1　次の各問いに答えなさい。

(1)　$(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+3)+(1-\sqrt{3})^2$ を計算しなさい。

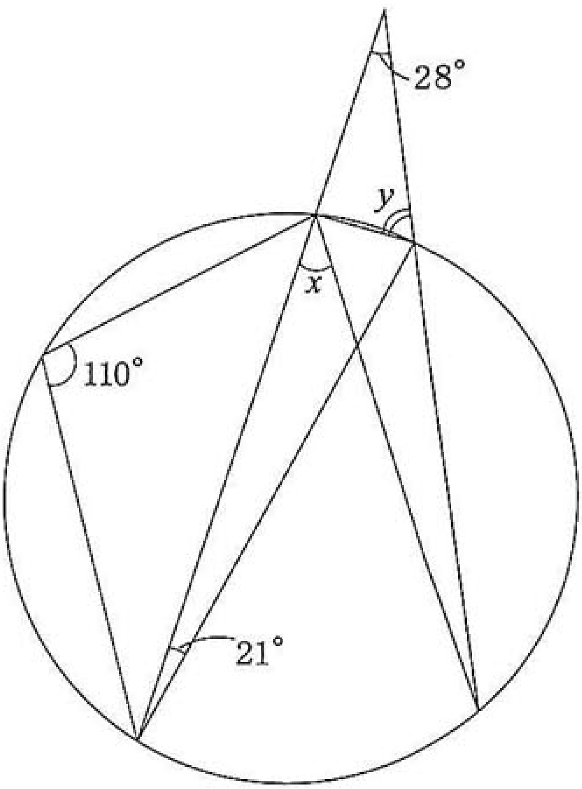
(2)　$\dfrac{3x+y}{2}+\dfrac{5x-y}{6}-\dfrac{4x-2y}{3}$ を計算しなさい。

(3)　$(x^2+5x)^2+10(x^2+5x)+24$ を因数分解しなさい。

(4)　234に３桁の自然数 n をかけて，ある整数の２乗にしたい。
このとき最も小さい自然数 n を求めなさい。

(5)　$x=\dfrac{2+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$，$y=\dfrac{2-\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ のとき，
$(x+y)(x+2y)-y^2$ の値を求めなさい。

(6)　$\angle x$，$\angle y$ の大きさはそれぞれ
何度になるか求めなさい。

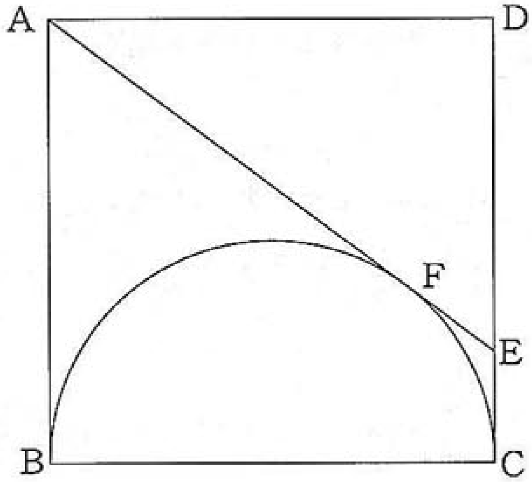


(7)　１辺10の正方形ABCD，およびBCを

直径とする半円がある。

AEは半円と点Ｆで接しているとき，

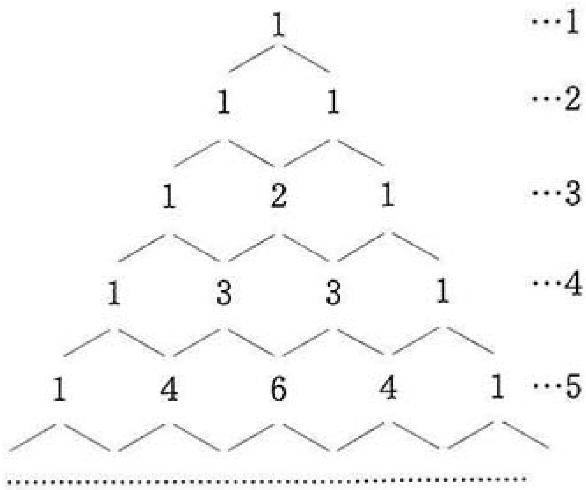
AEの長さを求めなさい。



2 次の各問いに答えなさい。

(1) 右の図のように数字がならんでいる。

このとき，次の各問いに答えなさい。



(i) 8段目のすべての数の和を求めなさい。

(ii) k段目のすべての数の和が1024であるとき，kの値を求めなさい。

(iii) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ であることと，上の図を参考にして $(a+b)^8$ を展開したときの a^5b^3 の係数を求めなさい。

(2) 3直線

ℓ : $y=2x$

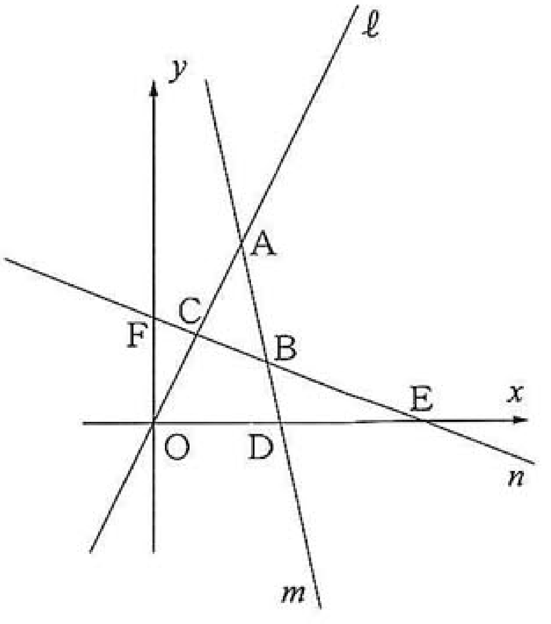
m : $y=-3x+a$

n : $y=-\dfrac{1}{2}x+b$

の直線ℓ，mの交点をA,

直線m，nの交点をB,

直線n，ℓの交点をCとする。



また，直線m，nとx軸との交点をそれぞれD，E，直線nとy軸との交点をFとする。

A$\left(\dfrac{3}{2}, 3\right)$，C$(1, 2)$とするとき，次の各問いに答えなさい。

(i) a，bの値を求めなさい。

(ii) △BDEの面積を求めなさい。

(iii) 3つの三角形の面積比

△FOC：△ACB：△BDEを求めなさい。

3　５個の数字０，１，３，５，７から異なる３個の数字をえらんで，３桁の整数をつくる。このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) ３桁の整数は全部で何通りあるか求めなさい。

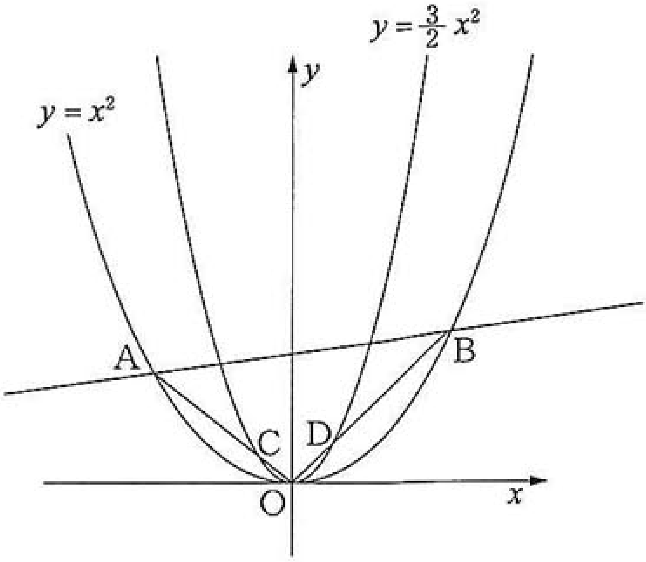
(2) ３の倍数は全部で何通りあるか求めなさい。

(3) ５の倍数は全部で何通りあるか求めなさい。

(4) 25の倍数は全部で何通りあるか求めなさい。

4 放物線 $y=x^2$ 上に点A，Bがあり，点Aの x 座標は -1，直線ABの傾きは1である。直線OA，OBと放物線 $y=\frac{3}{2}x^2$ との交点をそれぞれC，Dとする。

このとき，次の各問いに答えなさい。



(1) 点Bの座標を求めなさい。

(2) 点Dの座標を求めなさい。

(3) △OABと△OCDの面積比を求めなさい。

(4) 原点Oを通る直線が四角形ACDBの面積を2等分するとき，その直線の方程式を求めなさい。

5　右図のような三角錐ABCDがあり,

AB＝10

AC＝8

∠ACB＝90°

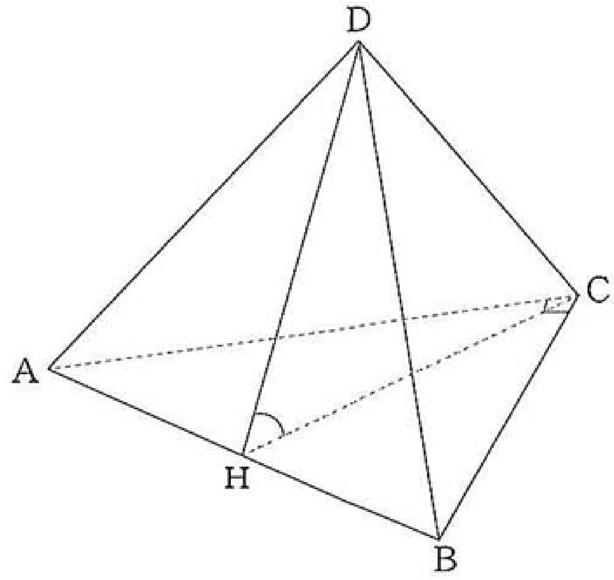
△ABC≡△ABD

を満たすとする。

また，辺AB上にCH⊥ABとなるように

点Hをとる。∠DHC＝30°のとき,

次の各問いに答えなさい。



(1)　BCの長さを求めなさい。

(2)　CHの長さを求めなさい。

(3)　△CDHの面積を求めなさい。

(4)　三角錐ABCDの体積を求めなさい。

(5)　∠DHC＝60°となったとき，新しくできた三角錐ABCDの体積は，もとの三角錐ABCDの体積のP倍となる。

このときPの値を求めなさい。

令和２年度　開智学園　第１回　入学試験　数学　解答用紙

1

(1)	4	(2)	$x+y$	(3)	$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$
(4)	$n=$ 104	(5)	5	(6)	$x=$ 49°　2　, $y=$ 61°　2

(7)【考え方】

$AF=AB=10$

$FE=EC=x$ とすると

$DE=10-x$

△AEDにおいて三平方の定理から

$10^2+(10-x)^2=(x+10)^2$

$x=\frac{5}{2}$

$AE=10+\frac{5}{2}=\frac{25}{2}$

AE = $\frac{25}{2}$

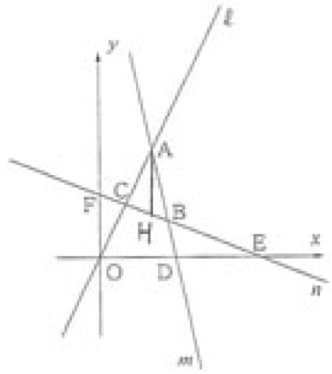
④×7

＊1　28

2

(1)	(i)	128	(ii)	$k=$ 11	(iii)	56
(2)	(i)	$a=\frac{15}{2}$　2　, $b=\frac{5}{2}$　2	(ii)	$\frac{15}{8}$		

(2) (iii)【考え方】



点Aからy軸と平行な直線をひき

直線nとの交点をHとすると

$H\left(\frac{3}{2},\frac{7}{4}\right)$

$△ACB=\frac{1}{2}\times\left(3-\frac{7}{4}\right)\times(2-1)=\frac{5}{8}$

$△FOC=\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times1=\frac{5}{4}$　2

△FOC：△ACB：△BDE＝ 2 : 1 : 3

④×6

＊2　24

3

④×4

(1)	48	(2)	20	(3)	21	(4)	5

＊3　16

座席番号	受験番号	氏名
―		

/68

＊欄には何も記入しないこと

4

(1)	B(2 , 4)	(2)	D($\frac{4}{3}$, $\frac{8}{3}$)

③×2

(3)【考え方】

$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 2 \times (2-(-1)) = 3$

$C(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ であるから

直線CDのy切片は $\frac{4}{3}$

$\triangle OCD = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \left(\frac{4}{3} - (-\frac{2}{3})\right)$

$= \frac{4}{3}$

△OAB：△OCD＝ 9 : 4

(4)【考え方】

直線CDの傾きは1であるから

AB // CD であり、このとき、

四角形ACDBは台形となる

よって、求める直線は

線分ABの中点と、線分CDの中点の中点を通る。つまり

点 $(\frac{5}{12}, \frac{25}{12})$ を通る直線である

方程式は $y = 5x$

④×2

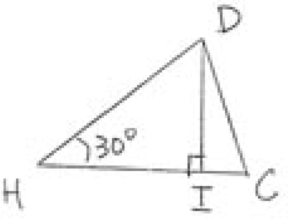
＊4 14

5

(1)	BC= 6	(2)	CH= $\frac{24}{5}$

③×2

(3)【考え方】



点DからHCに垂線をひき、その交点をIとすると $DI = \frac{12}{5}$

$\frac{1}{2} \times \frac{24}{5} \times \frac{12}{5} = \frac{144}{25}$

面積は $\frac{144}{25}$

(4)【考え方】

$\frac{1}{3} \times \triangle ABC \times DI$

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \frac{12}{5}$

$= \frac{96}{5}$

体積は $\frac{96}{5}$

④×2

(5) $P = \sqrt{3}$

④

＊5 18

＊

/32

＊欄には何も記入しないこと

1　次の各問いに答えなさい。

(1) $\frac{2}{3}a^3b^2c^5 \div (-2a^2bc)^2 \div (-\frac{1}{3}abc)^2$ を計算しなさい。

(2) $4(x-2y)^2-(2x+3y)(2x-3y)$ を計算しなさい。

(3) $(x+1)^2+(x+2)^2-(x-3)^2-4x+19$ を因数分解しなさい。

(4) nを自然数とする。

$6(6+n)$ が自然数の２乗になる最も小さいnを求めなさい。

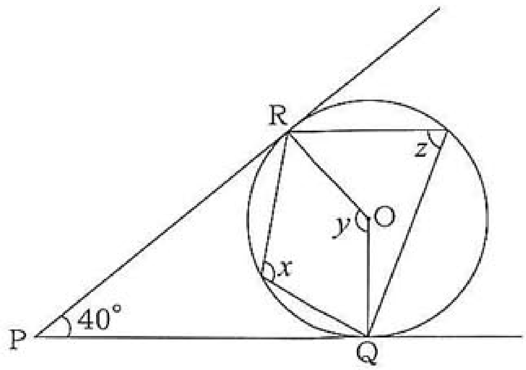
(5) $x=\frac{3-\sqrt{7}}{2}$ のとき，

$8x^2-24x-5$ の値を求めなさい。

(6) $\angle x$，$\angle y$，$\angle z$の大きさは

それぞれ何度になるか求めなさい。

ただし，PQ，PRは円Oの接線とする。

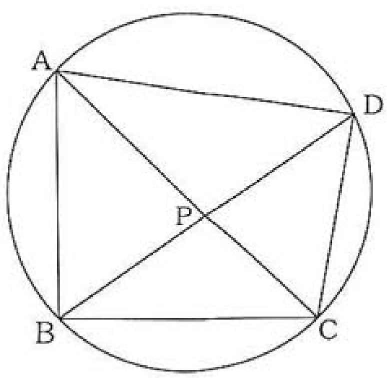


(7) 円に内接する四角形ABCDの対角線ACとBDの交点をＰとする。

AP＝6，PC＝4

BP：PD＝4：3

のとき，BDの長さを求めなさい。



2　次の各問いに答えなさい。

(1) 360の正の約数について，次の各問いに答えなさい。

(i) 正の約数の個数を求めなさい。

(ii) 正の約数の総和を求めなさい。

(iii) 正の約数の逆数の総和を求めなさい。

(2) 平面上に３点O(0, 0)，A(8, 4)，B(2, 16) がある。
このとき，次の各問いに答えなさい。

(i) △OABの面積を求めなさい。

(ii) 点Aを通り，△OABの面積を２等分する直線の式を求めなさい。

(iii) 点P(2, 1)を通り，△OABの面積を２等分する直線の式を求めなさい。

3　Aの箱には赤玉３個，白玉３個，黒玉４個の計10個の玉が入っている。また，Bの箱には赤玉２個，白玉５個，黒玉３個の計10個の玉が入っている。開君はAから１個の玉を，智君はBから１個の玉を取り出し，その取り出した玉で勝敗を決めるゲームをする。

ゲームの勝敗は，取り出した玉が，

　赤玉と白玉のときは赤玉の勝ち

　白玉と黒玉のときは白玉の勝ち

　黒玉と赤玉のときは黒玉の勝ち

　同じ色のときは引き分け

とする。このとき次の各問いに答えなさい。

(1)　開君と智君がともに黒玉を取り出し，引き分けになる確率を求めなさい。

(2)　赤玉で勝ちが決まる確率を求めなさい。

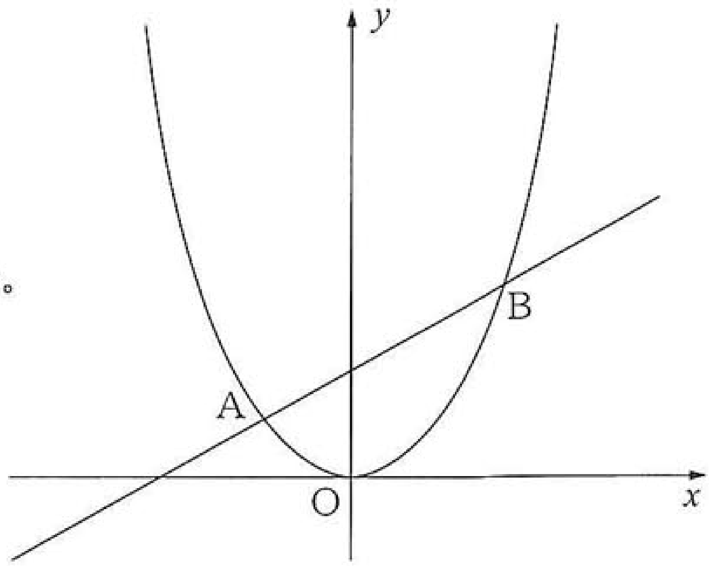
(3)　開君と智君では，どちらが勝つ確率が高いですか。高い方の確率を求めなさい。

4　放物線 $y=ax^2$ と直線 ℓ が

2点A $(1-\sqrt{5},\ 3-\sqrt{5})$，

B $(1+\sqrt{5},\ b)$ で交わっている。

このとき，次の各問いに答えなさい。



(1)　a，b の値を求めなさい。

(2)　直線 ℓ の方程式を求めなさい。

(3)　△OABの面積を求めなさい。

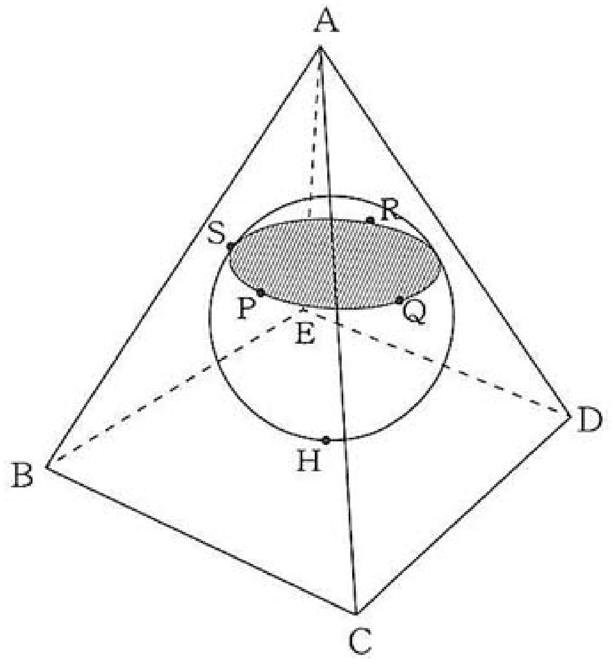
(4)　放物線上の点で△OAB＝△PABとなるような点Pは，O以外に3点ある。

この3点を P_1，P_2，P_3 とするとき，△$P_1P_2P_3$ の面積を求めなさい。

5　右図のように底面の１辺の長さが６，高さが４の正四角錐Ａ－ＢＣＤＥに球が内接している。

このとき，球と４つの側面の接点をそれぞれ，Ｐ，Ｑ，Ｒ，Ｓ，底面との接点をＨとする。

このとき，次の各問いに答えなさい。



(1)　△ABCの面積を求めなさい。

(2)　球の半径を求めなさい。

(3)　４点Ｐ，Ｑ，Ｒ，Ｓを通る円の半径を求めなさい。

令和２年度　開智学園　第２回　入学試験　数学　解答用紙

1

(1)	$\frac{3c}{2a^3b^2}$ 5	(2)	$25y^2-16xy$ 5	(3)	$(x+3)(x+5)$ 5
(4)	$n=$ 18 4	(5)	-9 4		
(6)	$x=$ $110°$, $y=$ $140°$, $z=$ $70°$ 4	(7)	BD = $7\sqrt{2}$ 4		

5×3

4×4

＊1
31

2

(1)	(i)	24 5	(ii)	1170 3	(iii)	$\frac{13}{4}$ 3
(2)	(i)	60 4				
	(ii)	【考え方】求める直線は 点Aと 2点O,Bの中点 (1,8)を通る 2 (答) $y=-\frac{4}{7}x+\frac{60}{7}$	(iii)	【考え方】求める直線と直線AB $y=-2x+20$ との交点をD とすると $\triangle PDA=\frac{1}{2}\times\triangle OAB=30$ このとき，D(4,12) 2 求める直線は，2点P,Dを通る (答) $y=\frac{11}{2}x-10$		

11

5×2

14

＊2
25

5×2

3

(1)	$\frac{3}{25}$	(2)	$\frac{21}{100}$	(3)	智 君で確率は $\frac{7}{20}$

＊3
15

71

座席番号	受験番号	氏名
－	受験番号を記入すること	

＊欄には何も記入しないこと

4

(1) $a = \frac{1}{2}$ 2 , $b = 3+\sqrt{5}$ 2

(2) $y = x+2$

(3) $2\sqrt{5}$

④×3

(4) 【考え方】

3点 P_1, P_2, P_3 は
直線 $y=x+4$, $y=x$ と
放物線との交点である。
このとき
$P_1(-2,2)$, $P_2(2,2)$, $P_3(4,8)$
とすると

3

$\triangle P_1P_2P_3 = \triangle P_1OP_3$
$= \frac{1}{2}\times4\times6$
$= 12$

面積は　12

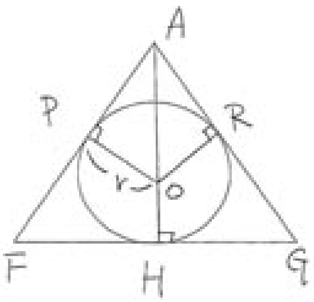
⑤

＊4
17

5

(1) 15

(2) 【考え方】



BC, DE の中点をそれぞれ F, G とすると

AF=5
AG=5

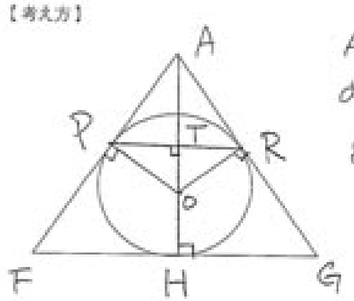
$\frac{1}{2}(5+6+5)r = \frac{1}{2}\times6\times4$

3

$r=\frac{3}{2}$

半径は　$\frac{3}{2}$

(3) 【考え方】



AHとPRの交点をTとする。

$\triangle APT \sim \triangle AFH$

3

$PT:FH = AP:AF$
$PT:3 = 2:5$ より $PT=\frac{6}{5}$

半径は　$\frac{6}{5}$

④×3

＊5
12

129

＊

＊欄には何も記入しないこと