高

令和２年度（2020年度）

高等学校入学試験問題

数　学

（60分）

注　意

「始め」の合図があるまでは問題を開いてはいけません。

1　「始め」という合図で始め，「やめ」という合図ですぐにやめなさい。
2　問題は１ページから６ページまでです。
3　解答を始める前に，まず，解答用紙に氏名を記入しなさい。次に，受験番号（５桁(けた)）を記入し，下のマーク欄の ⬭ を塗りつぶしなさい。
4　解答は，記述式のみである。すべて解答用紙に記入しなさい。
5　質問や用があるときは，声を出さずに静かに手をあげなさい。
　問題の内容についての質問は受け付けません。
6　分度器，定規，コンパス，計算機類の使用は認めません。

7　円周率は，πを用いなさい。
8　答えに根号が含まれるときは，根号の中は最も小さい正の整数にしなさい。
**　また，分母に根号が含まれるときは，分母に根号を含まない形にしなさい。**

1　次の問いに答えよ。

(1)　$\dfrac{1}{2}a^2b \times \left(-\dfrac{2}{3}b\right)^2 \div 6ab^2$ を計算せよ。

(2)　$\sqrt{20} + \sqrt{3} \times \sqrt{15}$ を計算せよ。

(3)　方程式 $2(x-1)(x+2) = (x+2)^2$ を解け。

(4)　赤と白の2個のさいころを同時に投げるとき，赤いさいころの目の数が白いさいころの目の数より大きくなる確率を求めよ。

(5)　次の①～⑤の中から**正しいものをすべて**選べ。

①　64の平方根は8である。
②　$\sqrt{25}$ は5である。
③　$\sqrt{(-4)^2} = -4$ である。
④　4の平方根は方程式 $x^2 = 4$ の解と一致する。
⑤　x を整数とするとき，$\sqrt{x^2} = x$ である。

(6)　A，B，C，D，Eの5人の身長について以下のことが分かっている。

　　　Aは D より高く，B は E より低く，C は D より低く，B は D より高い。

このとき，次の①～⑤の中から**確実に正しいものをすべて**選べ。

①　AはBより高い。
②　EはCより高い。
③　BがAより高ければEは5人の中で一番高い。
④　Dより高くEより低い人が2人いる。
⑤　AがEより低ければBはAより高いことになる。

(7) 右の**図1**のように，1辺の長さが1の正方形4個でできた図形 C と，1辺の長さが1の正方形3個でできた図形 D がある。2つの図形を直線 ℓ 上に置き，図形 C を直線 ℓ にそって矢印の方向に動かす。**図2**のように，図形 C と D が重なるとき，AP の長さを x，2つの図形の重なる部分の面積を y とする。

点Pが点Aと重なってから点Bに重なるまでの x と y の関係を表すグラフとして最も適切なものを，次の①～④の中から**1つ**選べ。

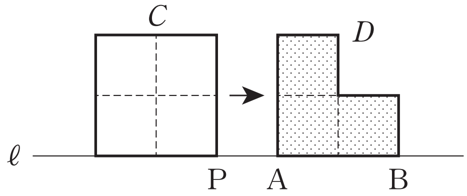


図1

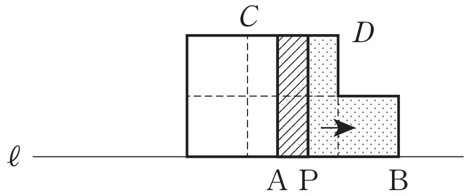
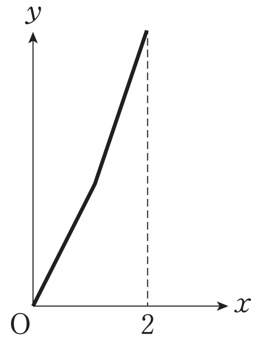
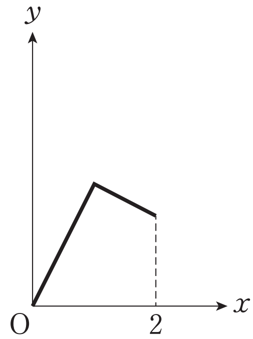


図2

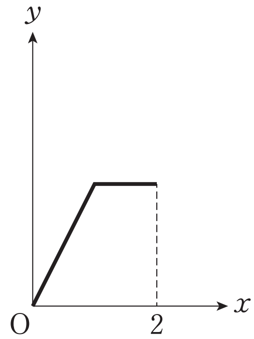
①



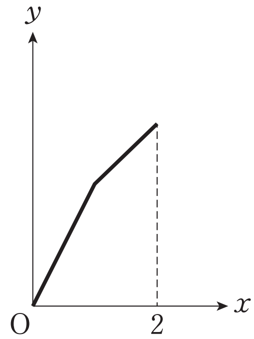
②



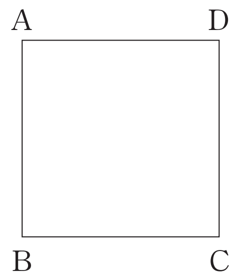
③



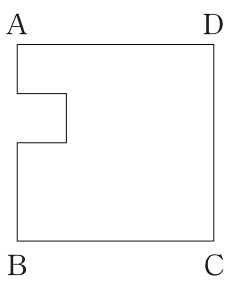
④



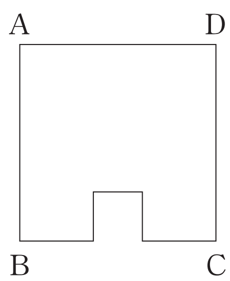
(8) 右の図のように，正方形ABCDがある。下の①～④はそれぞれ，正方形ABCDから，1辺の長さが正方形ABCDの1辺の長さの $\frac{1}{4}$ である正方形を切り取った図である。①～④の中で，直線ABを軸として1回転させてできる立体の体積が最も大きくなるものを**1つ**選べ。



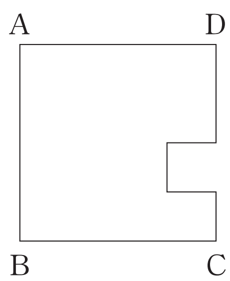
①



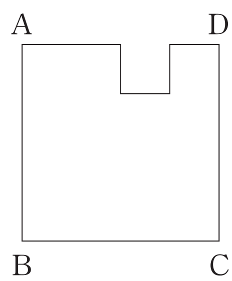
②



③



④



2 m, n を自然数とし，原点 O(0, 0)と点 A(m, 0), 点 B(m, n), 点 C(0, n) を頂点とする長方形 OABC をつくる。

x 座標，y 座標がともに整数である点のうち，長方形 OABC の周上にある点に●印，長方形 OABC の内部にある点に○印をつけ，それぞれ黒点，白点と呼ぶことにする。ただし，点の大きさは考えないことにする。

例えば，右の**図1**は，点 O を原点とし，$m = 3$, $n = 4$ の場合を表している。この場合，黒点の個数は 14 個，白点の個数は 6 個である。

次の問いに答えよ。

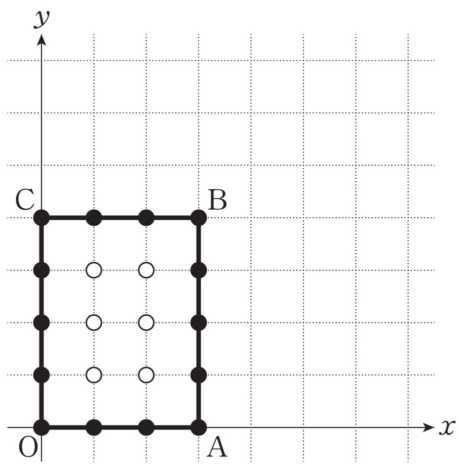


図1

(1) $m = 15$, $n = 10$ のとき，白点の個数は何個か。

(2) 長方形 OABC の横の長さと縦の長さの差が 10 で，黒点の個数が 160 個のとき，長方形 OABC の面積を求めよ。

(3) $m = 6$, $n = 6$ のとき，原点 O を中心とする円をかいた場合を考える。

例えば，右の**図2**は，点 O を原点とし，点 (3, 2) を通る，半径が $\sqrt{13}$ の円をかいた場合で，円の内部には 6 個の白点があることを表している。

円の内部にある白点の個数が 15 個以下であるような円のうち，半径が最も大きな円の半径を求めよ。

ただし，円の内部とは，円周上は含まないものとする。

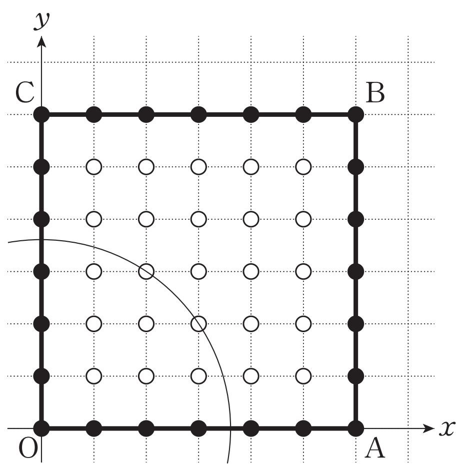
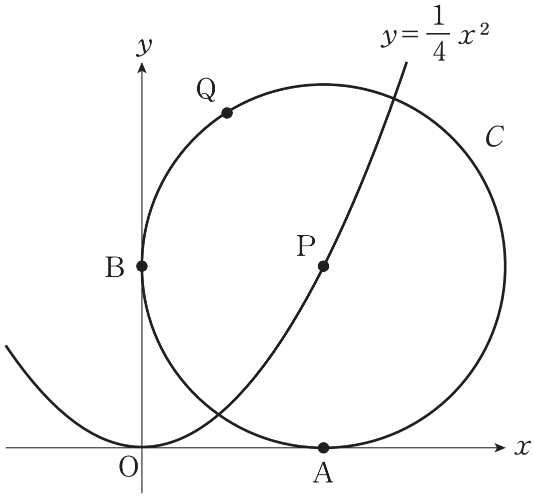


図2

3　関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフがある。このグラフ上の点 P を中心とし，x 軸，y 軸の正の部分に接する円を C とし，それぞれの接点を A，B とする。点 Q が円 C 上を動くとき，次の問いに答えよ。



(1)　円 C の半径を求めよ。

(2)　点 Q が三角形 OAB の内部にあるとき，∠AQB の大きさを求めよ。

(3)　三角形 ABQ の面積が最大となるとき，点 Q の座標を求めよ。

4 下の図のように，4 点 A(1, 1)，B(1, 2)，C(2, 1)，D(2, 2) と x 軸上を動く点 P(p, 0) があり，直線 PA，PB，PC，PD が直線 $y = 3$ と交わる点をそれぞれ A′，B′，C′，D′ とする。x 軸上を動く点 P から出る光によって直線 $y = 3$ 上にできる線分 AB，CD による影の長さを z とする。ただし，影が点となる場合，その長さは考えないものとする。

例えば，**図１**の位置に点 P があるとき，z の値は線分 A′B′ の長さと線分 C′D′ の長さの和となり，**図２**の位置に点 P があるとき，z の値は線分 B′C′ の長さとなる。

次の問いに答えよ。

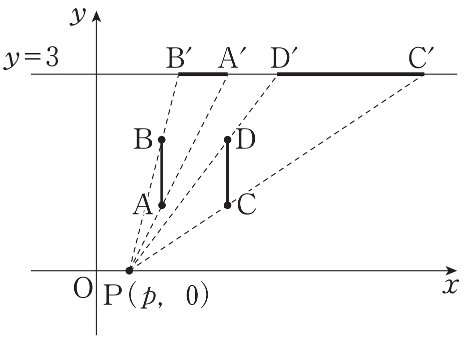


図１

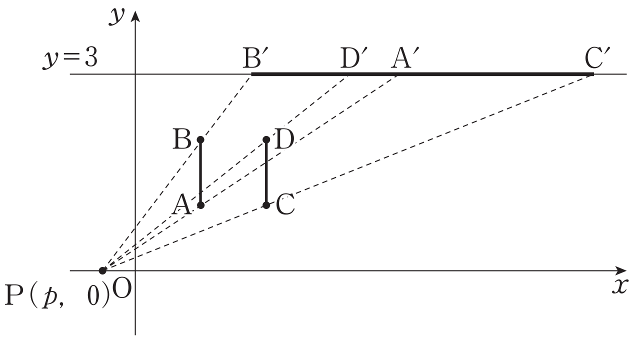


図２

(1) $p = 0$ のとき，z の値を求めよ。

(2) 2 点 A′，C′ 間の距離を求めよ。

(3) z の値が最小となるような p の値の範囲を求めよ。

5　**図１**のような１辺の長さが６の立方体 OABC−DEFG から四角錐 D−OABC を切り取って，**図２**のような立体をつくった。次の問いに答えよ。

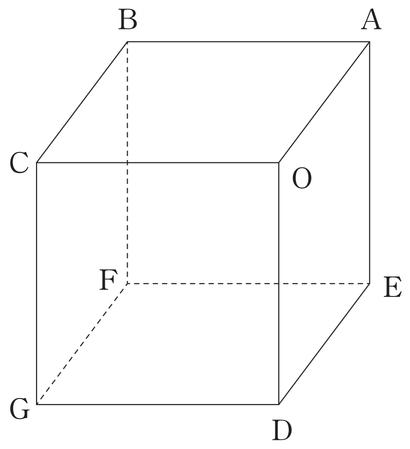


図１

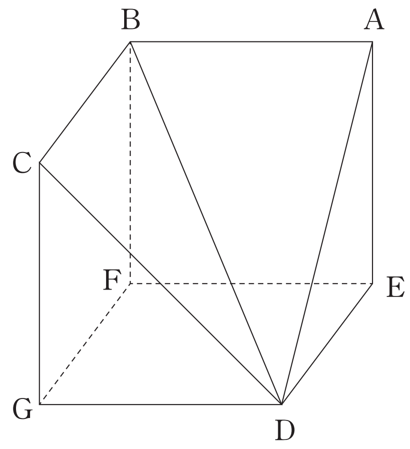


図２

⑴　**図２**の立体の体積を求めよ。

⑵　**図２**の立体からさらに，四角錐 D−BCGF を切り取ってできる立体の体積を求めよ。

⑶　**図２**の立体を切り分けてすべてが四面体になるようにする分け方は全部で何通りあるか。ただし，切り分けてできる四面体の４つの頂点はどれも A，B，C，D，E，F，G のいずれかであるものとする。

受験番号				
氏名				

高等学校　　数学　　(60分)

1

(1)		(2)		(3)	$x =$
(4)		(5)		(6)	
(7)		(8)			

2

(1)	個	(2)		(3)	

3

(1)		(2)	度	(3)	Q(　　,　　)

4

(1)	$z =$	(2)		(3)	

5

(1)		(2)		(3)	通り