

令和 2 年度 清教学園高校

2020 年度 高等学校入学試験 [数学] No.1

- * 全ての問題に対し、解（答え）のみ記しなさい。
- * 分数の形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えなさい。
- * 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

1 次の問いに答えなさい。

(1) $x = \sqrt{5} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{5} - \sqrt{2}$ のとき, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ の値を求めなさい。

(2) $9a^2 - b^2 - 2b - 1$ を因数分解しなさい。

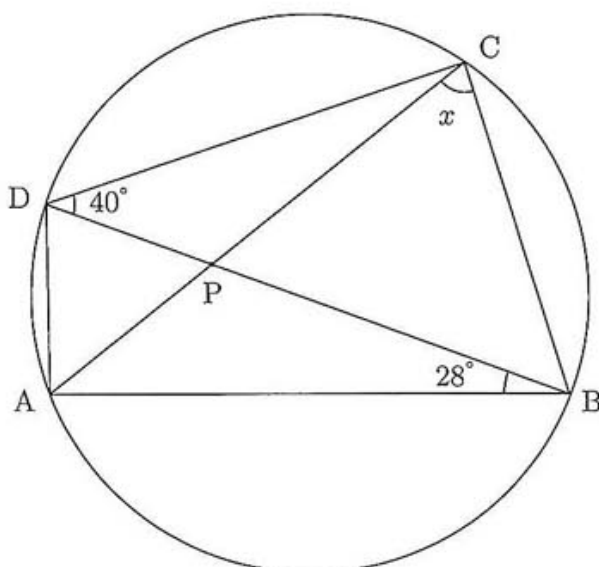
(3) $1 \leq n \leq 80$ のとき, $\sqrt{\frac{3n}{2}}$ が整数となるような自然数 n をすべて求めなさい。

(4) 次の 2 つの 2 次方程式 ①, ② が共通な解をもつとき, 整数 a の値を求めなさい。

$$x^2 - x - 12 = 0 \dots\dots ①$$

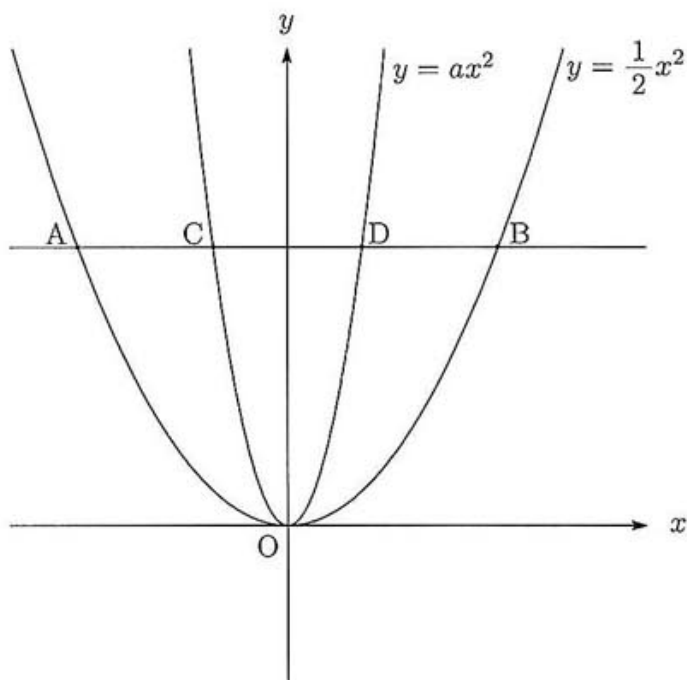
$$2x^2 + ax + 4 = 0 \dots\dots ②$$

(5) 下の図のように、円に内接する四角形 ABCD があります。∠x の大きさを求めなさい。ただし、DA = DP とします。



- 2 下の図のように、 x 軸に平行な直線が、関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフと交わる点を A, B とし、関数 $y = ax^2$ ($a > 0$) のグラフと交わる点を C, D とします。C, D は線分 AB を 3 等分する点で、点 B の x 座標は 6 です。

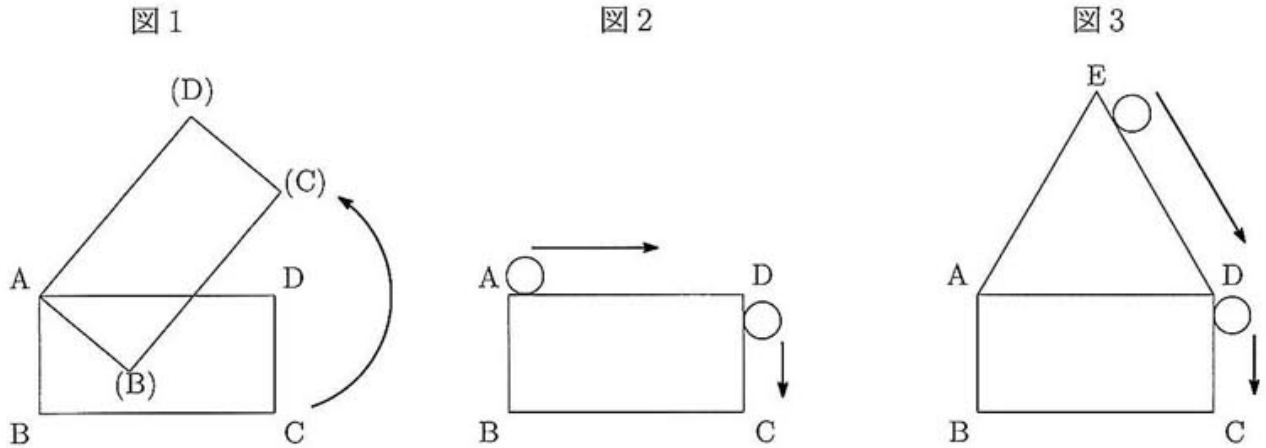
このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 点 D の座標を求めなさい。
- (2) a の値を求めなさい。
- (3) 原点 O を通って、 $\triangle OCD$ の面積を 3 等分する直線のうち、傾きが正である直線の式を求めなさい。
- (4) (3) の直線と直線 AB の交点を E とします。また、 x 軸上に座標が $(-3, 0)$ である点 F をとり、直線 BF と直線 OE の交点を G とします。
 - ① $\triangle BEG$ と $\triangle FOG$ の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。
 - ② 点 G の座標を求めなさい。

3 下の図のように、 $AB = 5\text{ cm}$ 、 $AD = 12\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ があります。

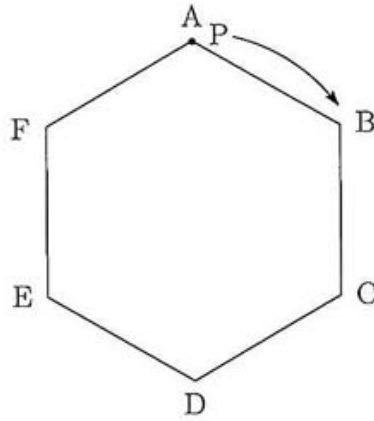
このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 図1のように、頂点 A を中心にして、この長方形を1回転させました。点 C が通ったあとの長さを求めなさい。
- (2) (1)において、線分 CD が通ったあとの面積を求めなさい。
- (3) 図2のように、長方形 $ABCD$ の外側に半径 1 cm の円があります。この円を、長方形の周に接するように時計まわりに転がし1周させました。円の中心が通ったあとの長さを求めなさい。
- (4) 図3において、五角形 $ABCDE$ は、長方形 $ABCD$ の辺 AD 側に正三角形 ADE をつけ加えた図形です。その外側に半径 1 cm の円があります。この円を五角形 $ABCDE$ の周に接するように時計回りに転がし1周させました。
 円の中心が通ってできる線によって囲まれる図形の面積を求めなさい。ただし、求める面積には五角形 $ABCDE$ の内部も含まれます。

- 4 下の図のように、正六角形 ABCDEF があります。初めに点 P は A の位置にあり、1 個のさいころをくり返し投げ、出た目の数だけ A から B, C, D, … の順に進みます。

このとき、次の問いに答えなさい。



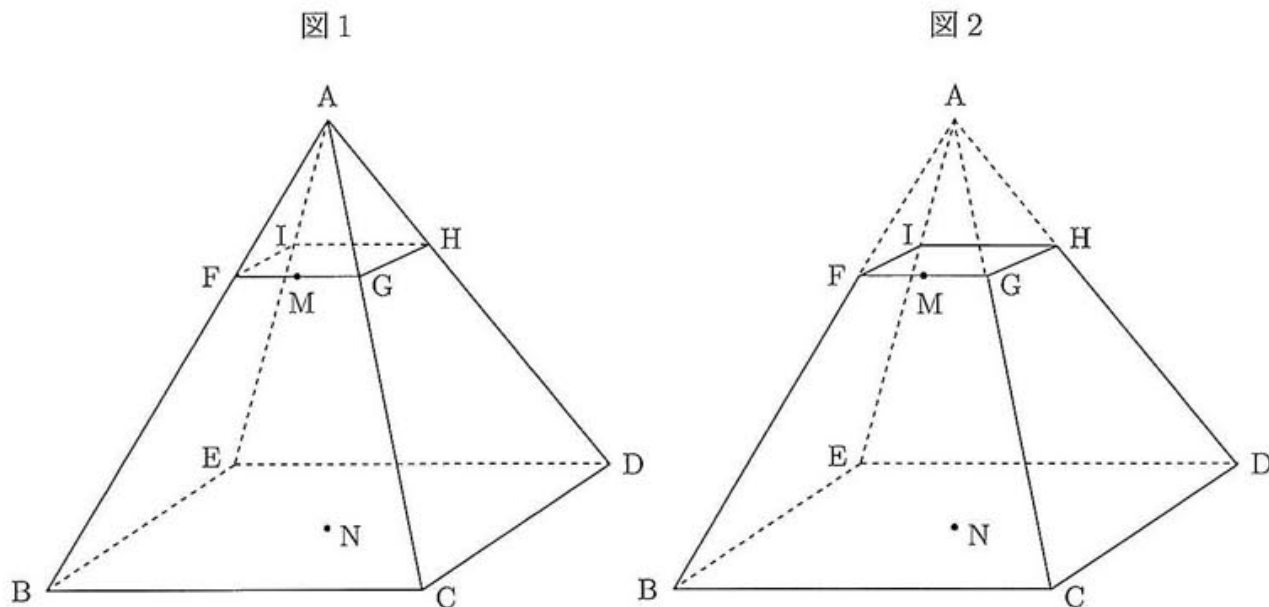
- (1) 点 P が 1 周目で D の位置に止まりました。目の出方は何通りありますか。

以下の問いでは、点 P が再び A の位置に戻るか、通り過ぎたときに、さいころを投げることを終了します。

- (2) 最後に 1 の目が出て終了するような目の出方は何通りありますか。
(3) さいころを 2 回投げて終了するような目の出方は何通りありますか。
(4) さいころを 3 回投げて終了するような目の出方は何通りありますか。

- 5 下の図1のように、底面が正方形で、側面が正三角形である正四角錐があります。辺 AB, AC, AD, AE 上にそれぞれ点 F, G, H, I があり、四角形 FGHI は底面と平行です。線分 FG の中点を M とし、点 A から底面に垂線を引き、底面との交点を N とします。

BC = 14 cm, AF : FB = 2 : 5 のとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 四角形 FGHI の面積を求めなさい。
- (2) 線分 MC の長さを求めなさい。
- (3) 線分 AN の長さを求めなさい。
- (4) 図2のように、図1の正四角錐 ABCDE から正四角錐 AFGHI を切り取ります。
この立体を直線 AN を軸として、1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

1	(1)	(2)	
	$\frac{14}{3}$	$(3a + b + 1)(3a - b - 1)$	
	(3)	(4)	(5)
	$n = 6, 24, 54$	$a = -9$	44 度

[配点 20 点 : 各 4 点]

2	(1)	(2)	(3)
	$(2, 18)$	$a = \frac{9}{2}$	$y = 27x$
	(4)①	(4)②	
	$256 : 81$	$\left(\frac{6}{25}, \frac{162}{25}\right)$	

[配点 20 点 : (1)(2) 各 3 点, (3)4 点, (4)①②各 5 点]

3	(1)	(2)
	26π cm	25π cm ²
	(3)	(4)
	$34 + 2\pi$ cm	$106 + 36\sqrt{3} + \pi$ cm ²

[配点 20 点 : (1)4 点, (2)(3) 各 5 点, (4)6 点]

4	(1)	(2)
	4 通り	16 通り
	(3)	(4)
	20 通り	50 通り

[配点 20 点 : (1)4 点, (2)(3) 各 5 点, (4)6 点]

5	(1)	(2)
	16 cm^2	$2\sqrt{31}$ cm
	(3)	(4)
	$7\sqrt{2}$ cm	$\frac{670\sqrt{2}}{3}\pi \text{ cm}^3$

[配点 20 点 : (1)4 点, (2)(3) 各 5 点, (4)6 点]