受験番号

2020 年度　大阪星光学院高等学校　入学試験問題

数　学

（その１）

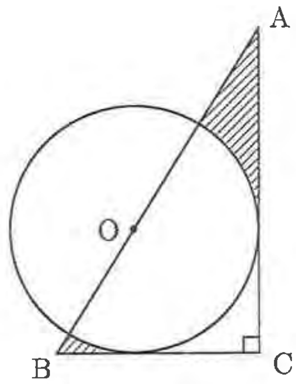
次の $\boxed{\quad}$ の中に正しい答えを入れなさい．

【１】（１） 次の式を因数分解せよ．$(x-2y)^2+(x+y)(x-5y)+7y^2=$ $\boxed{\quad}$

（２） $a=\dfrac{1}{\sqrt{5}+1}$，$b=\dfrac{1}{\sqrt{5}-1}$ のとき，$(a-4b)(b-4a)=$ $\boxed{\quad}$

（３） 右の図のように，円 O は直角三角形 ABC の２辺 AC，BC に接していて，中心 O は斜辺 AB 上にある．

AC $=24$，BC $=8$ のとき，斜線部分の面積の和は $\boxed{\quad}$ である．

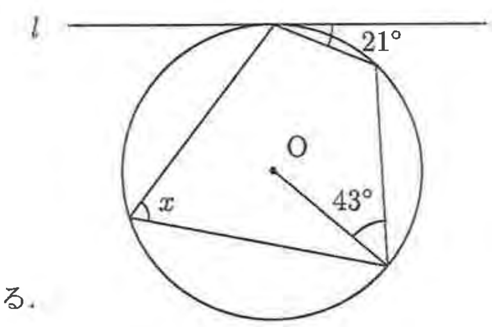


（４） $x^2-y^2=80$ となる正の整数 x,y の組 (x,y) をすべて求めると，

$(x,y)=$ $\boxed{\quad}$ である．

（５） 右の図において，$\angle x$ の大きさは $\boxed{\quad}$ 度である．

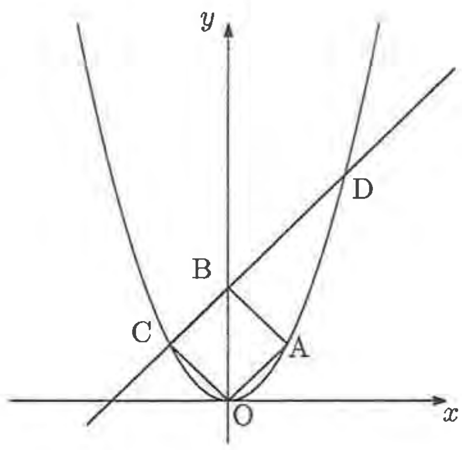
ただし，l は円 O の接線である．



（６） 次の①から④の文のうち，正しいものをすべて選ぶと，$\boxed{\quad}$ である．

① 4 つの辺の長さが等しい四角形をひし形という．
② 4 つの角の大きさが等しい四角形を長方形という．
③ 6 つの辺の長さが等しい六角形を正六角形という．
④ 6 つの角の大きさが等しい六角形を正六角形という．

【２】 右の図のように，面積 18 の正方形 OABC がある．点 O，A，C は関数 $y=ax^2$ のグラフ上にあり，点 B は y 軸上にある．直線 BC と放物線の交点のうち C と異なる点を D とする．



（１） 直線 BC の式は $y=$ $\boxed{\quad}$ で，$a=$ $\boxed{\quad}$ である．

（２） △OCD の面積は $\boxed{\quad}$ である．

（３） 放物線上に点 P があり，△OCP の面積は △OCD の面積の２倍である．

このとき，点 P の x 座標は $\boxed{\quad}$ または $\boxed{\quad}$ である．

受験番号

2020 年度　大阪星光学院高等学校　入学試験問題

数　学

【3】 1から6までの番号が書かれた6つの箱があり，1から6までの番号が書かれた6つの玉が袋に入っている．袋の中から無作為に玉を取り出して，箱に1つずつ玉を入れていく．

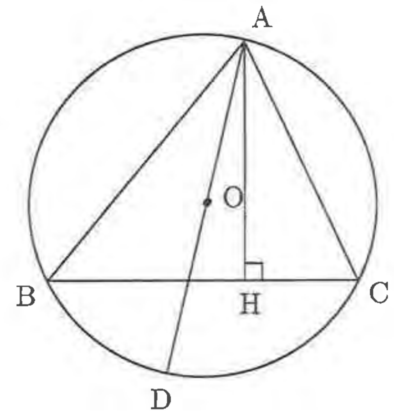
（1） 1番の玉が1番の箱に入る確率は $\boxed{}$ である．

（2） 偶数の番号の玉がすべて偶数の番号の箱に入る確率は $\boxed{}$ である．

（3） 箱と玉に書かれた番号の組がすべて互いに素となる確率は $\boxed{}$ である．

ここで，互いに素とは，2つの整数の最大公約数が1であることをさす．

【4】 右の図のように，$AB=7$，$BC=8$，$CA=5$ である $\triangle ABC$ の外接円の中心をOとし，直線AOと外接円の交点をDとする．また，頂点Aから辺BCに垂線AHを下ろす．



（1） AHの長さは $\boxed{}$ である．

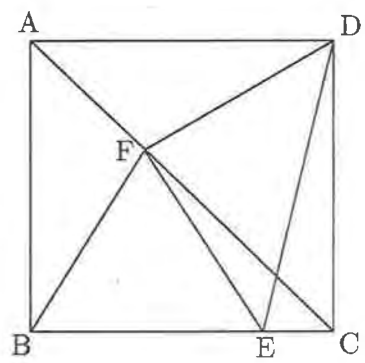
（2） $\triangle ABD \backsim \triangle AHC$ を証明せよ．

(証明)

（3） OAの長さは $\boxed{}$ である．

（4） $\triangle ABC$ を底面とし，$PA=PB=PC=7$ を満たす点Pをとるとき，四面体PABCの体積は $\boxed{}$ である．

【5】 右の図のように，1辺の長さが10の正方形ABCDの辺BC上に，点Eを $EC=2$ となるようにとり，対角線AC上に，点Fを $FB=FE$ となるようにとる．



（1） $\angle FBE=a^\circ$ とするとき，$\angle DFC$，$\angle EFC$ の大きさをそれぞれ a を用いて表すと，

$\angle DFC=$ $\boxed{}$ 度，$\angle EFC=$ $\boxed{}$ 度である．

また，$\angle DFE$，$\angle FDE$ の大きさを求めると，

$\angle DFE=$ $\boxed{}$ 度，$\angle FDE=$ $\boxed{}$ 度である．

（2） $\triangle CEF$ の外接円の半径は $\boxed{}$ である．

【1】（36点）

(1) $2(x-3y)(x-y)$

(2) $\frac{5}{4}$

(3) $60-9\pi$

(4) (9, 1), (12, 8), (21, 19)

(5) 68　　①, ②

【2】（20点）

(1) $x+6$　　$\frac{1}{3}$

(2) 27

(3) -12　　9

【3】（18点）

(1) $\frac{1}{6}$　(2) $\frac{1}{20}$　(3) $\frac{1}{45}$

【4】（25点）

(1) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

(2)
△ABD と △AHC において，
弧 AB に対する円周角が等しいので，
∠ADB=∠ACH
AD は直径だから ∠ABD=90° であり，
仮定より ∠AHC=90° だから
∠ABD=∠AHC
2角が相等しいので　△ABD ∽ △AHC

(3) $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

(4) $\frac{70\sqrt{2}}{3}$

【5】（21点）

(1) $135-a$　　$a-45$　　90　　45

(2) $\sqrt{26}$