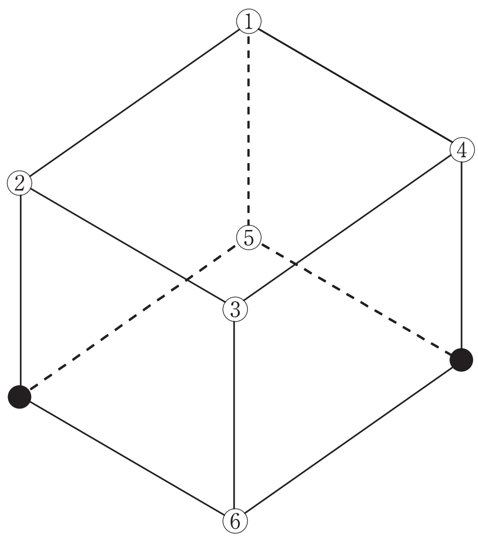
(4) ある試験に受験者の 25 %が合格した。合格者の平均点は，合格基準点より 4 点高く，不合格者の平均点は合格基準点より 8 点低かった。全受験者の平均点が 60 点のとき，この試験の合格基準点は何点かを求めよ。

(5) 下の図のように，番号 1 ～ 6 をつけた 6 つの白玉と 2 つの黒玉を線分で結んだ立方体がある。 ア ～ ウ にあてはまる数を求めよ。

(i) 1 つのさいころを振り，出た目の番号と同じ番号の白玉を黒く塗る。このとき，3 つの黒玉を線分で結んでできる三角形が正三角形となる確率は ア である。

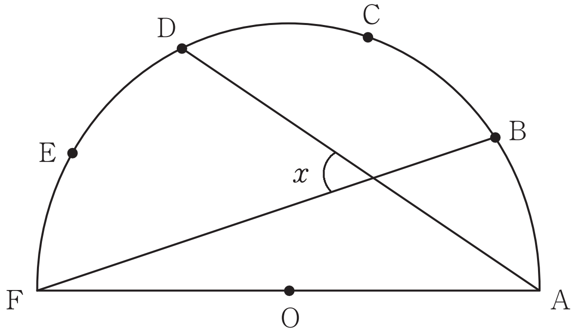
(ii) 同時に 2 つのさいころを振り，出た目の番号と同じ番号の白玉をそれぞれ黒く塗る。ただし，同じ目が出たときは，出た目の番号と同じ番号の白玉を 1 つ塗る。

このとき，すべての黒玉を線分で結んで図形 T を作る。例えば，2 つのさいころの出た目が同じであったとき，図形 T は三角形となる。図形 T が正四面体となる確率は イ ，図形 T が正三角形の面を少なくとも 1 つ含む四面体となる確率は ウ である。



2 次の各問いに答えよ。

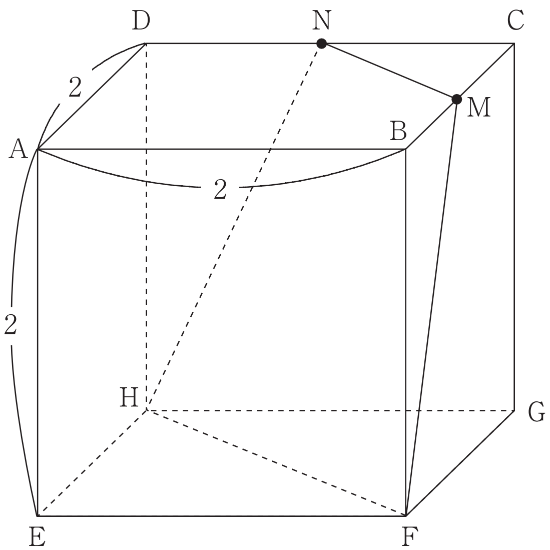
(1) 下の図のように，線分 AF を直径とする半円上に 4 点 B，C，D，E を $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{EF}$ を満たすようにとる。$\angle x$ の大きさを求めよ。



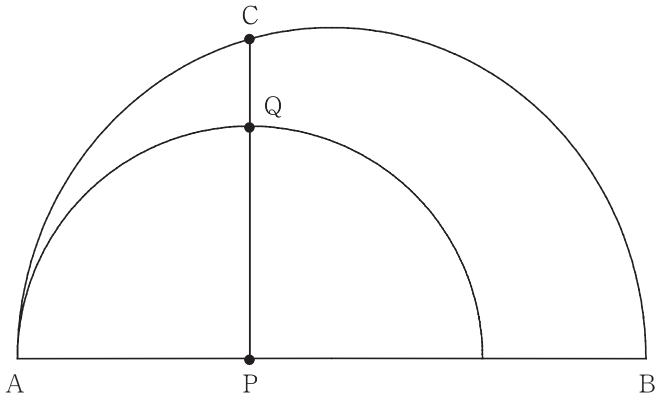
(2) 下の図のように，一辺の長さが 2 である立方体 ABCD − EFGH がある。辺 BC の中点を M，辺 CD の中点を N とする。

（ア）立体 MCN − FGH の体積を求めよ。

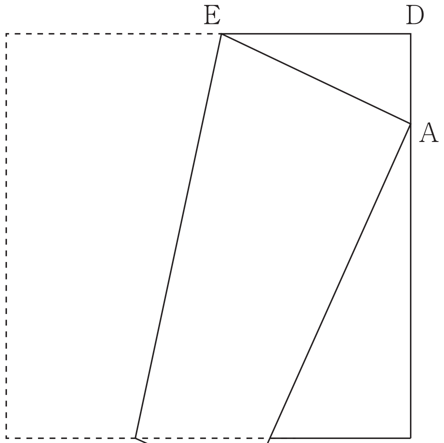
（イ）G から面 MNHF に下ろした垂線の長さを求めよ。



(3)　下の図のように，線分 AB を直径とする半円をかき，線分 AB 上に AP：PB ＝ 4：9 となるような点 P をとる。また，P を通り線分 AB に垂直な直線を引き，半円との交点を C とする。いま，P を中心とし，半径 PA の円をかき線分 PC との交点を Q とするとき，CQ：QP を求めよ。



(4)　下の図のように，正方形 ABCD の紙を，EF を折り目として頂点 A が辺 DC 上にくるように折る。線分 AB と線分 CF との交点を G とするとき，△FBG ∽△EDA となることを証明せよ。



3 下の図のように，y 軸上に点 A$(0,\ 2)$をとり，放物線 $y=3x^2$ 上に x 座標が $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ である点 B をとる。2 点 A，B を通る直線 l と放物線 $y=3x^2$ の交点のうち，点 B でない方を点 C とするとき，次の各問いに答えよ。

(1) 直線 l の式を求めよ。

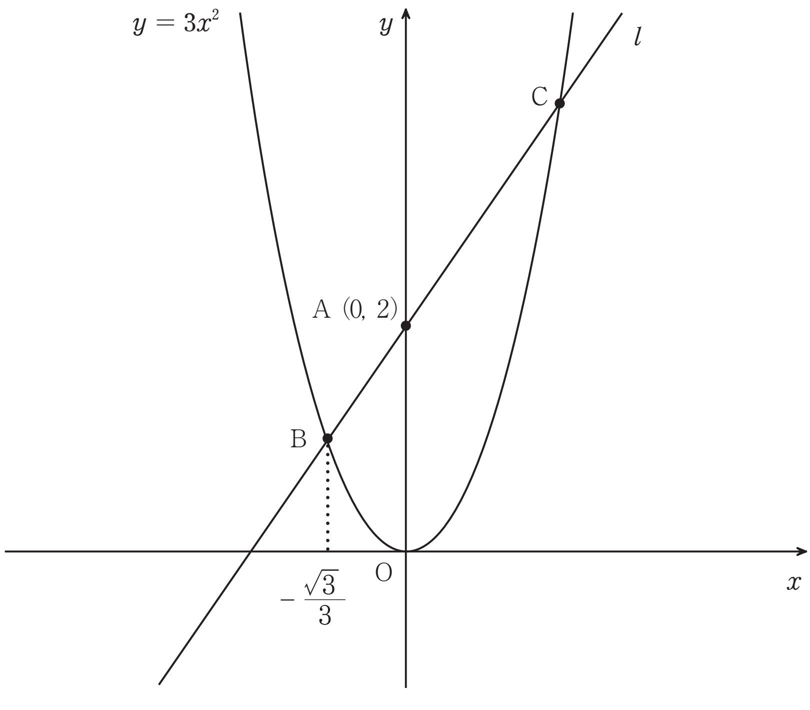
(2) 放物線上に点 P をとったとき，PA＝PB となった。点 P の座標を求めよ。ただし，点 P の x 座標は正とする。

(3) 半直線 AC 上に点 D，放物線上に点 Q をとったとき，△ABP ∽ △DAQ となった。

（ア）点 D の座標を求めよ。

（イ）△ABP と △DAQ の面積比を求めよ。

(4) 四角形 BPQD の面積を求めよ。



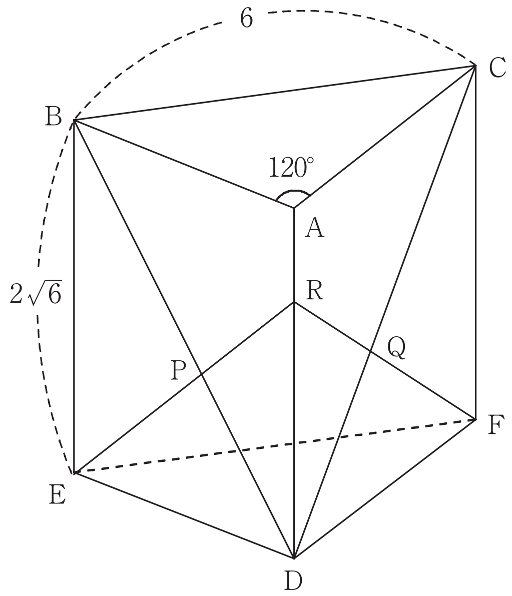
4 下の図において，立体 ABC－DEF は三角柱である。△ABC は AB＝AC，BC＝6，∠BAC＝120° の二等辺三角形で △DEF と合同である。また，四角形ABED，四角形ACFD は長方形で，BE＝$2\sqrt{6}$ である。さらに，辺 AD 上に∠ERF＝90° となるように点 R をとり，線分 ER と線分 BD の交点を P，線分 FR と線分 CD の交点を Q とする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 立体 ABC－DEF の体積を求めよ。

(2) △PBE と △PDR の面積比を求めよ。

(3) 線分 PF の長さを求めよ。

(4) 立体 BCFEPQ の体積を求めよ。



数学大問三

(3)の問題文において、以下の波線部分が抜けておりました。

「半直線 AC 上に点 C と異なる点 D」

したがって、
(3)を単独でみると、2 通りの解答があり、どちらかを答えれば正答としています。

(4)は、(3)の解答のうち、1 つのパターンで四角形 BPQD を作ることができるため、正答は 1 通りであるが、(3)の(ア)の解答欄が 1 つしかなく、受験生に誤解を招いたため、(4)を不問とし、受験生一律に得点を与えています。

2020年度　西大和学園高等学校入学試験

数 学 解 答 用 紙

受験番号	氏名

※の欄には何も書かないこと。

1

(1)	(2)
12	$(x, y)=(13, 12), (5, 0), (13, -12)$

(3)	(4)
$a=-3$, $b=6$	65 点

(5)		
ア $\frac{1}{3}$	イ $\frac{1}{18}$	ウ $\frac{1}{2}$

※

2

(1)	(2)	
$\angle x = 54°$	(ア) $\frac{7}{3}$	(イ) $\frac{4}{3}$

(3)

1 : 2

(4)

（証明）

$\triangle FBG$ と $\triangle EDA$ において、
正方形ABCDを折り返した図だから、
$\angle FBG = \angle EDA = 90° \cdots ①$
$\angle ACG = \angle EAB = 90° \cdots ②$

対頂角は、等しいから、
$\angle FGB = \angle AGC \cdots ③$

②より
$\angle AGC + \angle GAC = 180° - \angle ACG = 90°$
$\angle EAD + \angle GAC = 180° - \angle EAB = 90°$

よって $\angle AGC = \angle EAD \cdots ④$

③、④より、$\angle FGB = \angle EAD \cdots ⑤$

①、⑤より 2組の角がそれぞれ等しいので、
$\triangle FBG \backsim \triangle EDA$

※

3

(1)	(2)
$y=\sqrt{3}x+2$	P $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1\right)$

(3)	
(ア) D $\left(\frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{2}}{2}+2\right)$	(イ) 2 : 1

(4)

$\frac{\sqrt{6}+3\sqrt{3}}{6}$

※

4

(1)	(2)	(3)	(4)
$18\sqrt{2}$	4 : 1	$2\sqrt{5}$	$\frac{28\sqrt{2}}{3}$

※

※

2020年度　入学試験問題
（仙台・東京・東海・高松会場）

数　学

（６０分）

〔注 意〕

① 問題は $\boxed{1}$ ～ $\boxed{4}$ まであります。
② 解答用紙はこの問題冊子の間にはさんであります。
③ 解答用紙には受験番号と氏名を必ず記入のこと。
④ 各問題とも解答は解答用紙の所定のところへ記入のこと。

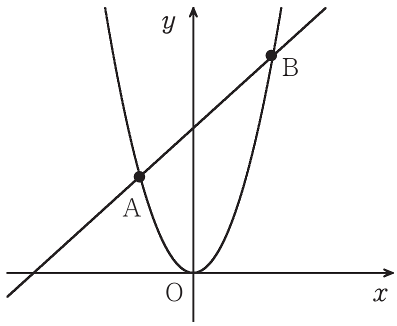
西大和学園高等学校

1 次の各問いに答えよ。

(1)　$x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$，$y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ のとき，x^2+y^2 の値を求めよ。

(2)　大小 2 つのさいころを同時に投げ，出た目をそれぞれ a，b とする。
$\dfrac{18}{ab}$ が整数となる確率を求めよ。

(3)　放物線 $y=x^2$ と傾きが 1 の直線が 2 点 A，B で交わっている。$\mathrm{AB}=2\sqrt{2}$ であるとき，点 A，点 B の x 座標をそれぞれ求めよ。ただし，点 A の x 座標は点 B の x 座標より小さいものとする。

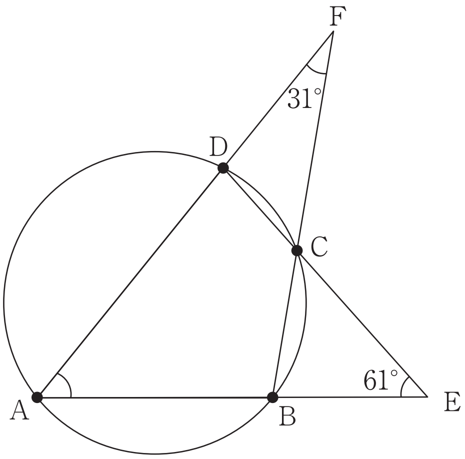


(4)　n を自然数とする。$\sqrt{20n}$ が自然数となるとき，$\sqrt{20n} \leqq 2020$ を満たす n の個数を求めよ。

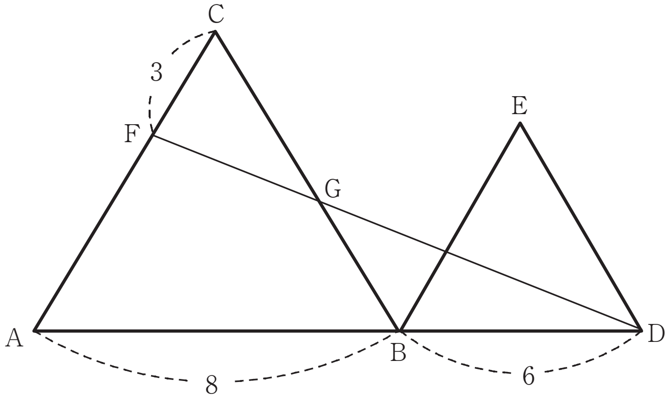
(5)　印刷速度が異なる 2 台の印刷機 A，B がある。いま，印刷機 A を使って 700 枚，印刷機 B を使って 700 枚の印刷物を作る。印刷機 A と印刷機 B が同時に印刷を始めてから t 分たったとき，印刷機 A が印刷した枚数と印刷機 B が印刷する残りの枚数が一致した。このあと印刷機 B は 3 分で印刷を終了し，また印刷機 A が 700 枚印刷するのに要した時間は全部で 9 分 20 秒であった。t の値を求めよ。

2 次の各問いに答えよ。

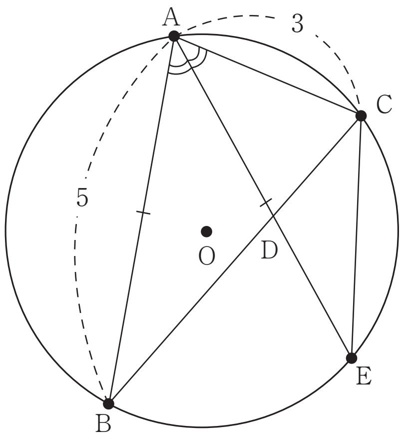
(1) 下の図のように，4 点 A，B，C，D は円周上にあり，直線 AB と直線 DC の交点を E，直線 AD と 直線 BC の交点を F とする。∠EAF の大きさを求めよ。



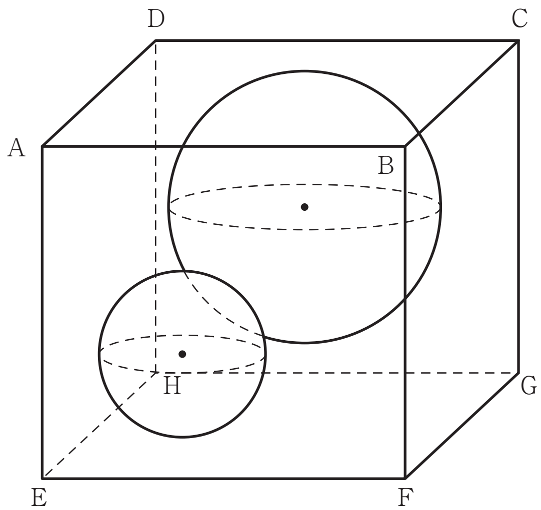
(2) 下の図において，3 点 A，B，D は一直線上にあり，△ABC と △BDE はそれぞれ AB＝ 8 ，BD＝ 6 の正三角形である。また，CF＝ 3 となるように点 F を線分 AC 上にとり，点 F と点 D を結ぶ。線分 FD と線分 CB の交点を点 G とするとき，線分 BG の長さを求めよ。



(3)　下の図のように，円 O の周上に，3 点 A，B，C がある。∠BAC の二等分線を引き，線分 BC との交点を D，円 O との交点を E としたとき，AB＝ 5 ，AC＝ 3，AB＝AE となった。線分 CE の長さを求めよ。



(4)　下の図のように，一辺の長さが 1 の立方体 ABCD－EFGH の内部に半径の比が 1：2 となる 2 つの球があり，2 つの球は外接している。また，半径が小さい方の球は，3 つの面 AEFB，AEHD，EFGH に接し，半径が大きい方の球は，3 つの面 ABCD，BFGC，DHGC に接している。半径が小さい方の球の半径を求めよ。



3　2つの関数

$$y = -x + 2 \cdots\cdots ① \qquad y = mx^2 \cdots\cdots ②$$

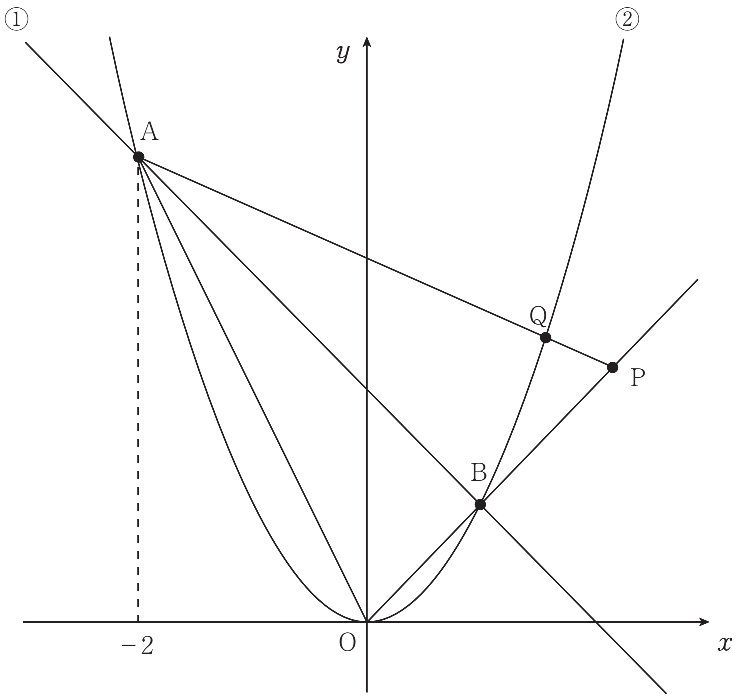
がある。①と②のグラフの交点のうち，x 座標が小さい方の点を A，x 座標が大きい方の点を B とする。点 A の x 座標は -2 である。また，点 O を原点とし，半直線 OB 上に点 P を $\angle OAB = \angle PAB$ となるようにとる。ただし，点 P は点 O と異なるものとする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1)　m の値を求めよ。

(2)　点 P の座標を求めよ。

(3)　直線 AP と②の交点を Q とするとき，△OQA の面積を求めよ。ただし，点 Q は点 A と異なるものとする。

(4)　点 O を通る直線 ℓ が，四角形 OBQA の面積を 2 等分するという。このとき，この直線 ℓ の式を求めよ。



4 　下の図のように，点 O を中心とする半径 1 の円に点 B から接線を引き，接点を A，P とする。また，OA，AB を辺とする長方形 OABC をつくり，線分 BP と線分 OC の交点を Q とする。このとき，次の各問いに答えよ。

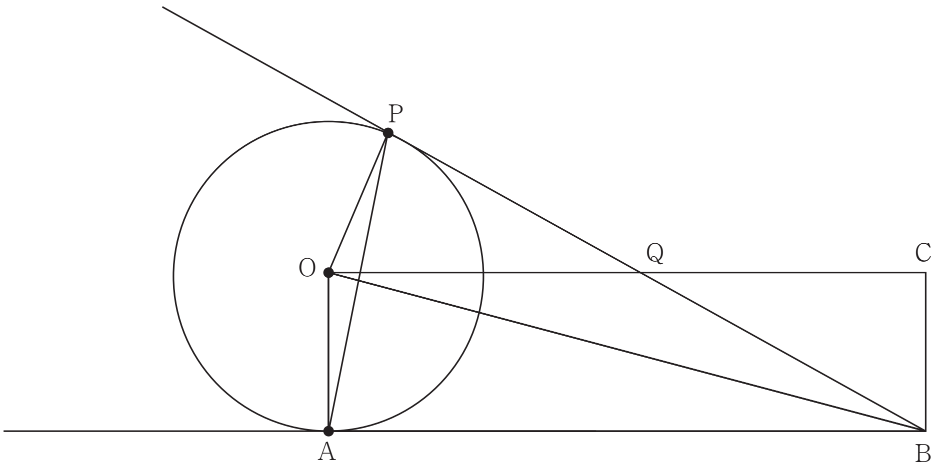
(1)　$\triangle OPQ \equiv \triangle BCQ$ を証明せよ。

以下，$AB = 2\sqrt{2}$ とする。

(2)　線分 PQ の長さを求めよ。

(3)　線分 PA と線分 OB の交点を M，線分 OB の中点を N とする。線分 MN の長さを求めよ。

(4)　線分 PN と線分 OQ の交点を R とするとき，線分 PR の長さを求めよ。



2020年度　西大和学園高等学校入学試験

数学解答用紙

受験番号	氏名
	解答例

※の欄には何も書かないこと。

1

(1)	(2)	(3)	※
10	$\frac{1}{3}$	A: $-\frac{1}{2}$　B: $\frac{3}{2}$	

(4)	(5)
202 個	t = 4

2

(1)	(2)	※
∠EAF = 44°	$\frac{10}{3}$	

(3)	(4)
$\sqrt{10}$	$\frac{3-\sqrt{3}}{6}$

3

(1)	(2)	※
m = 1	P(2 , 2)	

(3)	(4)
$\frac{21}{4}$	$y = -\frac{49}{2}x$

4

(1) ※

(証明)

△OPQと△BCQについて.

∠OPQは. 直線QPが円の接線で、

OPは円の中心から接点Pにおろした

垂線であるので. ∠OPQ = 90°

∠BCQは四角形OABCが長方形であるから

∠BCQ = 90°

従って　∠OPQ = ∠BCQ (= 90°) …①

OPとBCはそれぞれ円の半径、長方形の一辺の

長さであるから.

OP = BC = 1 …②

対頂角は等しいので ∠OQP = ∠BQC …③

三角形の内角の大きさの和は180°であるから、

①より

∠QOP = 180° − ∠OQP − ∠OPQ

　= 90° − ∠OQP

∠QBC = 180° − ∠BQC − ∠BCQ

　= 90° − ∠BQC

③とあわせて　∠QOP = ∠QBC …④

①②,④より. 一組の辺の長さと. その両端の角の大きさ

がそれぞれ等しいので

△OPQ ≡ △BCQ　//

(2)	(3)	(4)
$\frac{7\sqrt{2}}{8}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{21}{23}$

※