

高等学校 数学問題

1 次の各問いに答えよ。ただし、円周率は π とする。

(1) $\frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} - \frac{2x+3y}{6}$ を計算せよ。

(2) $\frac{3}{8}xy^2 \div \left(-\frac{3}{2}x^2y\right)^3 \times \left(\frac{3}{2}x^2y\right)^2$ を計算せよ。

(3) $3\sqrt{48} - \frac{6\sqrt{(-2)^2}}{\sqrt{3}} + \frac{(\sqrt{2}-2\sqrt{3})^2}{\sqrt{2}}$ を計算せよ。

(4) $x+y+z=0$ のとき、 $\left(1+\frac{z}{x}\right)\left(1+\frac{z}{y}\right)$ の値を求めよ。

(5) $x^2+xy-4x-y+3$ を因数分解せよ。

(6) 2けたの整数がある。十の位と一の位の数の和が8であり、十の位と一の位の数を入れ替えてできる数はもとの数より36大きい。このとき、もとの数を求めよ。

(7) a は正の数とする。 x の2次方程式 $x^2+(2a+3)x+5a=0$ の解の1つが $x=-a$ のとき、 a の値と他の解を求めよ。

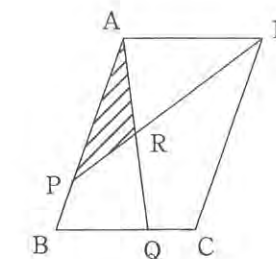
(8) $\sqrt{5+3a}$ の整数部分が5になるような自然数 a をすべて求めよ。

(9)

| | | | | | | |
|----|----|---|---|---|---|---|
| -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----|----|---|---|---|---|---|

 の7枚のカードの中から同時に2枚を引いて組をつくる
とき、引いた組の数の積が正の数になる確率を求めよ。

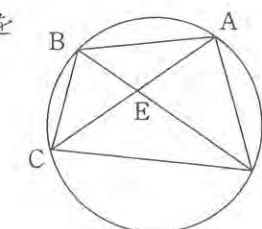
(10) 右の図のように、平行四辺形 $ABCD$ の辺 AB 上に $AP:PB=3:1$ となる点 P をとり、辺 BC 上に $BQ:QC=2:1$ となる点 Q をとる。
 AQ と PD の交点を R とし、平行四辺形 $ABCD$ の面積を S_1 、 $\triangle APR$ の面積を S_2 とするとき、面積の比 $\frac{S_2}{S_1}$ を求めよ。



(11) 右の図のように、半径6の円 O の円周上にある4点 A, B, C, D を頂点とする四角形 $ABCD$ があり、対角線 AC, BD の交点を E とする。
 $AB=AD, CA=CD, \angle BAD=100^\circ$ のとき、次の問いに答えよ。

(ア) $\angle BEC$ の大きさを求めよ。

(イ) 2点 C, D を含まない \widehat{AB} の長さを求めよ。



2 容器 A には濃度 15 % の食塩水、容器 B には濃度 6 % の食塩水がたくさん入っており、順に次の操作 (i), (ii), (iii) を行った。

【操作】

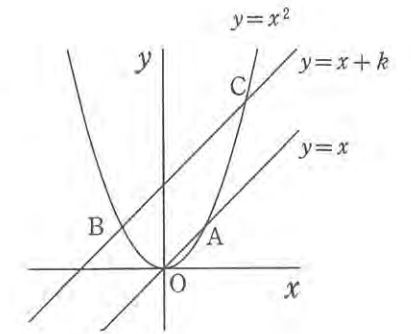
- (i) 容器 A, B から食塩水をそれぞれ取り出して混ぜ合わせ、濃度 9 % の食塩水を 300 g つくった。
- (ii) 容器 A から取り出した食塩水に水 160g を混ぜ合わせて濃度 9 % の食塩水をつくった後、それに容器 B から取り出した食塩水を混ぜ合わせて濃度 7 % の食塩水をつくった。
- (iii) (i) と (ii) でつくった食塩水をすべて混ぜ合わせて食塩水をつくった。

このとき、次の問いに答えよ。

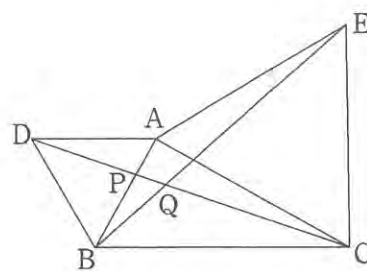
- (1) (i) の操作で、容器 A, B から取り出した食塩水の重さをそれぞれ求めよ。
- (2) (ii) の操作で、容器 A, B から取り出した食塩水の重さをそれぞれ求めよ。
- (3) (iii) の操作後にできた食塩水の濃度を求めよ。

3 右の図のように、放物線 $y=x^2$ と、2本の直線 $y=x$, $y=x+k$ ($k>0$) との交点をそれぞれ O, A, B, C とする。また、線分 BC の長さが $3\sqrt{2}$ 、台形 OACB の面積が 4 である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 A の座標を求めよ。
- (2) 点 A から直線 BC に垂線 AH を下ろすとき、AH の長さと k の値を求めよ。
このあとの問いでは、 k は (2) で求めた値とする。
- (3) 点 A を通り直線 OC に平行な直線が、 $y=x+k$ と交わる点 D の座標を求めよ。
- (4) 原点を通り台形 OACB の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

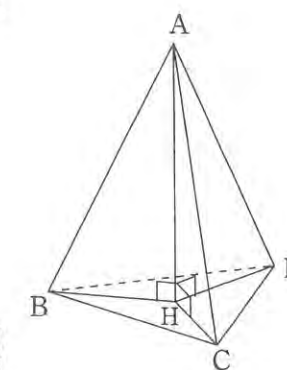


4 右の図のように、 $\angle A=90^\circ$ 、 $AB=1$ 、 $BC=2$ の $\triangle ABC$ があり、 AB を1辺とする正三角形 ADB と AC を1辺とする正三角形 ACE を、それぞれ $\triangle ABC$ の外側に作る。 CD と AB 、 BE との交点をそれぞれ P 、 Q とする。このとき、次の問いに答えよ。



- (1) $DP:PC$ を最も簡単な整数の比で表せ。
- (2) $\triangle ADC$ の面積を求めよ。
- (3) CD の長さを求めよ。
- (4) $\triangle BQP$ の面積を求めよ。

5 右の図のように、 $AB=AC=AD=6$ 、 $BC=CD=DB=4$ である正三角錐 $ABCD$ があり、頂点 A から $\triangle BCD$ に垂線 AH を下ろす。このとき、次の問いに答えよ。



- (1) H を中心とする半径が BH の円をかくと、その円上に点 C 、点 D があることを次のように証明した。次の に最も適することばを解答欄に書け。

(証明)

3つの三角形 $\triangle AHB$ 、 $\triangle AHC$ 、 $\triangle AHD$ について、
問題文より

$$AB=AC=AD \quad \dots \textcircled{1}$$

また、点 A から $\triangle BCD$ に垂線を下ろしているので、

$$\angle AHB=\angle AHC=\angle AHD=90^\circ \quad \dots \textcircled{2}$$

また、 AH は共通 $\dots \textcircled{3}$ である。

$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{3}$ より、 から

$$\triangle AHB \equiv \triangle AHC \equiv \triangle AHD$$

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから

$$BH=CH=DH \quad \text{となる。}$$

このことから、 H を中心とする半径が BH の円上に点 C 、点 D があることがわかる。

- (2) AH の長さを求めよ。
- (3) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
- (4) D から $\triangle ABC$ に垂線 DK を下ろす。 DK の長さを求めよ。

| |
|------|
| 受験番号 |
| |

令和2年度 弘学館入学試験
 高等学校 数学解答用紙

| | | | | |
|---|------|-------------------|---------------------|-------|
| 1 | (1) | (2) | (3) | |
| | (4) | (5) | (6) | |
| | (7) | $a =$, 他の解 $x =$ | (8) | $a =$ |
| | (9) | (10) | $\frac{S_2}{S_1} =$ | |
| | (11) | (ア) | 度 | (イ) |

| | | | | | |
|---|-----|---|---|---|---|
| 2 | (1) | A | g | B | g |
| | (2) | A | g | B | g |
| | (3) | % | | | |

| | | | |
|---|-----|-----|------------|
| 3 | (1) | (2) | AH = , k = |
| | (3) | (4) | |

| | | |
|---|-----|-----|
| 4 | (1) | (2) |
| | (3) | (4) |

| | | |
|---|-----|-----|
| 5 | (1) | |
| | (2) | (3) |

| |
|----|
| 合計 |
| |

| |
|------|
| 受験番号 |
| |

令和2年度 弘学館入学試験
 高等学校 数学解答例

| | | | | | | |
|---|------|------------------------|------|---------------------|-------------------|-------------------------|
| 1 | (1) | $\frac{-x+2y}{6}$ | (2) | $-\frac{y}{4x}$ | (3) | $7\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$ |
| | (4) | 1 | (5) | $(x-1)(x+y-3)$ | (6) | 26 |
| | (7) | $a = 2$, 他の解 $x = -5$ | | (8) | $a = 7, 8, 9, 10$ | |
| | (9) | $\frac{1}{3}$ | (10) | $\frac{S_2}{S_1} =$ | $\frac{1}{8}$ | |
| | (11) | (ア) | 70 | 度 | (イ) | $\frac{8}{3}\pi$ |

| | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|---|---|-----|---|
| 2 | (1) | A | 100 | g | B | 200 | g |
| | (2) | A | 240 | g | B | 800 | g |
| | (3) | 7.4 | | % | | | |

| | | | | |
|---|-----|--------|-----|---------------------------|
| 3 | (1) | (1, 1) | (2) | $AH = \sqrt{2}$, $k = 2$ |
| | (3) | (3, 5) | (4) | $y = 3x$ |

| | | | | |
|---|-----|------------|-----|-----------------------|
| 4 | (1) | 1:2 | (2) | $\frac{\sqrt{3}}{4}$ |
| | (3) | $\sqrt{7}$ | (4) | $\frac{\sqrt{3}}{21}$ |

| | | | | | |
|---|-----|------------------------|-----|-------------|-----|
| 5 | (1) | 直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい | | | |
| | (2) | $\frac{2}{3}\sqrt{69}$ | (3) | $8\sqrt{2}$ | (4) |

| |
|----|
| 合計 |
| |