数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，8ページにわたって印刷されています。
また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　考査時間は50分で，終了時刻は午前11時10分です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙にＨＢ又(また)はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）を使って明確に記入し，解答用紙だけを提出しなさい。

5　答えに根号が含(ふく)まれるときは，根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。また，根号の中を最も小さい自然数にしなさい。

6　答えは解答用紙の決められた欄(らん)からはみ出さないように書きなさい。

7　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

8　受検番号を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，その数字の ◯ の中を正確に塗(ぬ)りつぶしなさい。

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

10　この問題冊子は，どのページも切り離してはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $\dfrac{5\{(\sqrt{8}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{8}-\sqrt{3})^2\}}{3\sqrt{3}} \div 7\sqrt{8}$ を計算せよ。

〔問2〕 二次方程式 $(x+3)(2x-1)+3(1-2x)=0$ を解け。

〔問3〕 2，4，6の数字が1つずつ書かれた3枚のカード$\boxed{2}$，$\boxed{4}$，$\boxed{6}$が入っている箱Aと，1，3，5の数字が1つずつ書かれた3枚のカード$\boxed{1}$，$\boxed{3}$，$\boxed{5}$が入っている箱Bがある。

箱A，箱Bから同時にそれぞれ1枚のカードを取り出す。

箱Aから取り出したカードの数字を十の位の数，箱Bから取り出したカードの数字を一の位の数とする2桁（けた）の正の整数をNとするとき，Nの正の約数の個数が3個になる確率を求めよ。

ただし，箱A，箱Bそれぞれにおいて，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問4〕 下の表は，A，B，C，D，E，Fの6人の生徒が，それぞれ10個の球をかごに投げ入れる球入れをしたときの，かごに入った球の個数と，その平均値及び中央値をまとめたものである。

生徒Aが投げてかごに入った球の個数をa個，生徒Eが投げてかごに入った球の個数をb個とするとき，a，bの値（あたい）の組（a，b）は何通りあるか。

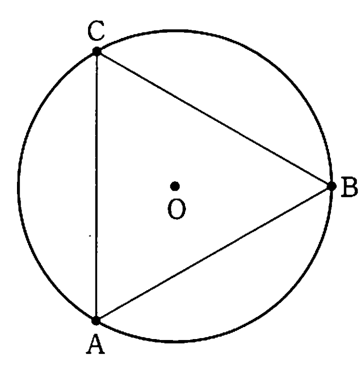
ただし，a，bは正の整数とし，$a<b$とする。

	A	B	C	D	E	F	平均値（個）	中央値（個）
個数（個）	a	5	9	10	b	3	7.0	7.5

〔問5〕 右の図で，3点A，B，Cは円Oの周上にあり，△ABCは正三角形である。

解答欄（かいとうらん）に示した図をもとにして，頂点の1つを点Aとし，3つの頂点が全て円Oの周上にある正三角形を定規とコンパスを用いて作図せよ。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

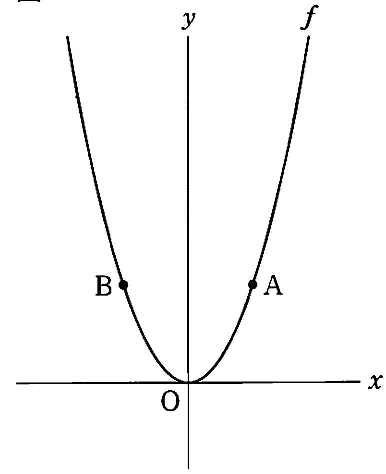


2 右の**図1**で，点Oは原点，曲線fは関数$y=x^2$のグラフを表している。

2点A，Bはともに曲線f上にあり，点Aのx座標はa $(a>0)$，点Bのx座標は負の数であり，点Aと点Bのy座標は等しい。

点Oから点(1，0)までの距離，および点(0，1)までの距離をそれぞれ1cmとして，次の各問に答えよ。

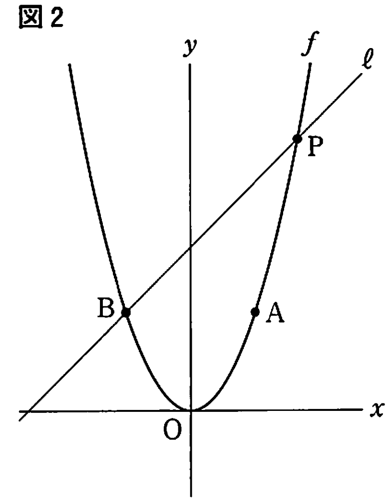
図1



〔問1〕 右の**図2**は，**図1**において，点Bを通り傾きが1の直線をℓとし，直線ℓと曲線fとの交点のうち，点Bと異なる点をPとした場合を表している。

点Pのx座標が3のとき，点Aのx座標aの値を求めよ。

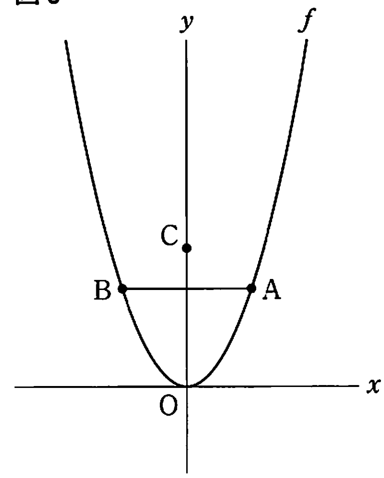
図2



〔問２〕 右の**図３**は，**図１**において，y 軸上にあり，y 座標が０以上の数である点をＣとし，点Ａと点Ｂを結んだ場合を表している。

次の(1)，(2)に答えよ。

図３



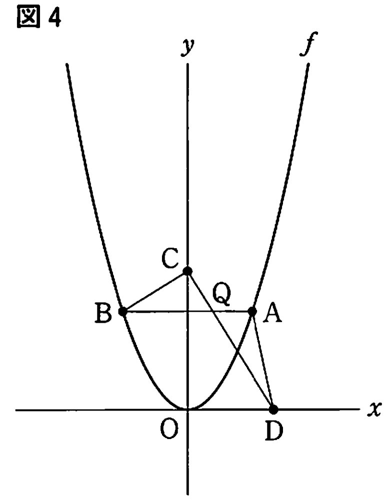
(1) 点Ａと点Ｃ，点Ｂと点Ｃをそれぞれ結んだ場合を考える。$\angle ACB = 90°$，$\triangle ABC$ の面積が $1\ cm^2$ となるときの点Ｃの座標を全て求めよ。

(2) 右の**図４**は，**図３**において，x 軸上にある点をＤとし，点Ａと点Ｄ，点Ｂと点Ｃ，点Ｃと点Ｄをそれぞれ結び，線分 AB と線分 CD との交点をＱとした場合を表している。

$a = 3$，点Ｃの y 座標が 12 で，$\triangle ADQ$ の面積と $\triangle BCQ$ の面積が等しいとき，点Ｄの座標を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図４

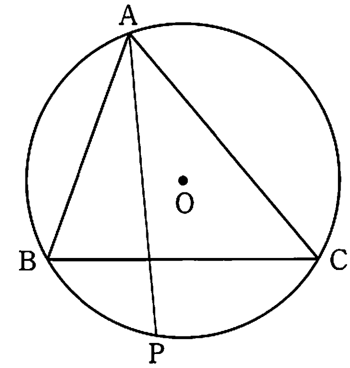


3 右の**図1**において，△ABC は鋭角三角形であり，点 O は△ABC の 3 つの頂点 A，B，C を通る円の中心である。

∠A の二等分線と円 O との交点のうち，頂点 A と異なる点を P とする。

次の各問に答えよ。

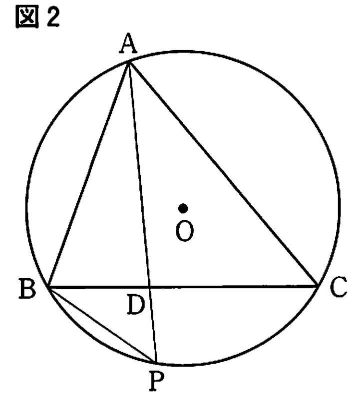
図1



〔問 1〕 右の**図2**は，**図1**において，線分 AP と線分 BC との交点を D とし，頂点 B と点 P を結んだ場合を表している。

AB = 6 cm，AC = 8 cm，BD = 3 cm，BP = 4 cm であるとき，線分 DP の長さは何 cm か。

図2

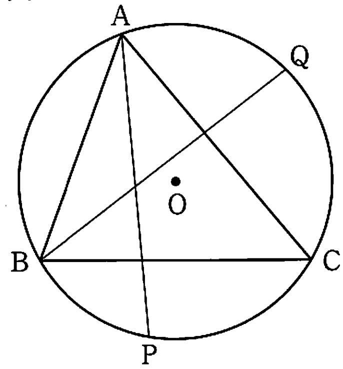


〔問2〕 右の**図3**は，**図1**において，∠Bの二等分線と円Oとの交点のうち，頂点Bと異なる点をQとした場合を表している。

ただし，∠Aの二等分線と∠Bの二等分線は，円の中心Oでは交わらないものとする。

次の(1)，(2)に答えよ。

図3



(1) **図3**において，頂点Aを含む$\overset{\frown}{BQ}$に対する円周角の大きさと，頂点Bを含む$\overset{\frown}{AP}$に対する円周角の大きさが等しくなるとき，△ABCはどのような三角形になるか答えよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

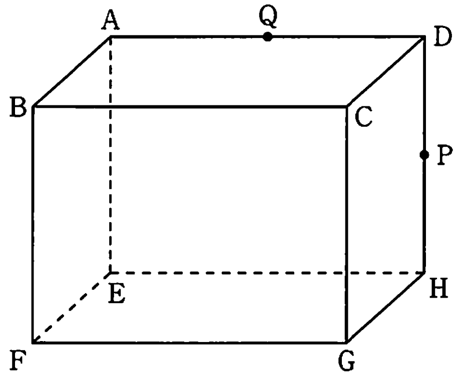
(2) **図3**において，頂点Aを含む$\overset{\frown}{BQ}$に対する円周角の大きさと，頂点Cを含む$\overset{\frown}{AP}$に対する円周角の大きさが等しくなるとき，∠ACBの大きさは何度か。

4 右の図で，立体 ABCD－EFGH は，AB＝4 cm，AD＝8 cm，AE＝6 cm の直方体である。

辺 DH，辺 AD 上にある点をそれぞれ P，Q とし，DP＝3 cm とする。

頂点 B と頂点 G，頂点 B と点 Q，頂点 C と点 P，頂点 C と点 Q，頂点 G と点 P，点 P と点 Q をそれぞれ結び，GB // PQ の場合を考える。

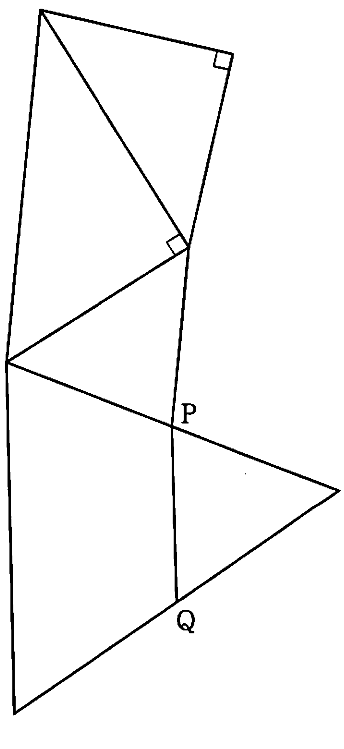
次の各問に答えよ。



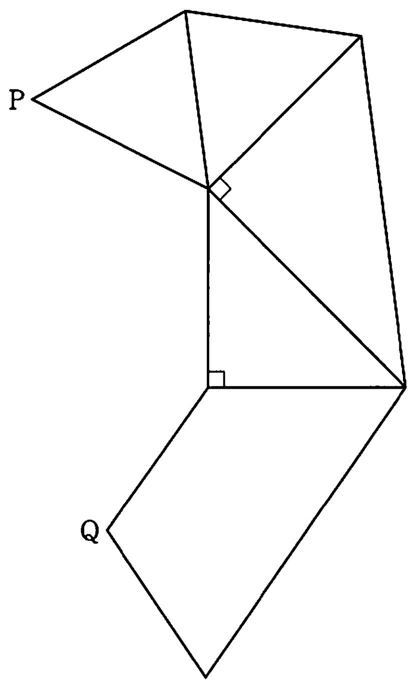
〔問 1〕 次のア～オは，いずれも四角すい C－BGPQ の展開図である。点 P と点 Q の位置がともに正しく表されているものをア～オの中から**全て**選べ。

ただし，四角すい C－BGPQ の側面の 4 つの三角形には，合同な三角形はない。

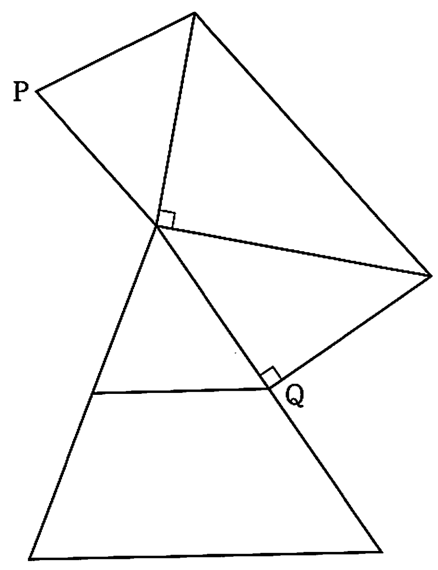
ア



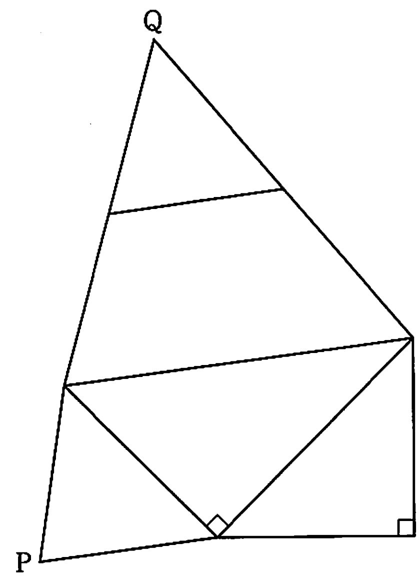
イ



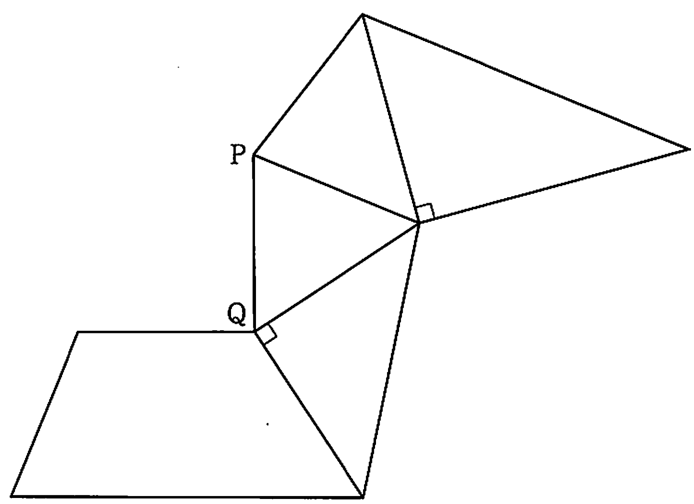
ウ



エ



オ



〔問２〕 アオさん，ヤマさん，ジンさん，ミヤさんの４人は，四角すい C－BGPQ の体積の求め方について話している。四角すい C－BGPQ の体積を $V\text{cm}^3$ とするとき，４人の会話を参考にして V の値を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

アオさん 「四角すい C－BGPQ の体積ってどのように求めるのかな。」

ヤマさん 「すい体の体積は $\dfrac{1}{3}\times$（底面積）$\times$（高さ）で求めると学習したよね。」

ジンさん 「それでは，どこを底面として考えればいいかな。」

ミヤさん 「四角すい C－BGPQ の体積と言っているのだから，四角形 BGPQ を底面として考えるのはどうだろう。」

アオさん 「△BGC を底面として考えて，余分なところを引くことでも求められるのではないかな。」

ヤマさん 「他の面を底面としても，その考え方で求められそうだね。四角すい C－BGPQ を分割して考えてみるのはどうかな。」

ジンさん 「そうか。△CQG を底面として，四角すい C－BGPQ を２つの三角すいに分割して考えることができそうだね。」

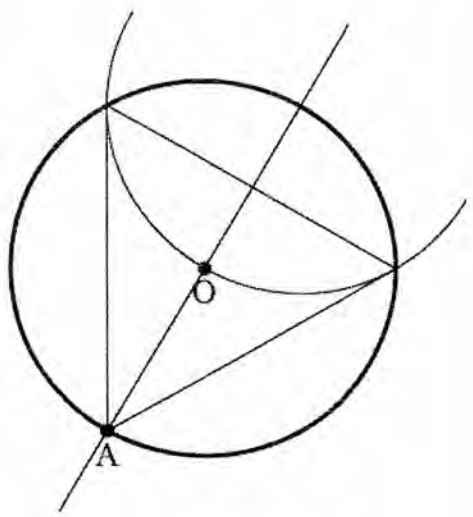
ミヤさん 「△BCP を底面として，四角すい C－BGPQ を分割して考えることもできるのではないかな。」

アオさん 「いろいろな求め方があるんだね。他にもどんなものがあるのか，もっと考えてみようよ。」

〔問３〕 赤，緑，青，白の４色を全て使って，四角すい C－BGPQ の５つの面を全て塗る場合を考える。色の塗り方は何通りあるか。

正答表

1		点
〔問1〕	$\frac{20}{21}$	5
〔問2〕	0, $\frac{1}{2}$	5
〔問3〕	$\frac{1}{9}$	5
〔問4〕	2 通り	5
〔問5〕		5



2			点
〔問1〕		$a=$ 2	7
〔問2〕	(1)	(0, 0), (0, 2)	8
	(2)	【 途中の式や計算など 】	10

【解答例】

△ADC と △ABC において，辺 AC を底辺と考えると，△AQC は共通で △ADQ と △BCQ の面積が等しいから，△ADC と △ABC の面積が等しくなればよい。

したがって，高さが等しくなればよいから，直線 AC と直線 BD が平行になればよい。直線 AC の傾きは，

$$\frac{9-12}{3-0}=-\frac{3}{3}=-1$$

であるから，直線 BD の切片を b とすると，直線 BD の方程式は，$y=-x+b$

また，点 B$(-3,\ 9)$ であり，点 B は直線 BD 上の点なので，

$$9=-(-3)+b \quad すなわち \quad b=6$$

ゆえに，直線 BD の方程式は，$y=-x+6$

点 D の x 座標を d とおくと，点 D は x 軸上にあり，直線 BD 上の点なので，

$$0=-d+6 \quad すなわち \quad d=6$$

よって，D(6, 0)

（答え） D(6 , 0)

3

			点
〔問1〕		2 cm	8
〔問2〕	(1)	【 答えの三角形 】 CA = CB の二等辺三角形	10

【 途中の式や計算など 】

【解答例】

頂点 A を含む $\overset{\frown}{BQ}$ と頂点 B を含む $\overset{\frown}{AP}$ の長さが等しいので，

$\angle BCQ = \angle ACP$

また，

$\angle BCQ = \angle BCA + \angle ACQ$
$\angle ACP = \angle BCA + \angle BCP$

であるから，

$\angle ACQ = \angle BCP$ ………………… ①

$\overset{\frown}{AQ}$ に対する円周角は等しいので，

$\angle ACQ = \angle ABQ$ ………………… ②

$\overset{\frown}{BP}$ に対する円周角は等しいので，

$\angle BCP = \angle BAP$ ………………… ③

したがって，①，②，③より，

$\angle ABQ = \angle BAP$ ………………… ④

ここで，線分 AP と線分 BQ はそれぞれ ∠BAC と ∠ABC の二等分線であるから，

$\angle BAC = 2 \times \angle BAP$ ………………… ⑤
$\angle ABC = 2 \times \angle ABQ$ ………………… ⑥

よって，④，⑤，⑥より，

$\angle BAC = \angle ABC$

ゆえに，2つの角が等しいので，△ABC は，

CA = CB の二等辺三角形である。

〔問2〕	(2)	60 度	7

4

		点
〔問1〕	ア，ウ，オ	8
〔問2〕	【 途中の式や計算など 】	10

【解答例】

$\triangle BCG \equiv \triangle ADH$ であるから，$\angle CBG = \angle DAH$
$GB \parallel PQ$，$GB \parallel HA$ であるから，$HA \parallel PQ$
よって，$\angle DQP = \angle DAH$ となり，$\angle DQP = \angle CBG$
また，$\angle QDP = \angle BCG = 90°$ であるから，

$\triangle QPD \backsim \triangle BGC$

よって，QD : BC = DP : CG となり，

DP = 3 cm，CG = 6 cm，BC = 8 cm

であるから，QD : 8 = 3 : 6 となり，QD = 4 cm

辺 CD を頂点 D の方に延長した直線と，線分 BQ を点 Q の方に延長した直線との交点を S とすると，$\triangle SBC \backsim \triangle SQD$ となるので，SD = c とすると，

$$SC : SD = BC : QD$$
$$(c+4) : c = 8 : 4$$
$$c = 4$$

三角すい S−BGC の体積を $V_1\,\mathrm{cm}^3$ とすると，

$$V_1 = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 6\right) \times (4+4) = 64$$

三角すい P−CQS の体積を $V_2\,\mathrm{cm}^3$ とすると，

$$V_2 = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 4\right) \times 3 = 16$$

よって，求める V の値は，

$$V = V_1 - V_2 = 48$$

(答え) $V =$ 48

〔問3〕	240 通り	7