

令和2年 國學院大久我山高校

1 次の を適当にうめなさい。

(1) $\left(\frac{24}{5} - \frac{8}{3} - 2\right) \times 15 - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) = \text{$

(2) $\sqrt{2} \times \left\{ \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} - 1\right) \right\} = \text{$

(3) $\left(\frac{2}{3}xy^2\right)^3 \div \left(-\frac{2}{9}x^2y^5\right) \times \frac{3}{4xy} = \text{$

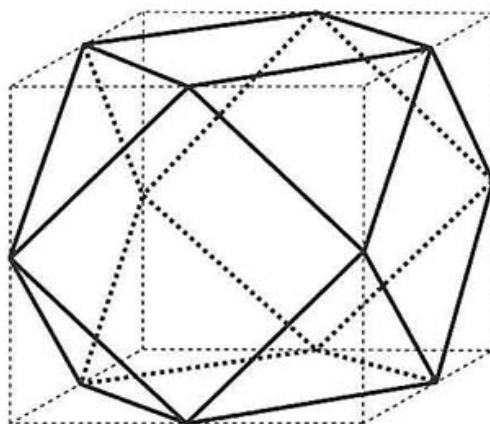
(4) $9ax^3y - 54ax^2y^2 + 81axy^3$ を因数分解すると である。

(5) $x = \frac{11\sqrt{2} - 6}{12}$, $y = \frac{6 - 7\sqrt{2}}{12}$ のとき, $x^2 - y^2 + x + y = \text{$ である。

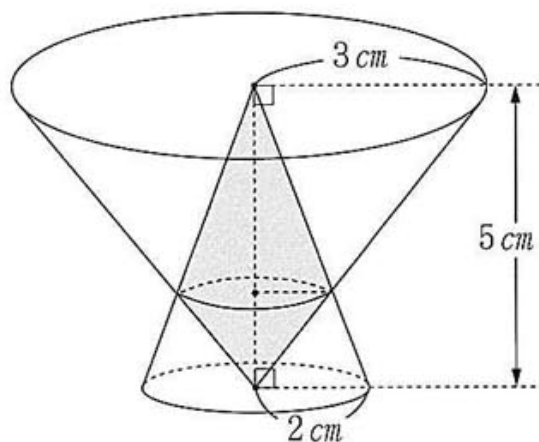
(6) 関数 $y = \frac{2}{3}x^2$ について, x の変域が $-1 \leq x \leq \sqrt{2}$ のとき,
 y の変域は である。

(7) 2直線 $y = ax - 6$ と $y = -\frac{3}{2}x + 5$ のグラフが x 軸の同じ点で交わるとき,
 a の値は である。

(8) 図のように, 一辺の長さが 2 cm の立方体の, 各辺の中点を結んでできる
 立体(太線部分)の表面積は cm^2 である。

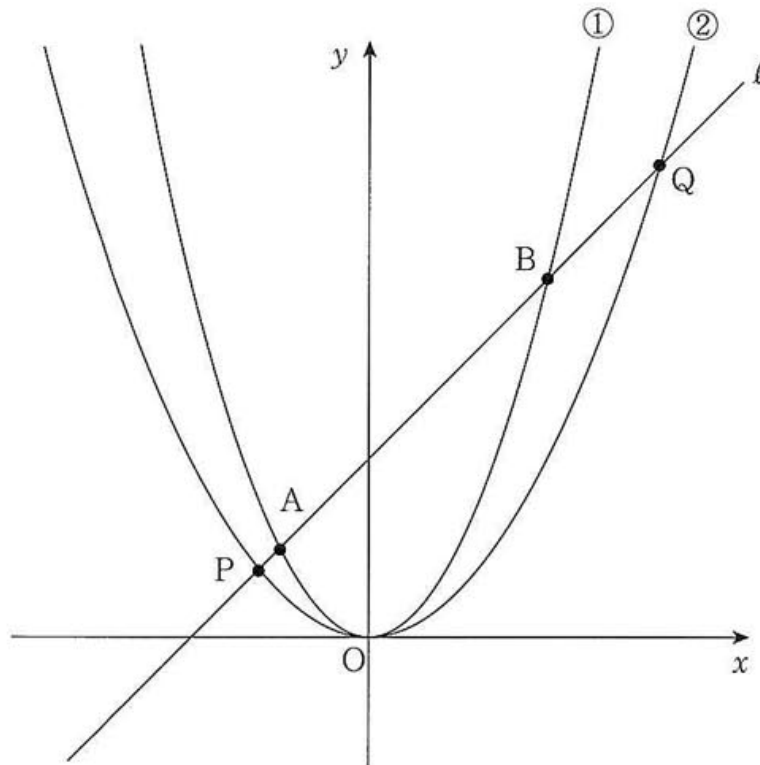


- (9) 底面の半径が 2 cm と 3 cm の円すいが図のように重なっている。それぞれの頂点は互いの底面の中心と一致している。どちらの円すいの高さも 5 cm のとき、2つの円すいに共通している部分の体積は cm^3 である。



- (10) さいころを2回ふって最初に出た目の数を a ，2回目に出た目の数を b とする。このとき、 $\frac{a+b}{1+ab}$ の値が1になる確率は である。

- 2 図のように、2つの放物線 $y = ax^2 (a > 0) \dots \textcircled{1}$ 、 $y = \frac{1}{2}x^2 \dots \textcircled{2}$ と直線 $l: y = x + 2$ がある。①と直線 l の交点を、 x 座標の小さい方から順に A 、 B とし、②と直線 l の交点を、 x 座標の小さい方から順に P 、 Q とする。点 A の x 座標が -1 のとき、次の問いに答えなさい。



- (1) a の値を求めなさい。
- (2) $\triangle POB$ の面積を求めなさい。
- (3) 放物線①上に点 O 、 A 、 B とは異なる点 C をとって、 $\triangle PCB$ の面積が $\triangle POB$ の面積と等しくなるようにしたい。このような点 C の座標をすべて求めなさい。

- 3 最初の数を2に決めて、それを2倍して100で割った余りは4となります。その4を2倍して100で割った余りは8となります。この操作を繰り返すと、以下のような数の列が得られます。

番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
数	2	4	8	16	32	64	28	56	12	24	48	96	92	84	68	36	72	44	88	76	52	4	8	16

- (1) この数の列の25番目の数を求めなさい。

次に、最初の数を1に決めて、それを2倍して101で割った余りは2となります。その2を2倍して101で割った余りは4となります。この操作を繰り返して得られる数の列を100番目まで表にしました。

《表》

番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
数	1	2	4	8	16	32	64	27	54	7
番号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
数	14	28	56	11	22	44	88	75	49	98
番号	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
数	95	89	77	53	5	10	20	40	80	59
番号	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
数	17	34	68	35	70	39	78	55	9	18
番号	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
数	36	72	43	86	71	41	82	63	25	50
番号	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
数	100	99	97	93	85	69	37	74	47	94
番号	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
数	87	73	45	90	79	57	13	26	52	3
番号	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
数	6	12	24	48	96	91	81	61	21	42
番号	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
数	84	67	33	66	31	62	23	46	92	83
番号	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
数	65	29	58	15	30	60	19	38	76	51

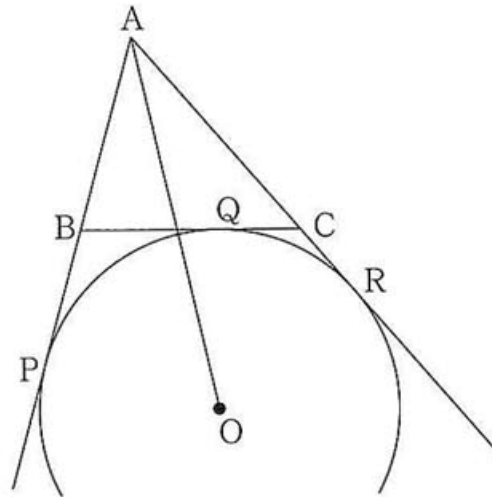
- (2) 表の1番から100番に対応する100個の数を資料の値として平均値を求めたい。直接求めるのは大変そうなので、標本調査を用いることにしました。標本の集め方は、乱数表に並んでいた次の10個の数字を利用することにします。

11, 14, 40, 44, 41, 7, 64, 80, 27, 54

この10個を番号として、その番号に対応する10個の数の平均値を求めなさい。

- (3) (2)において、100個の資料の値では標本調査を用いましたが、表の1番から100番に対応する100個の数に関しては、正確な中央値と正確な平均値を求めることができます。
- ① 100個の数の中央値を求めなさい。
 - ② 100個の数の平均値を求めなさい。

- 4 下の図において、直線 AB, BC, CA はそれぞれ点 P, Q, R で円 O に接している。このとき、次の問いに答えなさい。ただし、(2)の(iii)については、途中経過も記しなさい。



- (1) $AP = AR$ であることを次のように証明した。以下の を適当にうめなさい。ただし、ウについては解答群の a から i の中から 1 つ選び記号で答えなさい。

$\triangle OAP$ と $\triangle OAR$ において

$$OP = \text{ア} \dots \text{①}$$

$$\angle OPA = \angle \text{イ} = 90^\circ \dots \text{②}$$

OA は共通 \dots ③

①, ②, ③より

ウ ので

$$\triangle OAP \equiv \triangle OAR$$

合同な図形では、対応する辺の長さはそれぞれ等しいので

$$AP = AR \dots \text{④}$$

〈ウの解答群〉

- a. 3組の辺がそれぞれ等しい
- b. 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい
- c. 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい
- d. 直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい
- e. 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい
- f. 直角三角形の2つの鋭角がそれぞれ等しい
- g. 3組の辺の比がすべて等しい
- h. 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい
- i. 2組の角がそれぞれ等しい

(2) $AB = 5$, $BC = 7$, $CA = 8$ のとき,

(i) BP , CR の長さを次のように求めた。以下の を適当にうめなさい。

$BP = x$, $CR = y$ として, AP , AR を x , y を用いて表すと

$$AP = \text{エ}, \quad AR = \text{オ}$$

④より, = だから

$$x - y = \text{カ} \quad \dots \text{⑤}$$

一方, $x + y = \text{キ} \quad \dots \text{⑥}$

$$\text{⑤}, \text{⑥より}, \quad BP = \text{ク}, \quad CR = \text{ケ}$$

(ii) $\triangle ABC$ の面積を次のように求めた。以下の を適当にうめなさい。

A から辺 BC に垂線 AH をひき, $BH = k$ とする。

$\triangle ABH$ に着目し, AH^2 を k を用いて表すと

$$AH^2 = \text{コ} \quad \dots \text{⑦}$$

また, $\triangle ACH$ に着目し, AH^2 を k を用いて表すと

$$AH^2 = \text{サ} \quad \dots \text{⑧}$$

⑦, ⑧より

$$k = \text{シ}$$

よって, AH の長さは となるから

$\triangle ABC$ の面積は である。

(iii) 円 O の半径を求めなさい。

数学解答用紙

1	(1)	(2)	(3)	得点 ※ 40
	$\frac{13}{6}$	$2 + 2\sqrt{2}$	-1	
	(4)		(5)	
	$9axy(x-3y)^2$		1	
	(6)		(7)	
	$0 \leq y \leq \frac{4}{3}$		$\frac{9}{5}$	
	(8)	(9)	(10)	
$12 + 4\sqrt{3}$	$\frac{12}{5}\pi$	$\frac{11}{36}$		

2	(1)	(2)	得点 ※ 17
	$a = 1$	$1 + \sqrt{5}$	
	(3)		
$(1, 1), (\frac{1-\sqrt{17}}{2}, \frac{9-\sqrt{17}}{2}), (\frac{1+\sqrt{17}}{2}, \frac{9+\sqrt{17}}{2})$			

3	(1)	(2)	得点 ※ 16
	32	47.4	
	(3)		
①	②		
50.5	50.5		

(1)			(2)(i)		得点 ※
ア OR	イ ORA	ウ d	エ $x+5$	オ $y+8$	
(2)(i)				(2)(ii)	
カ 3	キ 7	ク 5	ケ 2	コ $25-k^2$	
(2)(ii)					
サ $15+14k-k^2$	シ $\frac{5}{7}$	ス $\frac{20\sqrt{3}}{7}$	セ $10\sqrt{3}$		
(2)(iii)					
<p>円Oの半径をrとする 面積に着目すると</p> <p>④ $\Delta OPA + \Delta ORA = \Delta ABC + \Delta OPB + \Delta OBC + \Delta ORC$</p> <p>(2)のセより、$\Delta ABC = 10\sqrt{3}$ だから</p> $\frac{1}{2} \times 10 \times r \times 2 = 10\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times r \times (5+7+2)$ $r = \frac{10\sqrt{3}}{3}$					
					27

受験番号	氏名
	模範解答

得点
※ 100