

数 学

注 意

- 1 問題は **1** から **4** までで、7ページにわたって印刷してあります。
また、解答用紙は両面に印刷してあります。
- 2 検査時間は50分で、終わりは午前11時10分です。
- 3 声を出して読むではいけません。
- 4 解答は全て解答用紙にHB^{また}又はBの鉛筆(シャープペンシルも可)を使って明確に記入し、解答用紙だけを提出しなさい。
- 5 答えに根号が^{ふく}含まれるときは、根号を付けたまま、分母に根号を含まない形で表しなさい。また、根号の中を最も小さい自然数にしなさい。
- 6 答えは解答用紙の決められた欄^{らん}からはみ出さないように書きなさい。
- 7 解答を直すときは、きれいに消してから、消しくずを残さないようにして、新しい答えを書きなさい。
- 8 受検番号を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き、表面については、その数字の○^めの中を正確に塗りつぶしなさい。
- 9 解答用紙は、汚したり、折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{6}}\right)(\sqrt{54} - 5\sqrt{3}) + 2 + \frac{\sqrt{2}}{6}$ を計算せよ。

〔問2〕 二次方程式 $7x(x-3) = (x+2)(x-5)$ を解け。

〔問3〕 一次関数 $y = -3x + p$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 5$ のとき y の変域が $q \leq y \leq 8$ である。定数 p, q の値を求めよ。

〔問4〕 1, 2, 3, 4, 5 の数字が1つずつ書かれた同じ大きさの5枚のカード

①, ②, ③, ④, ⑤が入っている袋Aと、1, 2, 3, 4, 5, 6の数字が1つずつ書かれた同じ大きさの6枚のカード①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥が入っている袋Bがある。

2つの袋A, Bから同時にそれぞれ1枚のカードを取り出し、袋Aから取り出したカードに書かれた数を a 、袋Bから取り出したカードに書かれた数を b とするとき、 a と $3b$ の最大公約数が1となる確率を求めよ。

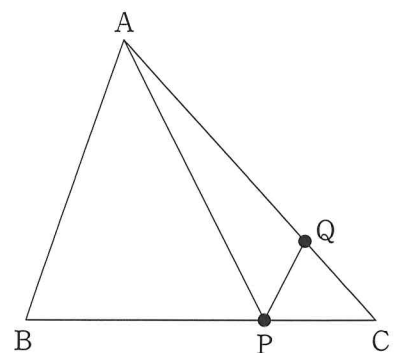
ただし、2つの袋A, Bそれぞれにおいて、どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問5〕 右の図で、 $\triangle ABC$ は鋭角三角形である。

点Pは辺BC上、点Qは辺AC上にそれぞれあり、 $\angle APB = \angle CPQ$ となる点である。

解答欄に示した図をもとにして、辺AC上にあり、 $\angle APB = \angle CPQ$ となる点Qを、定規とコンパスを用いて作図によって求め、点Qの位置を示す文字Qも書け。

ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。



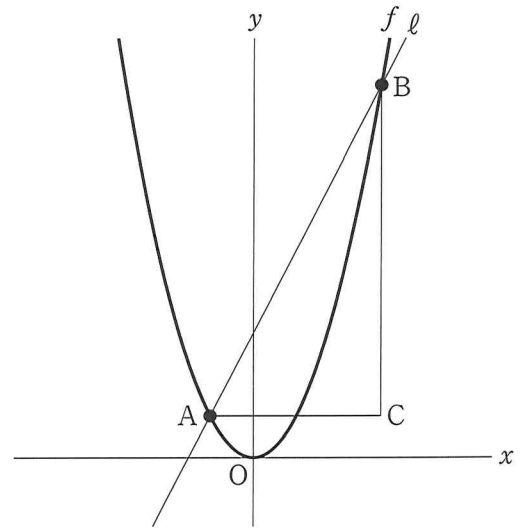
2 右の図で、点 O は原点、曲線 f は関数 $y = x^2$ のグラフを表している。

2 点 A, B は、ともに曲線 f 上にあり、点 A の x 座標は負の数、点 B の x 座標は正の数である。

2 点 A, B を通る直線を ℓ とし、直線 ℓ の傾きは正の数である。

点 A を通り x 軸に平行に引いた直線と、点 B を通り y 軸に平行に引いた直線との交点を C とする。

点 O から点 $(1, 0)$ までの距離、および点 O から点 $(0, 1)$ までの距離をそれぞれ 1 cm として、次の各問に答えよ。



[問1] 直線 ℓ と y 軸との交点を D 、線分 AC と y 軸との交点を E とした場合を考える。

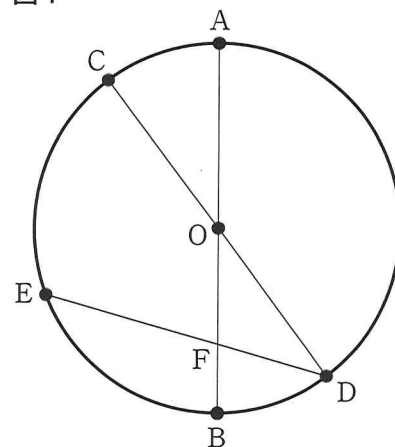
点 A の x 座標が -2 、 $BC : DE = 5 : 1$ のとき、点 B の座標を求めよ。

〔問 2〕 直線 l の傾きが 2 であり, $\triangle ABC$ の面積が 25 cm^2 のとき, 直線 l の式を求めよ。
ただし, 答えだけでなく, 答えを求める過程がわかるように, 途中の式や計算なども書け。

〔問 3〕 線分 AC の中点を曲線 f が通り, $AC = BC$ となるとき, 点 A の座標を求めよ。

- 3 右の図1で、点Oは線分ABを直径とする円の中心である。
 円Oの周上にあり、点A、点Bのいずれにも一致しない点をCとする。
 点Cと点Oを結んだ直線OCと円Oとの交点のうち、点Cと異なるものをDとする。
 点Aを含まない \widehat{BC} 上にある点をEとする。
 点Dと点Eを結んだ線分DEと、線分ABとの交点をFとする。
 次の各問に答えよ。

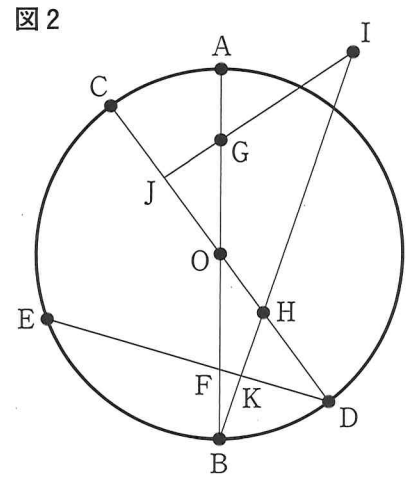
図1



- [問1] 点Aと点C、点Cと点Eをそれぞれ結んだ場合を考える。
 $\angle OAC = 72^\circ$ 、 $\angle BFE = 113^\circ$ のとき、 $\angle DCE$ の大きさは何度か。

[問2] 右の図2は、図1において、 $\widehat{CE} = 2\widehat{AC}$ とし、点G、点Hはそれぞれ線分OA、線分OD上にあり、 $AG = OH$ となるような点で、点Bと点Hを結んだ線分BHをHの方向に延ばした直線上にあり、円Oの外部にあり、 $\angle HIG = \angle AOC$ となるような点をI、点Gと点Iを結んだ直線GIと線分OCとの交点をJとし、線分BIと線分DEとの交点をKとした場合を表している。

次の(1)、(2)に答えよ。



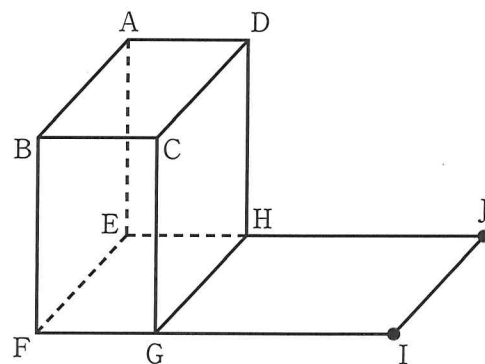
(1) $\triangle OGJ \equiv \triangle DHK$ であることを証明せよ。

(2) $OH : DH = 2 : 5$, $DH : DK = 3 : 2$ のとき、線分CJの長さとの線分OHの長さの比 $CJ : OH$ を最も簡単な整数の比で表せ。

4 右の図1において、立体 $ABCD-EFGH$ は $AE = 10$ cm の直方体である。

辺 FG を G の方向に延ばした直線上にある点を I 、
 辺 EH を H の方向に延ばした直線上にある点を J とし、
 点 I と点 J を結んだ線分 IJ は辺 GH に平行である。
 次の各問に答えよ。

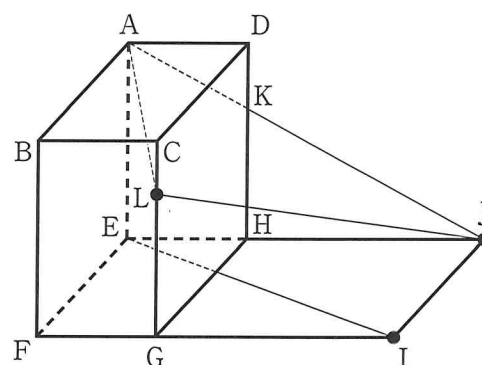
図1



〔問1〕 右の図2は、図1において、頂点 A と点 J を結んだ線分 AJ と辺 DH との交点を K 、辺 CG 上にある点を L とし、頂点 A と点 L 、点 J と点 L 、頂点 E と点 I をそれぞれ結んだ場合を表している。

$AB = 10$ cm, $EI = 16$ cm, $CL = DK$ のとき、
 $\triangle AJL$ の面積は何 cm^2 か。

図2

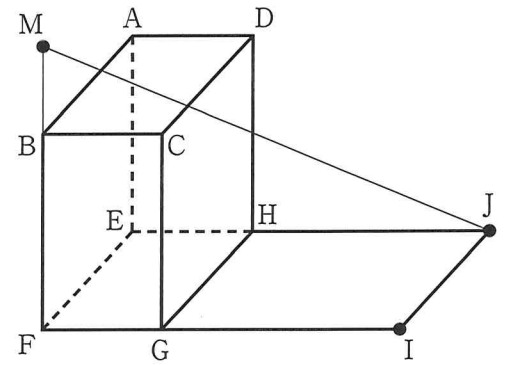


〔問2〕 右の図3は、図1において、辺FBをBの方向に延ばした直線上にある点をMとし、点Jと点Mを結んだ直線JMが辺CDと交わる場合を表している。

AB = 10 cm, EH = 5 cm, GI = 15 cm のとき、線分FMの長さは何 cm か。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程がわかるように、途中の式や計算なども書け。

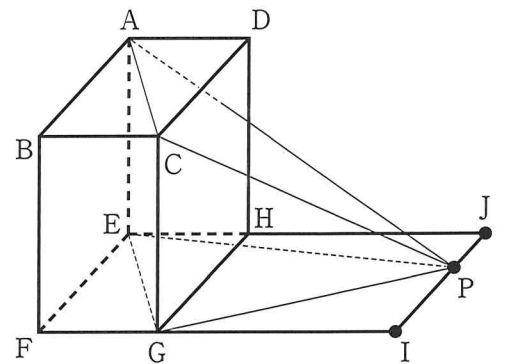
図3



〔問3〕 右の図4は、図1において、辺IJ上にある点をPとし、頂点Aと頂点C, 頂点Aと点P, 頂点Cと点P, 頂点Eと頂点G, 頂点Eと点P, 頂点Gと点Pをそれぞれ結んだ場合を表している。

$\angle EGF = \angle GPI = 60^\circ$, $BC = IP = 5$ cm のとき、立体P-ACGEの体積は何 cm^3 か。

図4



正 答 表

1		点
[問 1]	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	5
[問 2]	$x = \frac{9 \pm \sqrt{21}}{6}$	5
[問 3]	$p = 2, q = -13$	5
[問 4]	$\frac{17}{30}$	5
[問 5] 解答例		5

数 学

2		点
[問 1]	(8, 64)	7
[問 2] 解答例	【 途中の式や計算など 】	10

$AC = t$ (cm) ($t > 0$) とする。
 直線 l の傾きが 2 であるから、
 $BC = 2AC = 2t$ (cm)
 よって、 $\triangle ABC = \frac{1}{2} AC \times BC$

$$= \frac{1}{2} t \times 2t = t^2$$

 ゆえに $t^2 = 25$
 $t > 0$ より $t = 5$
 よって $BC = 2t = 10$ ……①
 ゆえに $A(u, u^2)$ とすると
 $C(u+5, u^2), B(u+5, (u+5)^2)$
 よって $BC = (u+5)^2 - u^2$
 ゆえに①より $(u+5)^2 - u^2 = 10$
 よって $10u + 25 = 10$
 すなわち $u = -\frac{3}{2}$
 したがって $A\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$
 ゆえに、直線 l の式は
 $y = 2x + \frac{21}{4}$ となる。

(答え) $y = 2x + \frac{21}{4}$

[問 3]	$\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$	8
-------	--	---

3			点	4			点
[問 1]	59 度		7	[問 1]	80 cm ²		7
[問 2] 解答例	(1)	【 証 明 】	10	[問 2] 解答例	【 途中の式や計算など 】		10
<p>△OGJ と △DHK において AG=OH (仮定), OA=OD (半径) より OA-AG=OD-OH すなわち OG=DH ……① ∠AOC=2∠CDA すなわち ∠JOG=2∠CDA ……② $\widehat{CE}=2\widehat{AC}$ (仮定) より ∠CDE=2∠CDA ……③ ②, ③より ∠JOG=∠CDE すなわち ∠JOG=∠KDH ……④ また, ∠HIJ=∠AOC (仮定) から ∠JOG=∠HIJ と ④より ∠HIJ=∠KDH さらに ∠IHJ=∠DHK (対頂角) よって, $180^\circ-(\angle HIJ+\angle IHJ)$ $=180^\circ-(\angle KDH+\angle DHK)$ ゆえに, ∠IJH=∠DKH すなわち ∠GJO=∠HKD ……⑤ よって, ④, ⑤より, $180^\circ-(\angle JOG+\angle GJO)=180^\circ-(\angle KDH+\angle HKD)$ すなわち ∠OGJ=∠DHK ……⑥ ①, ④, ⑥より, 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから, △OGJ≅△DHK</p>				<p>直線 JM と直線 CD との交点を N, 直線 FJ と直線 GH との交点を O とする。 平面 ABFE // 平面 DCGH より, 直線 BF と直線 NO は平面 FJM が平面 ABFE と平面 DCGH に交わってできる交線で, 直線 BF と直線 NO は平面 FJM 上にあって 交わらないから BF // NO ……① また, 平面 ABCD // 平面 EFGH より, 直線 BN と直線 FO は平面 FJM が平面 ABCD と平面 EFGH に交わってできる交線で, 直線 BN と直線 FO は平面 FJM 上にあって 交わらないから BN // FO ……② よって, 2組の対辺が平行であるから, 四角形 BFON は平行四辺形である。 また, 直線 BF ⊥ 平面 EFGH より ∠BFO = 90° ……③ ゆえに, ①, ②, ③より, 四角形 BFON は長方形である。 よって ∠NOF=90° であるから ∠NOJ = 90° また NO = BF = 10 ……④ よって OG // JI と ①より MF : NO = FJ : OJ = FI : GI = 20 : 15 = 4 : 3 ゆえに ④より $FM = \frac{4}{3}NO = \frac{40}{3}$ (cm)</p>			
				(答え) $\frac{40}{3}$ cm			
[問 2]	(2)	CJ : OH = 11 : 6	8	[問 3]	$\frac{1000}{3}$ cm ³		8