数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，**7**ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は**50**分で，終わりは**午前11時10分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に**ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま**，**分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，**根号の中を最も小さい自然数にしなさい**。

6　答えは，解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい**。

7　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

8　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい**。

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問１〕 $(\sqrt{3}+1)^2-2(\sqrt{3}+1)(\sqrt{2}+1)+(\sqrt{2}+1)^2$ を計算せよ。

〔問２〕 ２次方程式 $(x-1)^2+(x+1)(x-1)-(2x+1)(2x-3)=0$ を解け。

〔問３〕 x，y についての連立方程式 $\begin{cases} ax+4y=2b \\ bx-ay=-7 \end{cases}$ の解が $x=-1$，$y=2$ であるとき，定数 a，b の値（あたい）を求めよ。

〔問４〕 右の**図１**のように，袋Ａと袋Ｂがある。

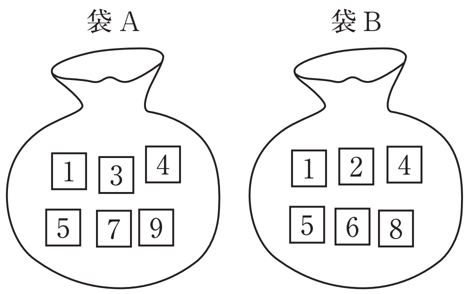
袋Ａには１，３，４，５，７，９の数字が１つずつ書かれたカードが１枚ずつ合計６枚入っている。

袋Ｂには１，２，４，５，６，８の数字が１つずつ書かれたカードが１枚ずつ合計６枚入っている。

袋Ａ，袋Ｂから同時にそれぞれ１枚ずつカードを取り出すとき，取り出した２枚のカードに書かれた数の和が偶数になる確率を求めよ。

ただし，袋Ａ，袋Ｂそれぞれにおいて，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

図１

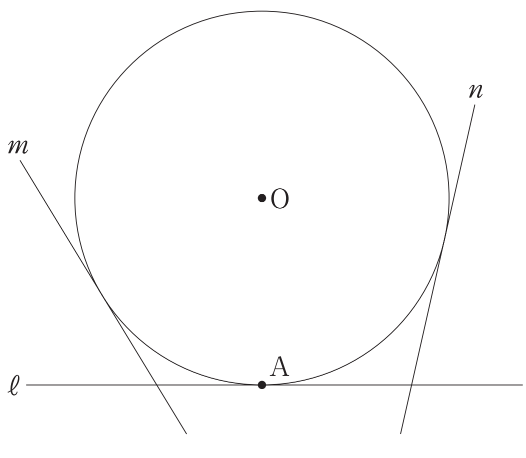


〔問５〕 右の**図２**で，直線 ℓ，m，n は，円Ｏの３本の異なる接線であり，点Ａは，直線 ℓ と円Ｏの接点である。

解答欄（かいとうらん）に示した図をもとにして，点Ａを定規とコンパスを用いて作図によって求め，点Ａの位置を示す文字Ａも書け。

ただし，作図に用いる線は決められた解答欄にかき，消さないでおくこと。

図２



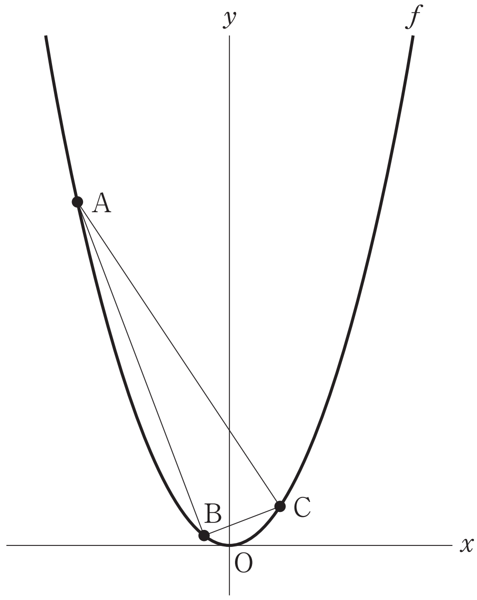
2 右の**図 1** で，点 O は原点，曲線 f は $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。

3 点 A，B，C は全て曲線 f 上にあり，x 座標はそれぞれ -6，-1，2 である。

点 A と点 B，点 B と点 C，点 C と点 A をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図 1



〔問 1〕 **図 1** において，線分 BC 上にある点を D とし，2 点 A，D を通る直線を g とする場合を考える。
次の (1)，(2) に答えよ。

(1) 直線 g の傾きを m とするとき，m のとる値(あたい)の範囲を不等号を使って表せ。

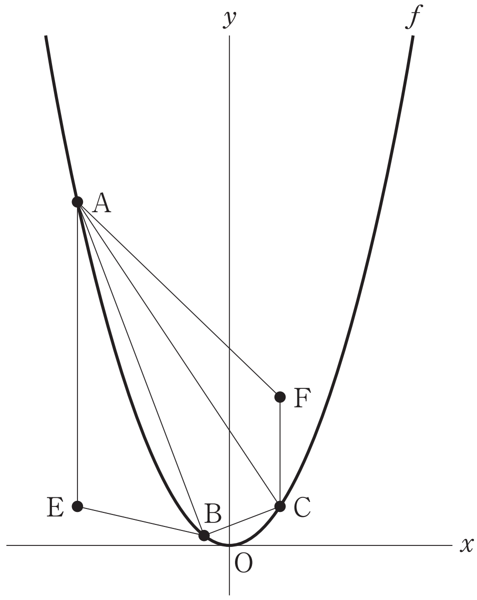
(2) △ABC と △ADC の面積の比が 6 : 1 になるとき，直線 g の式を求めよ。
ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

〔問２〕 右の**図２**は，**図１**において，x 座標が点 A の x 座標に等しく，y 座標が点 C の y 座標に等しい点を E とし，x 座標が点 C の x 座標に等しく，y 座標が点 C の y 座標より大きい点を F とし，点 A と点 E，点 E と点 B，点 A と点 F，点 F と点 C をそれぞれ結んだ場合を表している。

四角形 ABCF の面積が四角形 AEBC の面積に等しくなるとき，点 F の座標を求めよ。

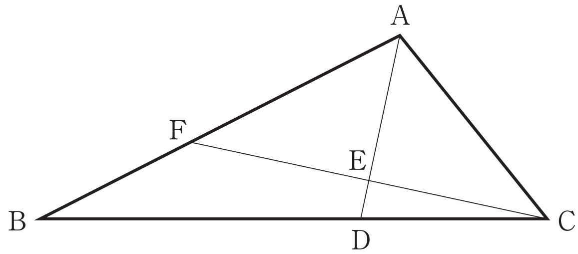
また，曲線 f 上にあり，x 座標が点 C の x 座標より大きい点を P とし，点 A と点 P，点 C と点 P をそれぞれ結んだとき，四角形 ABCP の面積が四角形 AEBC の面積に等しくなる点 P の座標を求めよ。

図２



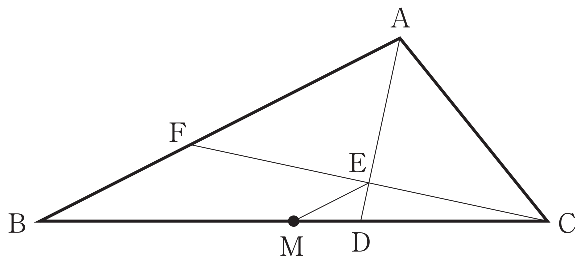
3 右の**図1**で，△ABC は AB＞AC の三角形である。
∠BAC の二等分線と辺 BC との交点を D とし，頂点 C を通り線分 AD に垂直な直線と，線分 AD，辺 AB との交点をそれぞれ E，F とする。
次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 右の**図2**は，**図1**において，辺 BC の中点を M とし，点 E と点 M を結んだ場合を表している。
次の (1)，(2) に答えよ。

図2



(1) EM // AB であることを証明せよ。

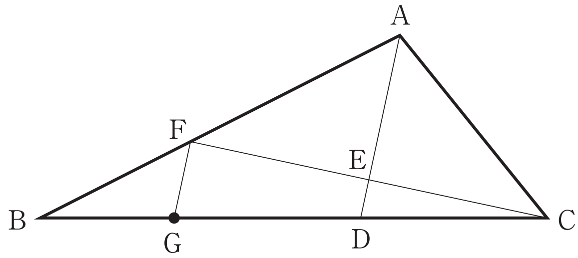
(2) AB＝7 cm，AC＝4 cm，BC＝9 cm であるとき，AE：ED を最も簡単な整数の比で表せ。

〔問２〕　右の**図３**は，**図１**において，辺 BC 上の点 G は，$\angle \mathrm{BGF} = \angle \mathrm{BAC}$ となる点であり，点 F と点 G を結んだ場合を表している。

$\triangle \mathrm{BGF}$ の面積を $S\,\mathrm{cm}^2$，四角形 AFGD の面積を $T\,\mathrm{cm}^2$ とする。

$\mathrm{AB} = 7\,\mathrm{cm}$，$\mathrm{AC} = 4\,\mathrm{cm}$，$\mathrm{BC} = 9\,\mathrm{cm}$ であるとき，$S : T$ を最も簡単な整数の比で表せ。

図３



4 右の図に示した立体 ABCD－EFGH は，AD＝AE の直方体である。

点 M は辺 AB の中点，点 N は辺 GH の中点であり，頂点 E と点 M，点 M と頂点 C，頂点 E と点 N，点 N と頂点 C をそれぞれ結ぶ。

EM＝MC＝EN＝NC＝5 cm である。

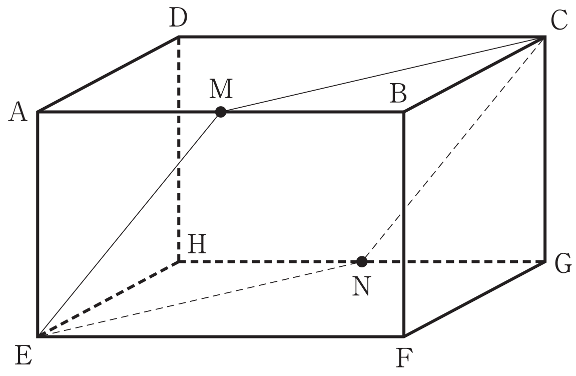
点 P，点 Q は，頂点 E を同時に出発する点とし，

点 P は線分 EM と線分 MC 上を E → M → C の順に，

点 Q は線分 EN と線分 NC 上を E → N → C の順に，

それぞれ一定の速度で移動し，点 P，点 Q の少なくとも一方が頂点 C に到達したとき，ともに移動を止める場合を考える。

出発して同じ時刻にある点 P と点 Q を結ぶとき，次の各問に答えよ。



〔問 1〕 点 M と点 N を結び，MN＝5 cm とし，点 P，点 Q がともに毎秒 1 cm で移動する場合を考える。

点 P，点 Q が頂点 E を出発してから t 秒後までに点 P が通過した部分と点 Q が通過した部分，および t 秒後の線分 PQ とで囲まれる図形の周の長さを L cm とする。

$t=3$ のときの L の値（あたい）を K とする。K の値を求めよ。

また，L が K の 2 倍になるときの t の値を求めよ。

〔問２〕 点 P，点 Q がともに毎秒 1 cm で移動する場合を考える。

a と b は異なる自然数で，点 P，点 Q は，頂点 E を出発してから a 秒後にそれぞれ線分 EM，線分 EN 上にあり，頂点 E を出発してから b 秒後にそれぞれ線分 MC，線分 NC 上にある。

a 秒後の点 P，点 Q をそれぞれ P′，Q′ とする。

b 秒後の点 P，点 Q をそれぞれ P″，Q″とし，頂点 E と点 P″，頂点 E と点 Q″ をそれぞれ結ぶ。

△EP′Q′ の面積が △EP″Q″ の面積に等しくなるとき，異なる自然数 a，b の値の組を全て求め，（a，b）の形で表せ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

〔問３〕 点 P が毎秒 2 cm，点 Q が毎秒 1 cm でそれぞれ移動する場合を考える。

4 点 P，E，F，Q をそれぞれ結んでできる立体 PEFQ の体積が，立体 ABCD－EFGH の体積の $\dfrac{3}{20}$ 倍になるのは，点 P，点 Q が頂点 E を出発してから何秒後か。

＊受検番号欄は裏面にもあります。

解答用紙　数　学

受検番号						
0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

マーク・解答上の注意事項

1　受検番号欄は、HB又はBの鉛筆（シャープペンシルも可）を使って、〇の中を正確に塗りつぶすこと。

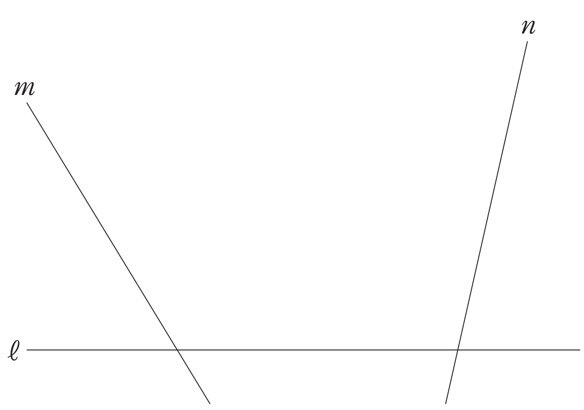
2　記入した内容を直すときは、きれいに消して、消しくずを残さないこと。

3　決められた欄以外にマークしたり、記入したりしないこと。

良い例	悪い例
●	線　小さい　はみ出し　丸囲み　レ点　うすい

1

〔問１〕	
〔問２〕	
〔問３〕	$a=$　　　　, $b=$
〔問４〕	
〔問５〕	



2

〔問１〕	(1)	
	(2)	【途中の式や計算など】

（答え）$y=$

〔問２〕	点F（　　,　　）	点P（　　,　　）

解答用紙　**数　学**

受	検	番	号			

3

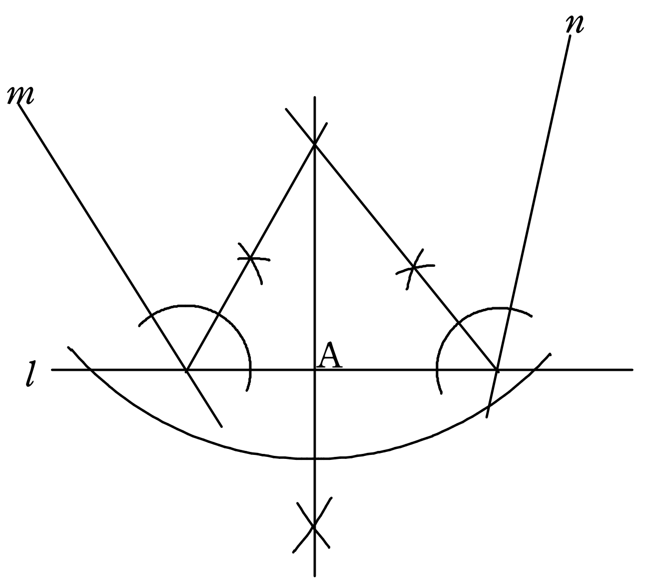
〔問１〕	(1)	【　証　明　】
〔問１〕	(2)	AE：ED　＝　　　：
〔問２〕		$S:T$　＝　　　：

4

〔問１〕	$K=$　　　　, $t=$
〔問２〕	【 途中の式や計算など 】 （答え）
〔問３〕	秒後

1

〔問 1〕	$5-2\sqrt{6}$	5
〔問 2〕	$\dfrac{1\pm\sqrt{7}}{2}$	5
〔問 3〕	$a=2,\ b=3$	5
〔問 4〕	$\dfrac{7}{18}$	5
〔問 5〕		5



2

〔問 1〕	(1)	$-\dfrac{7}{4}\leqq m\leqq -1$	5
	(2)	【 途中の式や計算など 】	12

△ABCと△ADCの面積比が6 : 1であるから
BD:DC= 5:1となる。
x軸上の点で，点B，点D，点Cと
x座標がそれぞれ等しい点を点B′，点D′，点C′
とすると　B′D′:D′C′= 5:1　である。

B′C′=3　より　　B′D′$=\dfrac{5}{2}$　であるから

点D′のx座標は$\dfrac{3}{2}$　　よって　点Dのx座標は$\dfrac{3}{2}$

y軸上の点で，点B，点D，点Cと
y座標がそれぞれ等しい点を点B″，点D″，点C″
とすると　B″D″:D″C″= 5:1　である。

B″C″$=\dfrac{3}{4}$　より　　B″D″$=\dfrac{5}{8}$　であるから

点D″のy座標は$\dfrac{7}{8}$　　よって　点Dのy座標は$\dfrac{7}{8}$

すなわち　点Dの座標は　$\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{7}{8}\right)$

直線gの傾きは，

xの増加量が$\dfrac{3}{2}-(-6)=\dfrac{15}{2}$，

yの増加量が$\dfrac{7}{8}-9=-\dfrac{65}{8}$であるから，

$-\dfrac{65}{8}\div\dfrac{15}{2}=-\dfrac{13}{12}$

直線gの式は，　$y=-\dfrac{13}{12}x+b$と表すことができる。

点Aを通るから　$9=-\dfrac{13}{12}\times(-6)+b$　　よって　$b=\dfrac{5}{2}$

したがって，直線gの式は，　$y=-\dfrac{13}{12}x+\dfrac{5}{2}$

（答え）　$y=-\dfrac{13}{12}x+\dfrac{5}{2}$

〔問 2〕	点F （ 2 ， 6 ）	点P （ 4 ， 4 ）	8

3

〔問 1〕	(1)	【 証 明 】	10

△AEFと△AECについて，仮定より，
　∠EAF=∠EAC　…①
線分AEと線分FCは垂直であるから，
　∠AEF=∠AEC=90°　…②
また，共通な辺であるから，
　AE=AE　…③
①，②，③より，
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
　△AEF≡△AEC
したがって，
　CE=EF　…④
また，点Mは辺BCの中点であるから，
　CM=MB　…⑤
④，⑤より，△CFBにおいて，
点E，Mはそれぞれ辺CF，CBの中点であるから，
　EM∥FB
よって，
　EM∥AB

〔問 1〕	(2)	AE : ED= 11 : 3	7
〔問 2〕		$S:T=11:52$	8

4

〔問 1〕	$K=9$　，　$t=8$	8
〔問 2〕	【 途中の式や計算など 】	10

△EMNの面積をSとする。
a秒後の△EP′Q′の面積をS'とすると，　$1\leqq a\leqq 5$であり，
△EP′Q′∽△EMN　より

$S'=\dfrac{a^2}{25}S$……①

b秒後の△EP″Q″の面積をS''とする。
$5\leqq b\leqq 9$であり，四角形EMCNはひし形であるから，
△EP″Q″の底辺と高さは，　△EMNの底辺と高さの

それぞれ$\dfrac{10-b}{5}$倍と$\dfrac{b}{5}$倍である。よって

$S''=\dfrac{10-b}{5}\times\dfrac{b}{5}\times S=\dfrac{b(10-b)}{25}S$……②

①，②より
$a=1,2,3,4,5$　のときの　S'，
$b=5,6,7,8,9$　のときの　S''を求める。

a	1	2	3	4	5
S'	$\frac{1}{25}S$	$\frac{4}{25}S$	$\frac{9}{25}S$	$\frac{16}{25}S$	S

b	5	6	7	8	9
S''	S	$\frac{24}{25}S$	$\frac{21}{25}S$	$\frac{16}{25}S$	$\frac{9}{25}S$

ここで，　aとbは異なる自然数であることから
表から，　$(a,b)=(3,9),(4,8)$

（答え）　$(a,b)=(3,9),(4,8)$

〔問 3〕	4.5　秒後	7